

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования**

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ»**

**Е.В. МАЛИННИКОВА, В.Ю. ПОПОВ, С.А. СТАРЦЕВ,
В.И. ТРОИЦКИЙ**

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

(Под редакцией В.Ю. Попова и В.И. Троицкого)

Москва 2016

1. Механика

1. кинематика точки и поступательного движения твердого тела;

Радиус вектор МТ $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы по осям X, Y, Z (орты).

Скорость и ускорение материальной точки (МТ)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Перемещение МТ за время $\Delta t = t_1 - t_0$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{v} dt, \quad (1)$$

аналогично изменение скорости

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(t_1) - \vec{v}(t_0) = \int_{t_0}^{t_1} \vec{a} dt. \quad (2)$$

При $\vec{a} = 0$ (равномерное движение), $\vec{v} = \text{const}$ и $\Delta\vec{r} = \vec{v}\Delta t$. В этом случае также легко вычисляется путь $S = |\Delta\vec{r}| = v\Delta t$.

При $\vec{a} = \text{const}$ (равнопеременное движение)

$$\Delta\vec{v} = \vec{a}\Delta t, \quad \Delta\vec{r} = \vec{v}_0\Delta t + \frac{\vec{a}(\Delta t)^2}{2}.$$

При криволинейном движении ускорение можно разложить на две составляющие: тангенциальное (по касательной к траектории) и нормальное (центростремительное)

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Первое отвечает за изменение величины скорости $\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}$, а второе — за изменение направления скорости $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$. Здесь R — радиус кривизны траектории, $\vec{\tau}$ и \vec{n} — тангенциальный и нормальный единичные векторы.

Полное ускорение вычисляется по формуле

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

2. динамика точки и поступательного движения твердого тела;

Второй закон Ньютона для МТ суть:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (3)$$

Здесь \vec{F} — векторная сумма всех сил, действующих на МТ, $\vec{p} = m\vec{v}$ — импульс МТ, m и \vec{v} — её масса и скорость.

Для системы МТ с учетом третьего закона Ньютона уравнение (3) переходит в

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{внешн}},$$

где $\vec{F}_{\text{внешн}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{i\text{внешн}}$ — сумма внешних сил, действующих на каждую МТ системы, а $\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ — импульс системы из n МТ.

Для твердого тела получаем закон поступательного движения:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}_{\text{внешн}}.$$

При $m = \text{const}$

$$\vec{a} = \frac{d(\vec{v})}{dt} = \frac{\vec{F}_{\text{внешн}}}{m}.$$

Центр масс системы точек расположен в точке

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \quad (4)$$

где $M = \sum_{i=1}^n m_i$ — масса всей системы, m_i и \vec{r}_i — масса и радиус-вектор i -ой МТ.

В случае непрерывного распределения массы (твердое тело) формула (4) переходит в

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm.$$

Дифференцируя обе части формулы (4) по времени, получаем формулы для скорости и ускорения радиуса-вектора центра масс системы:

$$\vec{v}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i, \quad \vec{a}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i.$$

Закон движения центра масс системы

$$M \frac{d(\vec{v}_c)}{dt} = \vec{F}_{\text{внешн}}.$$

Для замкнутой системы ($\vec{F}_{\text{внешн}} = 0$) выполняется закон сохранения импульса системы $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const}$.

Для вращательного движения МТ уравнение движения выглядит так:

$$F_n = \frac{mv^2}{R} = mR\omega^2.$$

Здесь v, ω, R — линейная скорость, угловая скорость и радиус траектории.

В неинерциальной системе отсчета (НИСО) уравнение движения МТ суть:

$$m\vec{a}_{\text{отн}} = \vec{F} - m\vec{a}_{\text{пер}} - m\vec{a}_{\text{кор}},$$

где $\vec{a}_{\text{отн}}$ — ускорение МТ относительно НИСО, $\vec{a}_{\text{пер}}$ — ускорение НИСО относительно инерциальной системы отсчета (ИСО), $\vec{a}_{\text{кор}}$ — кориолисово ускорение;

$$\vec{a}_{\text{пер}} = \dot{\vec{v}}_0 + [\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}] + [\vec{\Omega} \times [\vec{\Omega} \times \vec{r}]], \vec{a}_{\text{кор}} = 2[\vec{\Omega} \times \vec{v}_{\text{отн}}],$$

\vec{v}_0 — скорость НИСО относительно ИСО, $\vec{\Omega}$ — угловая скорость вращения НИСО относительно ИСО, $\vec{v}_{\text{отн}}$ — скорость МТ относительно НИСО. Точка над переменной означает производную по времени от нее.

3. силы в механике;

Сила гравитации $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где m_1, m_2 — массы взаимодействующих МТ, r — расстояние между ними, $G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ — гравитационная постоянная. Направление показывает взаимное притяжение МТ.

Сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

Сила Гука $\vec{F} = -k\vec{x}$, k — коэффициент упругости.

Сила сухого трения $F = \mu N$, μ — коэффициент трения, N — сила нормального давления. Направлена против скорости движения тела.

4. динамические параметры вращательного движения твердого тела;

При вращении твердого тела через φ угол поворота вокруг оси, отсчитываемого от какого-нибудь направления, перпендикулярного к этой оси. Тогда угловая скорость и угловое ускорение могут быть записаны соответственно в виде:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Угловая скорость считается вектором, направленном по оси вращения в соответствии с правилом винта. Тогда верна формула:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Угол поворота связан с числом выполненных оборотов:

$$\varphi = 2\pi N,$$

а угловая скорость связана с частотой вращения и периодом:

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}.$$

Угловые и линейные величины при вращении твердого тела связаны следующим образом

$$v = \omega R; \quad a_\tau = R\varepsilon; \quad a_n = R\omega^2.$$

5. динамика вращательного движения;

Момент силы относительно неподвижной точки O :

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}],$$

где \vec{r} — радиус-вектор из точки O в точку приложения силы.

Момент импульса относительно неподвижной точки O :

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}].$$

где \vec{r} — радиус-вектор из точки O до МТ.

Закон изменения момента импульса:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{\text{внешн}},$$

$\vec{M}_{\text{внешн}}$ — момент внешних сил относительно неподвижной точки O .

Момент инерции системы МТ относительно неподвижной оси

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где r_i — расстояние от данной МТ до оси.

Момент инерции твердого тела относительно оси

$$J = \int r^2 dm = \int_{(V)} r^2 \rho dV,$$

где ρ — плотность тела.

Теорема Штейнера

$$J = J_0 + md^2.$$

Здесь J и J_0 — моменты инерции тела соответственно относительно заданной оси и оси, параллельной заданной и проходящей через центр инерции тела, m — масса тела, d — расстояние между осями.

Моменты инерции некоторых простых тел массы m относительно оси проходящей через центр масс и совпадающей с осью симметрии тела:

а) тонкого однородного стержня длиной l относительно оси перпендикулярной стержню: $J_0 = \frac{1}{12} ml^2$;

б) кольца (тонкостенного цилиндра) радиуса R : $J_0 = mR^2$;

в) сплошного однородного цилиндра (диска) радиуса R : $J_0 = \frac{mR^2}{2}$;

г) однородного шара радиуса R : $J_0 = \frac{2mR^2}{5}$;

Основной закон динамики вращательного движения (закон изменения момента импульса)

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt}, \quad (5)$$

где \vec{M} — момент сил, приложенных к телу, \vec{L} — момент импульса тела (J — момент инерции тела, $\vec{\omega}$ — его угловая скорость). Если $J = \text{const}$, то

$$\vec{M} = J \frac{d(\vec{\omega})}{dt} = J\vec{\varepsilon},$$

где $\vec{\varepsilon}$ — угловое ускорение.

Если тело вращается вокруг оси OZ , то уравнение (5) переходит в

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z,$$

где L_z и M_z — проекции моментов импульса и сил на ось

$$L_z = J_z \omega, \quad \frac{d}{dt} (J_z \omega) = M_z.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося относительно оси

$$E_k = \frac{J \omega^2}{2}.$$

б. законы сохранения в механике;

Закон сохранения импульса

Если система МТ замкнута ($\vec{F}_{\text{внеш}} = 0, \vec{M}_{\text{внеш}} = 0$), то

а) импульс системы сохраняется $\vec{p} = \text{const}$;

б) момент импульса сохраняется $\vec{L} = \text{const}$;

если кроме этого все внутренние силы консервативны, то

в) механическая энергия системы сохраняется

$$E_k + E_p = \text{const}.$$

Здесь $E_k = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}$ — кинетическая энергия системы МТ, E_p — потенциальная энергия, у каждой консервативной силы своя.

Для гравитационной силы $E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}$;

Для силы тяжести $E_p = mgh$, где h — высота;

Для упругой силы $E_p = k \frac{x^2}{2}$.

7. элементы специальной теории относительности.

Сокращение длины и замедление хода движущихся часов

$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2}, \quad \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где l_0 и Δt_0 — длина и время в собственной системе отсчета.

Преобразования Лоренца:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - xV/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}.$$

Преобразование скорости:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V/c^2}, \quad v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - (V/c)^2}}{1 - v_x V/c^2}.$$

Релятивистский импульс:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$ — релятивистская масса, m_0 — масса покоя.

Релятивистское уравнение динамики частицы:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где \vec{p} — релятивистский импульс.

Полная и кинетическая энергия частицы

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + E_k, \quad E_k = (m - m_0)c^2.$$

Задача 1. Материальная точка M движется по окружности со скоростью \vec{V} . На рис. 1 показан график зависимости проекции скорости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ - единичный вектор положительного направления, V_τ — проекция \vec{V} на это направление). При этом, какое направление имеет вектор полного ускорения на рис.2 (1, 3, 4, 2)?

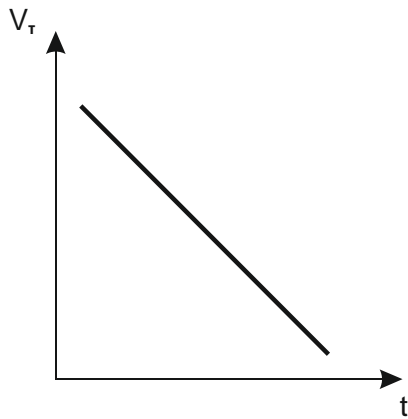


Рис. 1

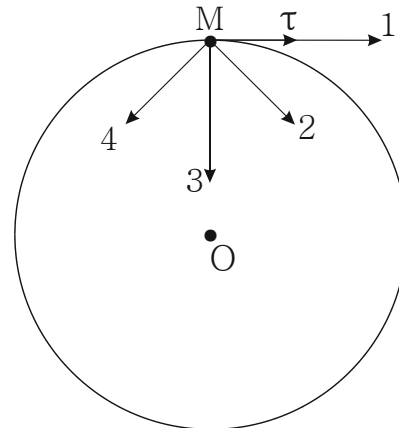


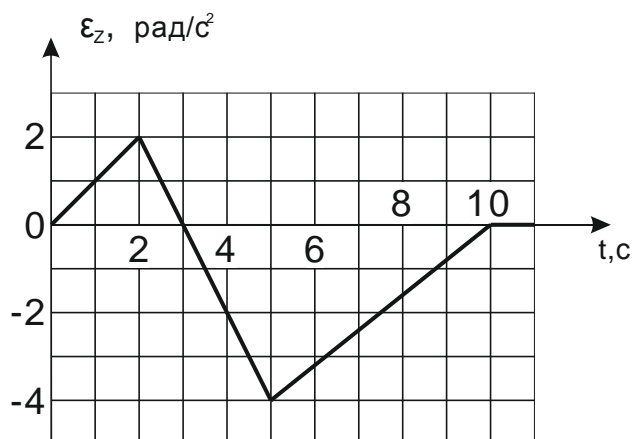
Рис. 2

В задаче 1 показано, что скорость материальной точки M со временем уменьшается. Мы знаем, что при уменьшении величины скорости вектор тангенциального ускорения направлен противоположно скорости, (т.е. противоположно вектору τ), а вектор нормального ускорения – всегда к центру траектории (центру окружности). Следовательно, направление полного ускорения – 4.

Задача 2. Если \vec{a}_τ и \vec{a}_n — тангенциальная и нормальная составляющие ускорения, то для какого вида движения (равномерного движения по окружности, равномерного криволинейного, прямолинейного равноускоренного, прямолинейного равномерного) справедливы соотношения: $a_\tau = 0, a_n = 0$?

Тангенциальное ускорение \vec{a}_τ показывает, как быстро меняется величина скорости, а нормальное ускорение \vec{a}_n — как быстро меняется направление скорости. Поэтому $a_\tau = 0$ и $a_n = 0$ справедливо лишь для прямолинейного равномерного движения.

Задача 3. Твердое тело из состояния покоя начинает вращаться вокруг оси Z с угловым ускорением, проекция которого изменяется во времени, как показано на графике.



В какой момент времени угловая скорость вращения тела достигнет максимальной величины?

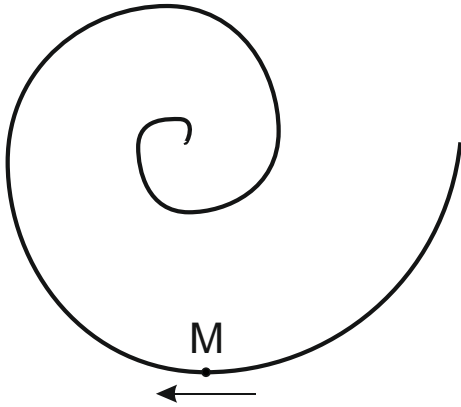
В этой задаче по зависимости углового ускорения ε_z от скорости нужно найти момент времени, когда угловая скорость достигает максимальной величины. Известно, что $\varepsilon_z = \frac{d\omega}{dt}$, откуда $d\omega = \varepsilon_z dt$ и $\omega(t) = \int_0^t \varepsilon_z(t) dt$. То есть, значение угловой скорости $\omega(t)$ определяется площадью под кривой $\varepsilon_z(t)$ с учетом того, что площадь выше оси t положительна, ниже оси – отрицательна и из этого видно, что наибольшая суммарная площадь (с учетом знака) соответствует $t = 10$ с.

Задача 4. В каких ситуациях второй закон Ньютона применяется в форме $m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$ где \vec{F}_i – силы, действующие на тело со стороны других тел? а) пригоден для описания движения микрочастиц; б) справедлив только при скоростях движения тела, много меньших скорости света в вакууме; в) справедлив при скоростях движения тела как малых, так и сопоставимых со скоростью света в вакууме; г) справедлив в любой системе отсчета.

Второй закон Ньютона в форме $m\vec{a} = \sum \vec{F}$ справедлив только при скоростях движения тела, меньших скорости света в вакууме. При скоростях, соизмеримых со скоростью света, справедливо релятивистское уравнение динамики $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}$, где \vec{p} – релятивистский импульс. Описание движения микрочастиц осуществляется в квантовой механике. Законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета.

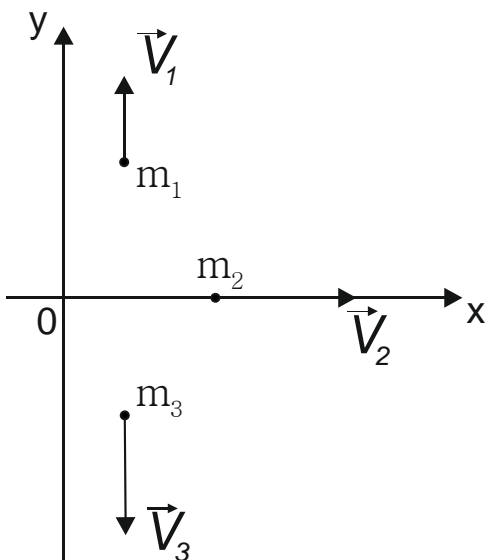
Задача 5. Точка M движется по спирали с постоянной по величине скоростью в направлении, указанном стрелкой. При этом как себя ведет

величина полного ускорения (не изменяется, увеличивается, уменьшается)?



Из рисунка видно, что радиус кривизны траектории точки M уменьшается и, хотя скорость не меняется, а, следовательно, тангенциальное ускорение $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ равно нулю, нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$ увеличивается. Следовательно, и полное ускорение увеличивается.

Задача 6. Система состоит из трех шаров с массами $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $m_3 = 3$ кг, которые движутся так, как показано на рисунке.



Если скорости шаров равны $v_1=3$ м/с, $v_2=2$ м/с, $v_3=1$ м/с, то чему равна величина скорости **центра масс** этой системы в м/с?

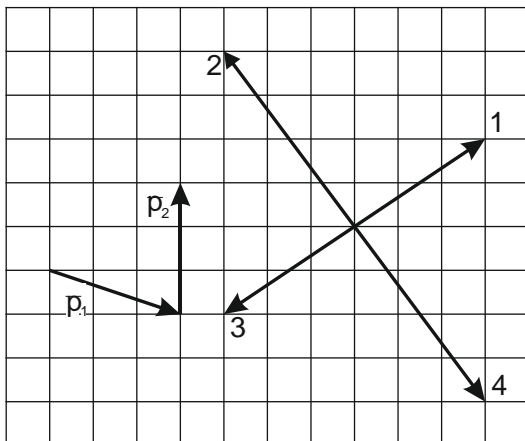
Суммарный импульс механической системы (в данном случае системы трех шаров) равен сумме импульсов элементов системы, т.е. $(\sum m_j)\vec{V}_c = \sum m_j \cdot \vec{v}_j$, или скорость центра масс системы равна $\vec{V}_c = \frac{\sum m_j \vec{v}_j}{\sum m_j}$.

Соответственно, проекции \vec{V}_c на оси x и y равны

$$V_{cx} = \frac{\sum m_j v_{xj}}{\sum m_j} = \frac{m_1 \cdot 0 + m_2 \cdot 2 + m_3 \cdot 0}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \quad V_{cy} = \frac{\sum m_j v_{yj}}{\sum m_j} = \frac{m_1 \cdot 3 + m_2 \cdot 0 + m_3 \cdot 1}{6} = \frac{1 \cdot 3 - 3 \cdot 1}{6} = 0$$

То есть $V_c = V_{cx} = \frac{2}{3} \text{ м/с}$.

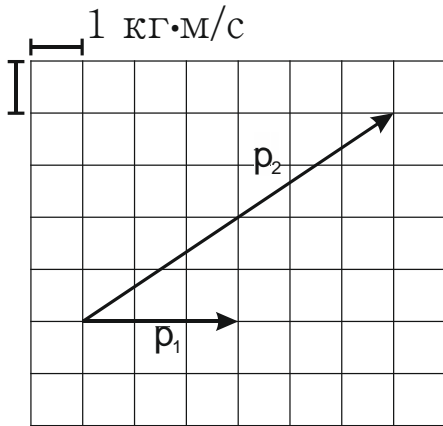
Задача 7. Импульс тела \vec{p}_1 изменился под действием кратковременного удара и стал равным \vec{p}_2 , как показано на рисунке.



В каком направлении действовала сила в момент удара?

Мы знаем, что второй закон Ньютона можно представить в виде $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ или $\Delta\vec{p} = \vec{F}_{cp} \Delta t$, $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$. Видно, что направление силы \vec{F}_{cp} совпадает с направлением изменения импульса $\Delta\vec{p}$, которое можно найти по правилу сложения векторов: $\vec{p}_2 = \vec{p}_1 + \Delta\vec{p}$, то есть в момент удара сила действует в направлении 3.

Задача 8. Теннисный мяч летел с импульсом \vec{p}_1 в горизонтальном направлении, когда теннисист произвел по мячу резкий удар длительностью $\Delta t = 0,1$ с. Изменившийся импульс мяча стал равным \vec{p}_2 (масштаб указан на рисунке). Чему равна средняя сила удара?



Подобно предыдущей задаче $\vec{F}_{ср}\Delta t = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$. Найдя величину и направление $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, и разделив на Δt , получим $\vec{F}_{ср}$.

Из рисунка видно, как найти $\Delta\vec{p}$ ($\vec{p}_1 + \Delta\vec{p} = \vec{p}_2$). В масштабе клеток $\Delta p^2 = 3_{к\ell}^2 + 4_{к\ell}^2 = 5_{к\ell}^2$; $\Delta p = 5_{к\ell} = 5 \cdot 1 \frac{кг\cdot м}{с} = \frac{5кг\cdot м}{с}$;
 $F_{ср} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{5кг\cdot м}{0,1} = 50 \frac{кг\cdot м\cdot с}{0,1\cdot с} = 50 Н$.

Задача 9. Материальная точка M движется по окружности со скоростью \vec{V} . На рис. 1 показан график зависимости V_τ от времени ($\vec{\tau}$ — единичный вектор положительного направления, V_τ - проекция \vec{V} на это направление). На рис. 2 укажите направление силы, действующей на т. M в момент времени t_1 .

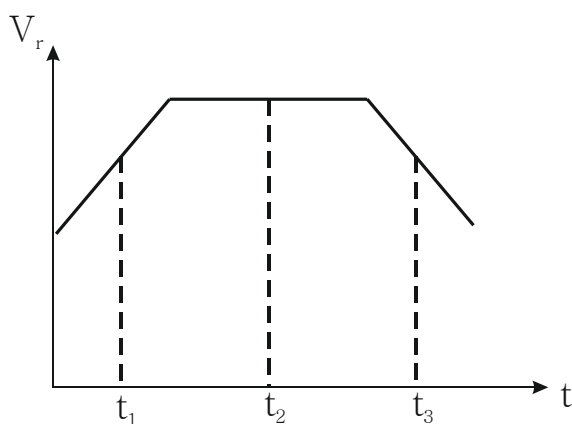


Рис. 1

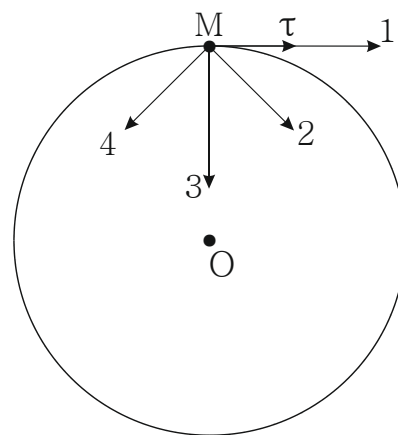
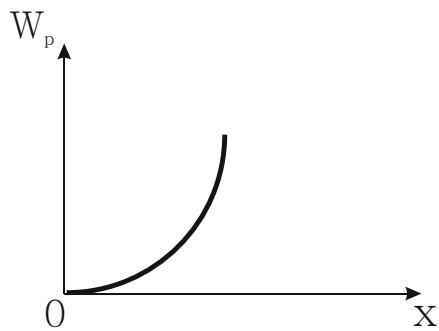


Рис. 2

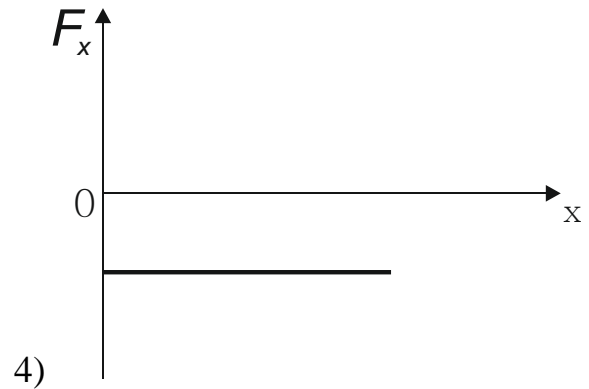
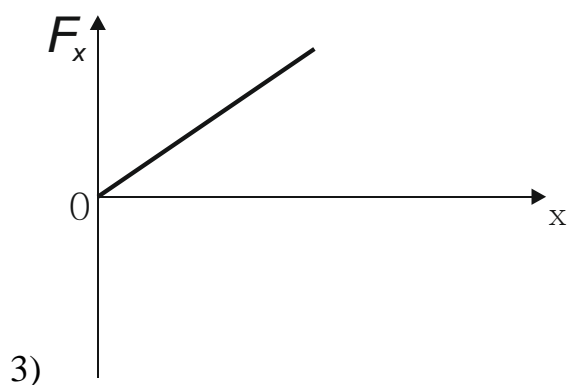
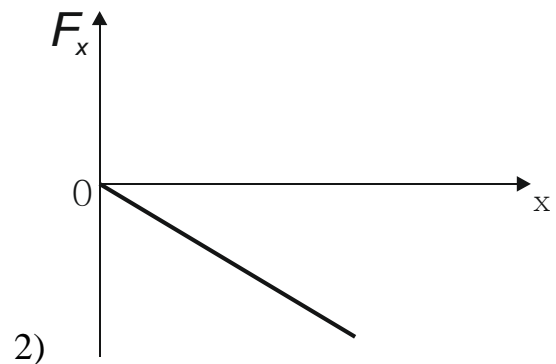
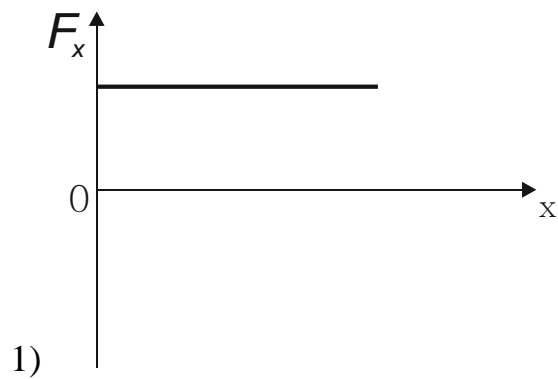
t_1 соответствует участку, где скорость увеличивается. С учетом того, что нормальное ускорение направлено к центру окружности, полное ускорение \vec{a} ($\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$) направлено по вектору 2.

На участке t_2 скорость не меняется, $\vec{a}_\tau = 0$, а тангенциальное при увеличении скорости полное ускорение $\vec{a} = \vec{a}_n$ и направлено по вектору 3. На участке t_3 , где скорость уменьшается, полное ускорение направлено, как направление 4 (тангенциальное ускорение противоположно скорости). Направление силы, как мы знаем, совпадает с направлением ускорения \vec{a} .

Задача 10. В потенциальном поле сила \vec{F} пропорциональна градиенту потенциальной энергии W_p . Если график зависимости потенциальной энергии W_p от координаты x имеет вид, представленный на рисунке,



то какой будет зависимость проекции силы F_x на ось?

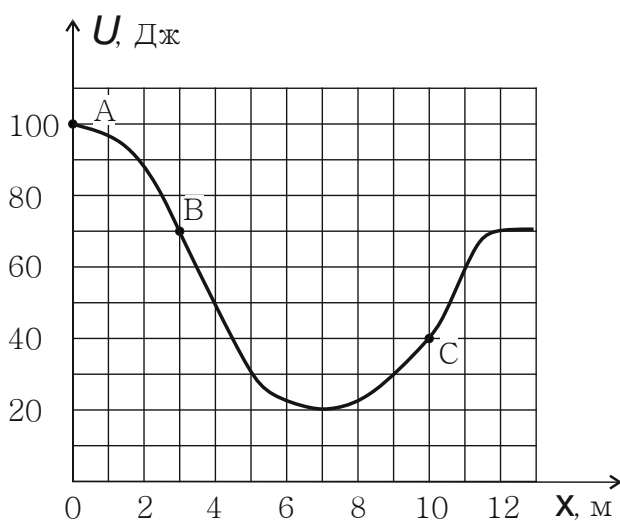


В потенциальном поле сила $\vec{F} = -gradW_p$, где W_p – потенциальная энергия. Проекции силы на оси x , y , z равны $F_x = -\frac{\partial W_p}{\partial x}$; $F_y = -\frac{\partial W_p}{\partial y}$; $F_z = -\frac{\partial W_p}{\partial z}$. Учитывая, что зависимость $W_p(x)$ похожа на αx^2 , и $F_x = -(\alpha x^2)'_x = -2\alpha x$, то зависимость проекции силы на ось X имеет вид 2.

Задача 11. Тело массой 2 кг поднято над Землей. Его потенциальная энергия 400 Дж. Если на поверхности Земли потенциальная энергия тела равна нулю и силами сопротивления воздуха можно пренебречь, то какой должна быть скорость, с которой оно упадет на Землю? (40 м/с, 20 м/с, 10 м/с, 14 м/с)

Тело массой $m = 2$ кг поднято над землей. Его потенциальная энергия равна 400 Дж. Считая, что на поверхности Земли потенциальная энергия равна 0 и отсутствует сопротивление воздуха, кинетическую энергию тела у поверхности земли найдем по формуле $\frac{mv^2}{2} = mgh = 400$ Дж. Отсюда $v^2 = 400$ (м/с)² и $v = 20$ м/с.

Задача 12. Небольшая шайба начинает движение без начальной скорости по гладкой ледяной горке из точки A . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Зависимость **потенциальной энергии** шайбы от координаты x изображена на графике $U(x)$.



Чему равно отношение кинетической энергии шайбы в точках C и B ?

Варианты:

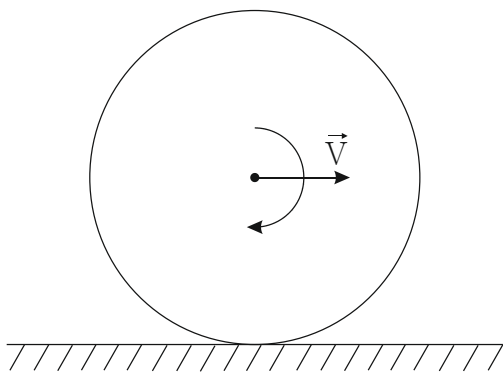
В 2 раза меньше, чем в точке B ; в 1,75 раза больше, чем в точке B ; в 1,75 раза меньше, чем в точке B ; в 2 раза больше, чем в точке B .

Если сопротивление движения шайбы не учитывать, то полная механическая энергия шайбы не меняется, т.е. в любой точке с координатами x она равна энергии в точке A .

Если в точке A движение без начальной скорости (кинетическая энергия равна 0), то полная энергия равна потенциальной энергии $E = 100$ Дж.

Если в точке B потенциальная энергия 70 Дж, то кинетическая энергия = 30 Дж, а в точке C потенциальная энергия равна 40 Дж и кинетическая энергия 60 Дж. Тогда кинетическая энергия в точке C в 2 раза больше, чем в точке B .

Задача 13. Обруч массой $m = 0,3$ кг и радиусом $R = 0,5$ м привели во вращение, сообщив ему энергию вращательного движения 1200 Дж, и опустили на пол так, что его ось вращения оказалась параллельной плоскости пола. Если обруч начал двигаться без проскальзывания, имея кинетическую энергию поступательного движения 200 Дж, то какую работу совершила сила трения?



Полная кинетическая энергия обруча равна сумме кинетической энергии поступательного движения $W_{кин. пост.} = \frac{mv^2}{2}$ (v — скорость центра масс) и кинетической энергии вращательного движения $W_{кин. вр.} = \frac{I_C \omega^2}{2}$, где

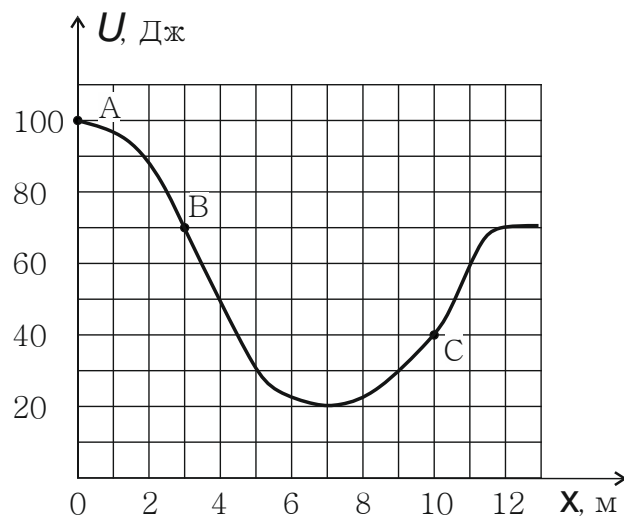
I_c — момент инерции обруча относительно оси, проходящей через точку

C . Для обруча $I_c = mR^2$, т.е. $W_{кин.} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2\omega^2}{2}$.

При движении без проскальзывания $v = \omega R$, $W_{кин.} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$.

Таким образом, в этом случае кинетическая энергия поступательного движения равна кинетической энергии вращательного движения. Если при движении обруч имеет кинетическую энергию поступательного движения равную 200 Дж, то энергия вращательного движения тоже равна 200 Дж. Полная кинетическая энергия равна 400 Дж, т.е. за счет трения теряется энергия равная 800 Дж. Таким образом, работа силы трения равна 800 Дж.

Задача 14. Небольшая шайба начинает движение без начальной скорости по гладкой ледяной горке из точки A . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Зависимость **потенциальной энергии** шайбы от координаты x изображена на графике $U(x)$.



Чему равно отношение скорости шайбы в точке C к скорости шайбы в точке B ?

Эта задача похожа на задачу 12. Точке A полная энергия равна потенциальной, равной 100 Дж, в точке B кинетическая энергия равна $W_{кин.} = 100 - 70 = 30$ Дж, в точке C $W_{кин.} = 100 - 40 = 60$ Дж. При этом $W_{Вкин.} = \frac{mv_B^2}{2}$, $W_{Скин.} = \frac{mv_C^2}{2}$ и $W_{Скин.} = 2W_{Вкин.}$ и $\frac{mv_C^2}{2} = 2\frac{mv_B^2}{2} \Rightarrow v_C^2 = 2v_B^2$ или $v_C = \sqrt{2}v_B$, то есть в точке C в $\sqrt{2}$ раз больше, чем в точке B .

Задача 15. Сплошной и полый цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания на горку. Если начальные скорости тел одинаковы, то какой цилиндр поднимается выше?

Варианты:

выше поднимется полый цилиндр; оба тела поднимутся на одну и ту же высоту; выше поднимется сплошной цилиндр.

Кинетическая энергия вращательного движения тела $W_{кин.} = W_{кин.пост. д.в.} + W_{кин.вр. д.в.}$ является суммой кинетических энергий поступательного движения центра масс тела и кинетической энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр масс – $W_{кин.пост. д.в.} = \frac{mv_c^2}{2}$,
 $W_{кин.вр. д.в.} = \frac{I_c \omega^2}{2}$.

Для обоих тел кинетическая энергия поступательного движения одинакова (скорость тел одинакова), а кинетическая энергия вращательного движения полого цилиндра больше, т.к. при одинаковых массах и радиусах его момент инерции в 2 раза больше. Т.е. полый цилиндр поднимется.

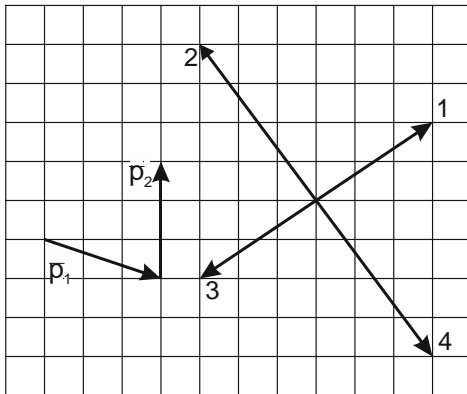
Задача 17. Космический корабль с двумя космонавтами летит со скоростью $V=0,8c$ (c — скорость света в вакууме). Один из космонавтов медленно поворачивает метровый стержень из положения 1, параллельного направлению движения, в положение 2, перпендикулярное этому направлению. Какой будет длина стержня с точки зрения другого космонавта?

(равна 1,0 м при любой его ориентации; изменится от 0,6 м в положении 1; до 1,0 м в положении 2).

Чтобы ни делал один из космонавтов со стержнем, его длина с точки зрения другого космонавта не меняется, т.к. событие происходит и наблюдается в одной и той же системе отсчета.

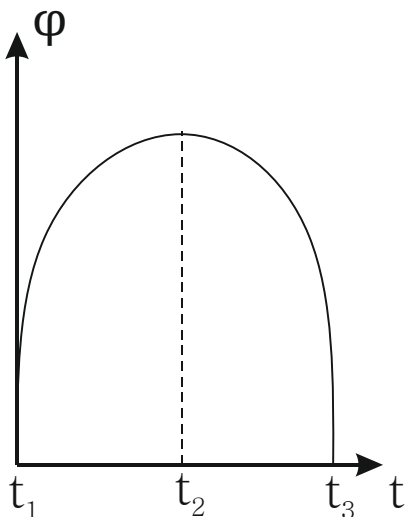
Задачи для самостоятельного решения

1. Импульс тела \vec{p}_1 изменился под действием кратковременного удара и стал равным \vec{p}_2 , как показано на рисунке.



В каком направлении при этом действовала сила удара?

2. Материальная точка вращается по окружности. Зависимость величины углового перемещения φ от времени t изображена на рисунке.



В какой момент времени угловая скорость ω точки равна нулю?

3. Материальная точка M движется по окружности со скоростью \vec{V} . На рис. 1 показан график зависимости проекции скорости V_τ от времени (\vec{e} — единичный вектор положительного направления, V_τ — проекция \vec{V} на это направление). Какие условия при этом выполняются для нормального a_n и тангенциального a_τ ускорения?

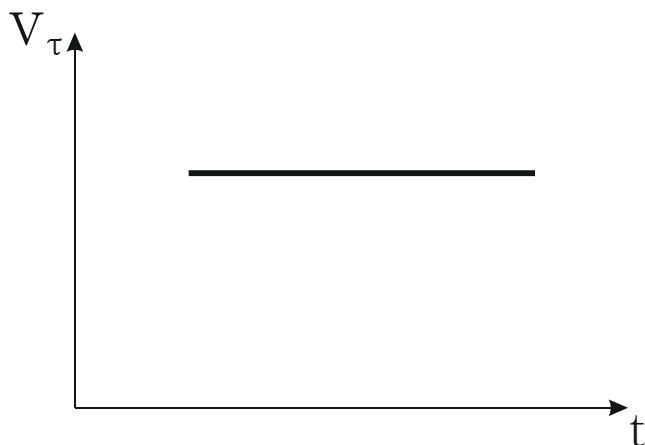
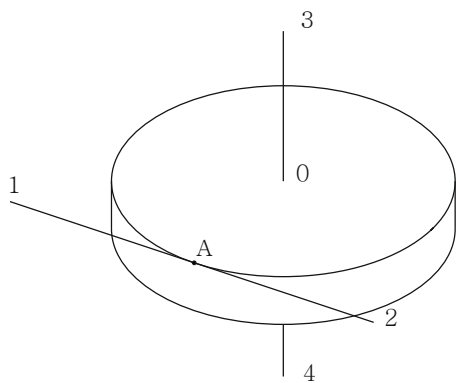
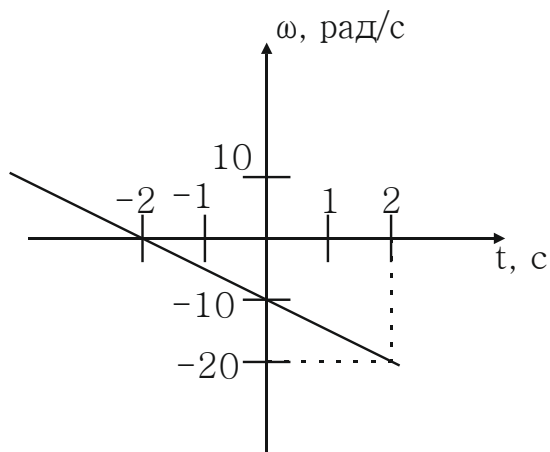


Рис. 1

4. Диск радиуса R вращается вокруг вертикальной оси равноускоренно по часовой стрелке. Укажите направление вектора углового ускорения.

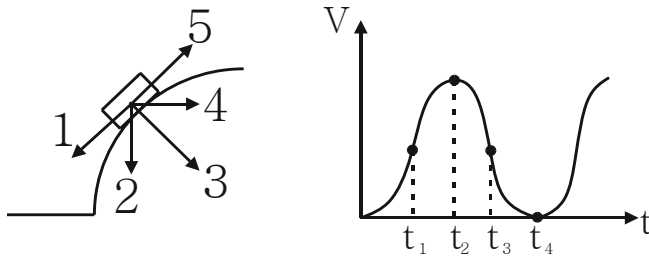


5. Тело вращается вокруг неподвижной оси. Зависимость угловой скорости от времени $\omega(t)$ приведена на рисунке.



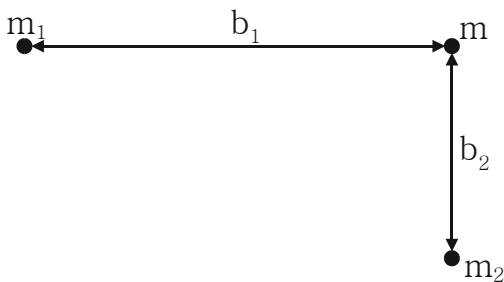
Чему равно тангенциальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения?

6. Величина скорости автомобиля изменялась во времени, как показано на графике зависимости $V(t)$. В момент времени t_2 автомобиль поднимался по участку дуги.



Направление результирующей всех сил, действующих на автомобиль в этот момент времени, правильно отображает вектор...?

7. Если точечная масса m находится в вершине прямого угла прямоугольного треугольника с катетами b_1 и b_2 , то чему равна сила, действующая на нее со стороны точечных масс m_1 и m_2 , расположенных в вершинах острых углов этого треугольника?



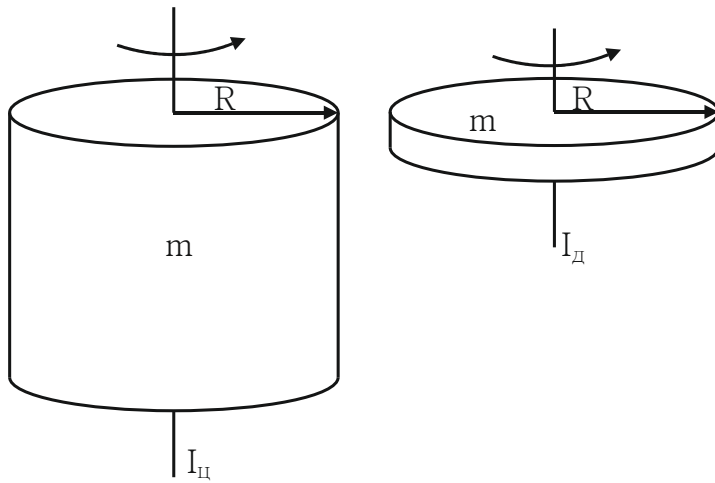
$$1) F = G \frac{m(m_1 + m_2)}{b_1^2 + b_2^2};$$

$$2) F = Gm \sqrt{\left(\frac{m_1}{b_1^2}\right)^2 + \left(\frac{m_2}{b_2^2}\right)^2};$$

$$3) F = Gm \left(\frac{m_1}{b_1^2} + \frac{m_2}{b_2^2} \right);$$

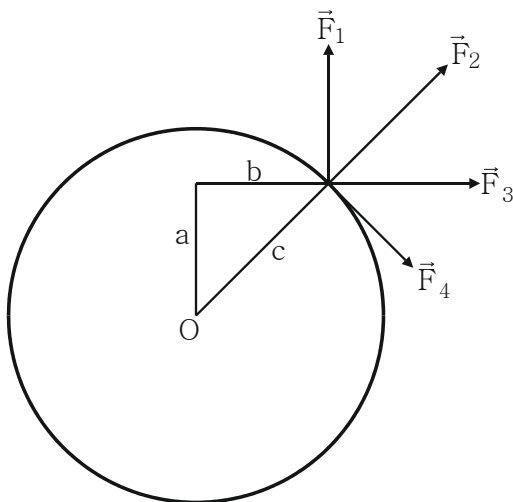
$$4) F = G \frac{m(m_1 + m_2)}{(b_1 + b_2)^2}.$$

8. Диск и цилиндр имеют одинаковые массы и радиусы (рис.).

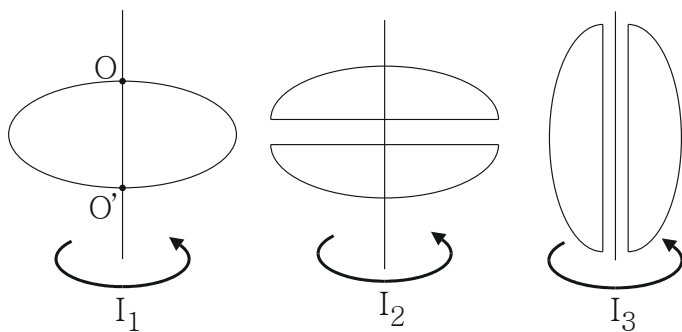


Какое соотношение справедливо для их моментов инерции?

9. К точке, лежащей на внешней поверхности диска, приложены 4 силы. Если ось вращения проходит через центр O диска перпендикулярно плоскости рисунка, то плечо силы F_1 равно...

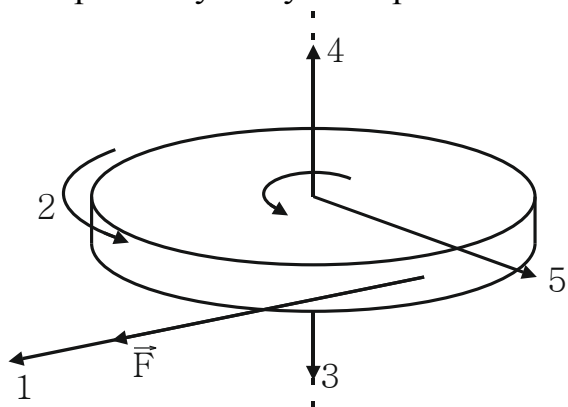


10. Из жести вырезали три одинаковые детали в виде эллипса. Две детали разрезали пополам вдоль разных осей симметрии. Затем все части отодвинули друг от друга на одинаковое расстояние и расставили симметрично относительно оси OO' .

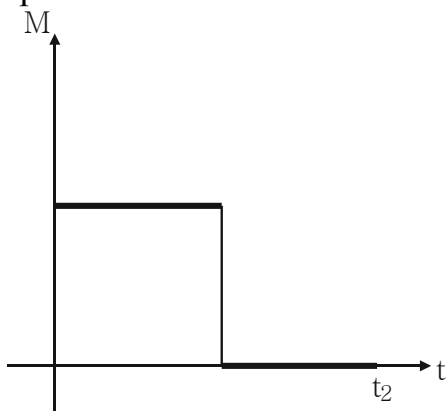


Для моментов инерции относительно оси OO' справедливо соотношение...

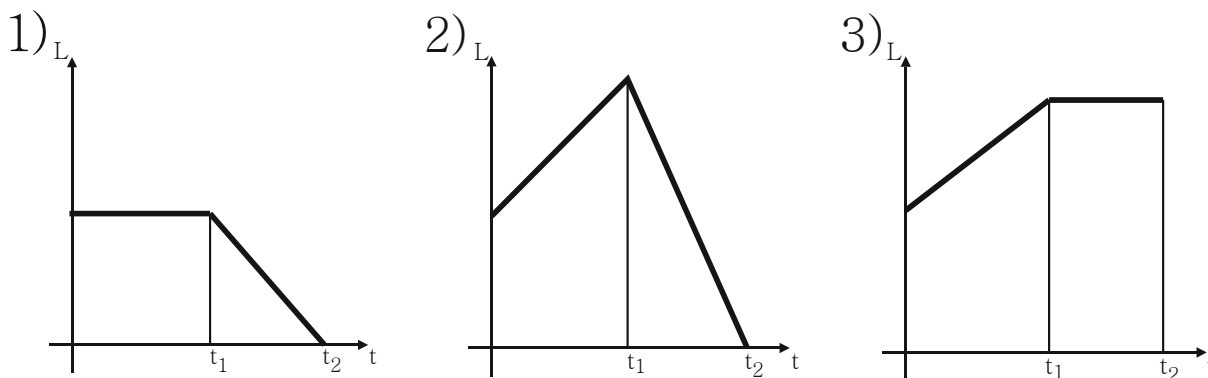
11. Колесо вращается так, как показано на рисунке внутренней стрелкой. К ободу колеса приложена сила, направленная по касательной. Правильно изображает угловую скорость вектор...



12. Диск вращается равномерно с некоторой угловой скоростью ω . Начиная с момента времени $t = 0$, на него действует момент сил, график временной зависимости которого представлен на рисунке.



Укажите график, правильно отражающий зависимость момента импульса диска от времени.

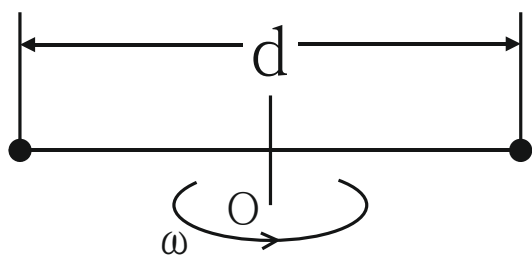


13. Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$. Если зависимость скорости тела имеет вид $\vec{v} = t^2\vec{i} + t^3\vec{j}$, то чему равна мощность, развиваемая силой в момент времени τ ?

14. Два тела с одинаковой массой движутся с одинаковыми скоростями. Первое катится, второе скользит. При ударе о стенку тела останавливаются. При ударе какого тела выделится больше тепла?

15. Тело массой 1 кг разгоняется под действием постоянной силы из состояния покоя до скорости 4 м/с. При этом сила совершает работу...

16. Два маленьких массивных шарика закреплены на концах невесомого стержня длины d . Стержень может вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Стержень раскрутили до угловой скорости ω_1 . Под действием трения стержень остановился, при этом выделилось тепло Q_1 .

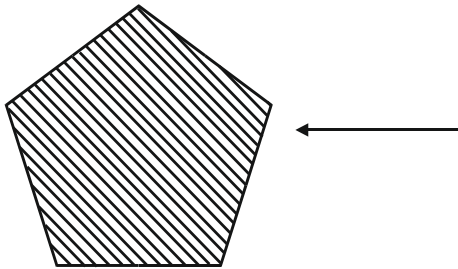


Если стержень раскручен до угловой скорости $\omega_2 = 2\omega_1$, то при остановке стержня выделится тепло Q_2 . Как соотносятся Q_1 и Q_2 ?

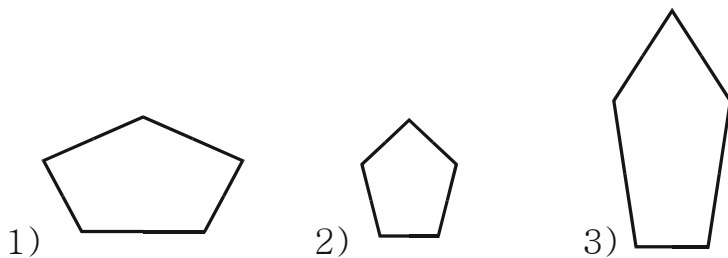
17. Два тела двигались к стенке с одинаковыми скоростями и при ударе остановились. Первое тело катилось, второе скользило. Если при ударе выделилось одинаковое количество тепла, то масса какого тела больше?

18. Шарик массой m упал с высоты h на стальную плиту и упруго отскочил на такую высоту вверх. Чему равно изменение импульса шарика в результате падения?

19. На борт космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры.



Из-за релятивистского сокращения длины эта фигура изменяет свою форму. Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке...



20. Человек сидит в центре вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси карусели и держит в руках длинный шест за его середину. Если он повернет шест из горизонтального положения в вертикальное, как изменится при этом частота вращения?

21. Каким соотношением определяется кинетическая энергия релятивистской частицы, движущейся со скоростью v ?

Варианты ответа:

$$1) E_K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2; \quad 2) E_K = m_0 c^2; \quad 3) E_K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

Что определяют другие соотношения?

2. Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика.

1. идеальный газ;

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где p, V, T — давление, объем и термодинамическая температура газа, m, μ — масса и молярная масса газа, $R = 8,31441$ Дж/(моль·К) — газовая постоянная.

Закон Дальтона для смеси идеальных газов $p = \sum_{i=1}^n p_i$, где p_i — давление i -ого газа (парциальное давление).

Число степеней свободы равно числу независимых координат, определяющих положение системы. В случае молекулы существует три поступательные степени свободы ($i_{\text{пост}} = 3$), определяющие положение центра масс в пространстве. Кроме этого, если атомов в молекуле больше одного и они жестко связаны между собой, то можно ввести вращательные степени свободы. Их число зависит от числа атомов в молекуле: для двухатомной $i_{\text{вращ}} = 2$, для трех и более атомной молекулы $i_{\text{вращ}} = 3$. Если атомы испытывают колебательные движения относительно друг друга, то на каждое независимое колебание надо ввести колебательную степень свободы $i_{\text{кол}}$. Больцман высказал гипотезу, что на каждую степень свободы приходится в среднем энергия $\frac{1}{2} kT$, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. Однако на каждую колебательную степень свободы должно приходиться в два раза больше средней энергии — kT . Теперь можно ввести число $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{кол}}$, и тогда на одну молекулу в среднем приходится ‘энергия, равная $\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT$. Умножая $\langle \varepsilon \rangle$ на число молекул в газе $\frac{m}{\mu} N_A$, получаем внутреннюю энергию газа

$$U = E = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT. \quad (6)$$

В настоящее время физики выяснили, что гипотеза Больцмана имеет ограниченное применение. При малых абсолютных температурах T

молекулы обладают только поступательным движением, затем начинают включаться вращательные движения и только потом — колебательные. При комнатных температурах колебательными степенями свободы можно пренебречь. Поэтому в этом случае число i является просто суммой поступательных и вращательных степеней свободы (см. таблицу).

Таблица

число атомов в молекуле	вращательные степени свободы	i
1	0	3
2	2	5
$N \geq 3$	3	6

2. первое начало термодинамики;

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (7)$$

где δQ — тепло, поступающее в систему, dU — изменение внутренней энергии системы, δA — работа, совершаемая системой над внешними силами. Для этих величин справедливы следующие формулы:

$$\delta Q = C \frac{m}{\mu} dT = cm dT;$$

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT;$$

$$\delta A = p dV.$$

Здесь C — молярная теплоемкость (теплоемкость 1 моля газа), c — удельная теплоемкость (теплоемкость единицы массы газа), dT — малое изменение температуры газа. Молярная и удельная теплоемкости связаны соотношением $c = C/\mu$. Если изменение температуры не бесконечно малое, то после интегрирования уравнение (7) переходит в

$$Q = \Delta U + A.$$

Так как внутренняя энергия зависит только от состояния, в котором находится система, то изменение внутренней энергии ΔU не зависит от того, как система переходит от одного состояния к другому. Однако теплота и работа зависят от процессов перехода.

Обычно рассматривают четыре процесса перехода.

а). Изохорический процесс ($V = \text{const}$). Так как объем постоянен, то его изменение равно нулю, и система не совершает работы ($dA = 0$). Отсюда уравнение (7) превращается в

$$\delta Q = dU.$$

Подставляем формулы для левой и правой частей уравнения и получаем молярную теплоемкость при постоянном объеме (индекс V обозначает, что процесс проходит при постоянном объеме):

$$C_V = \frac{i}{2} R.$$

б). Изобарический процесс ($p = \text{const}$). В этом процессе необходимо учесть работу газа. Продифференцируем обе части уравнения Клапейрона—Менделеева и учтем, что $dp = 0$. Тогда

$$\delta A = p dV = \frac{m}{\mu} R dT.$$

Подставляя эту формулу в первое начало термодинамики, получаем

$$\frac{m}{\mu} C_p dT = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT + \frac{m}{\mu} R dT.$$

Отсюда

$$C_p = \frac{i + 2}{2} R.$$

Изотермический процесс ($T = \text{const}$). В этом случае внутренняя энергия идеального газа не изменяется. То есть первое начало термодинамики выглядит так:

$$\delta Q = \delta V,$$

или все поступающее тепло переходит в работу. И работа вычисляется по общей формуле с учетом уравнения Клапейрона—Менделеева

$$A_T = \int_{v_1}^{v_2} p dV = \int_{v_1}^{v_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right).$$

Адиабатический процесс — система теплоизолирована ($\delta Q = 0$).

Первое начало в этом случае суть:

$$0 = \Delta U + A,$$

или

$$A_{\text{ад}} = -\frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1).$$

Для адиабатического процесса выполняется уравнение Пуассона

$$pV^\gamma = \text{const},$$

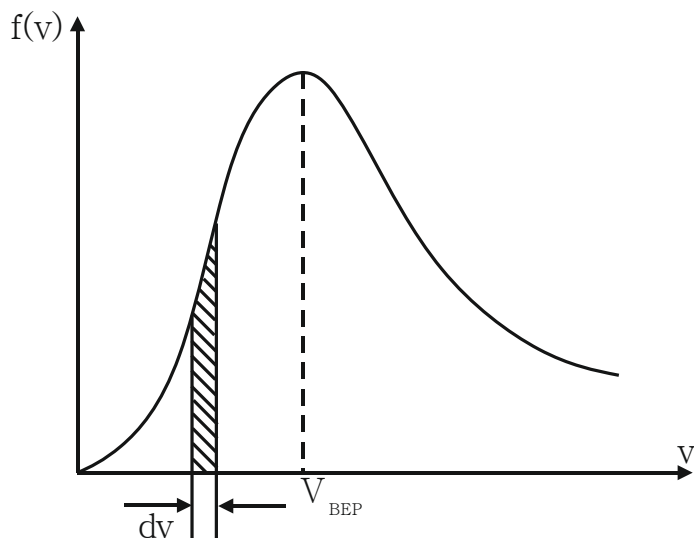
где $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}$ — показатель адиабаты.

3. распределение Максвелла и Больцмана;

Функция распределения Максвелла по модулю скорости

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right),$$

где m — масса молекулы, $\int_0^\infty f(v) dv = 1$. График функции $f(v)$ приведен на рисунке.



Наиболее вероятная скорость молекул

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}.$$

Средняя скорость молекул

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\int_0^{\infty} v^2 f(v) dv} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Распределение Больцмана молекул во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_p}{kT}\right),$$

где n — концентрация молекул, обладающих потенциальной энергией E_p ,
 n_0 — концентрация молекул с нулевой потенциальной энергией.

Если молекулы находятся в поле силы тяжести и температура не зависит от высоты, то из распределения Больцмана получается барометрическая формула:

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right),$$

где, p — давление на высоте h , p_0 — давление на высоте $h = 0$,
 $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

4. второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы.

Формулировка Кельвина второго начала: невозможны процессы, единственным конечным результатом которых было бы превращение тепла целиком в работу.

Циклом называется процесс, в котором начальное и конечное состояния совпадают.

КПД тепловой машины $\eta = A/Q_1 = 1 - Q_2/Q_1$, где Q_1 — тепло, полученное рабочим телом от нагревателя, Q_2 — тепло, переданное рабочим телом холодильнику, A — работа, совершаемая рабочим телом.

КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 — температуры нагревателя и холодильника.

Изменение энтропии переходе системы из состояния 1 в состояние 2

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

5. явление переноса.

Средняя длина пробега молекулы газа

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n},$$

где σ — эффективный диаметр молекулы, n — концентрация молекул.

Масса, переносимая через площадь dS за время dt в направлении x :

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS dt,$$

где $\frac{d\rho}{dx}$ — градиент плотности, $D = \bar{v}\bar{\lambda}/3$ — коэффициент диффузии.

Сила внутреннего трения газа

$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{dv}{dz} dS,$$

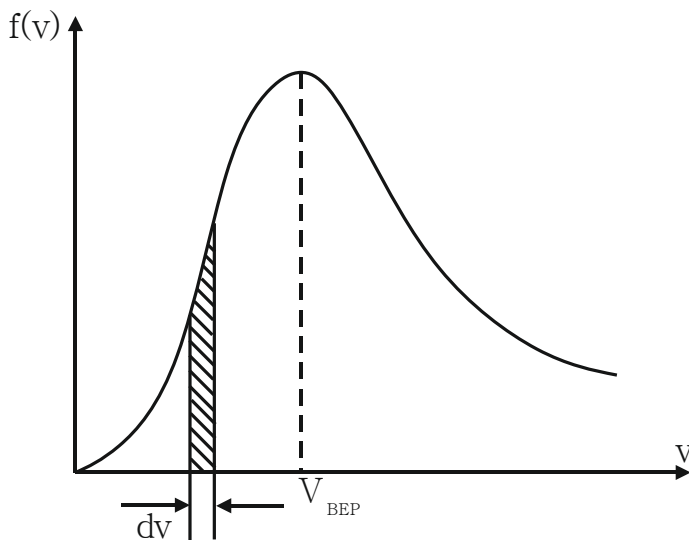
где $\frac{dv}{dz}$ — градиент скорости в направлении, ортогональном направлению движения газа x , $\eta = \bar{v}\bar{\lambda}\rho/3 = D\rho$ — коэффициент вязкости.

Количество теплоты, переносимого через площадь dS за время dt в направлении x :

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dx} dS dt,$$

где $\frac{dT}{dx}$ — градиент температуры, $\kappa = \bar{v}c_V\bar{\lambda}/3 = \eta c_V$ — коэффициент диффузии.

Задача 1. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$ — доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала.



Какое из приведенных ниже утверждений является правильным?

1) с ростом температуры максимум кривой смещается вправо; 2) с ростом температуры площадь под кривой растет; 3) с ростом температуры величина максимума растет; 4) с ростом температуры максимум кривой смещается влево.

Здесь $f(v)dv = \frac{dN(v)}{Ndv} \cdot dv = \frac{dN(v)}{N}$ — равно относительному числу молекул со скоростями от v до $v + dv$, интеграл $\int_0^\infty f(v)dv = 1$, т. к. число молекул со скоростями от 0 до бесконечности равно общему числу

молекул N , соответствует площади под кривой и не зависит от состояния газа. Максимум кривой соответствует наиболее вероятной скорости молекул.

$v_{\text{наибол. величина}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$; M – молярная масса, m_0 – масса одной молекулы.

Из формулы выше видно, что с ростом температуры максимум кривой смещается вправо.

Задача 2. Известно, что кинетическая энергия молекул газа зависит от числа степеней свободы молекулы. Чему равняется средняя энергия молекул азота (N_2) при условии, что имеют место только поступательное и вращательное движение молекул.

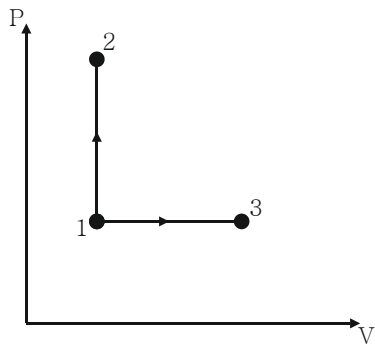
Задача 3. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$. Здесь $i = n_{\text{п}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{к}}$, где $n_{\text{п}}$, $n_{\text{вр}}$ и $n_{\text{к}}$ — число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. Чему равно число степеней свободы для гелия (He)?

Задача 4. Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре T равна $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$. Здесь $i = i_{\text{п}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{к}}$, где $i_{\text{п}}$, $i_{\text{вр}}$ и $i_{\text{к}}$ — число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. Чему равно число i при условии, что имеют место только поступательное и вращательное движение, для водяного пара (H_2O)?

При ответе на вопросы задач 2 – 4 следует помнить, что число степеней свободы для одноатомного газа равно 3, для двухатомного – 5, а для трехатомного – 6. Во всех этих случаях атомы имеют три поступательные степени свободы.

Инертные газы (гелий) — одноатомные, водород, кислород, азот — двухатомные, водяной пар – трехатомный. Во всех этих вопросах предполагается, что колебательное движение не учитывается.

Задача 5. На графике рисунков представлено 2 процесса: 1 – 2 и 1 – 3 равны C_1 и C_2 соответственно.



Здесь процесс 1 – 2 изохорный ($V = const$); процесс 1 – 3 изобарный ($p = const$).

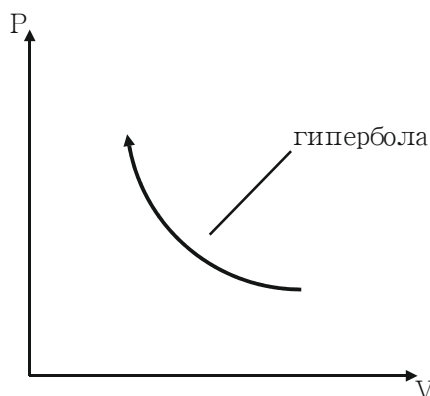
Молярная теплоемкость в изобарном процессе $C_{Mp} = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2} = C_2$.

Гелий – атомный газ ($i = 3$).

Для гелия $i = 3$, $C_2 = \frac{5}{2}R$, $C_1 = \frac{3}{2}R$. $\frac{C_1}{C_2} = \frac{3}{2}R \div \frac{5}{2}R = \frac{3}{5}$.

Ответ: $\frac{C_1}{C_2} = \frac{3}{5}$.

Задача 6. Исходя из первого начала термодинамики, указать характеристики процесса в идеальном газе, график которого представлен на рисунке.



1) $Q < 0$, $A < 0$, $\Delta U = 0$;

2) $Q < 0$, $A > 0$, $\Delta U = 0$;

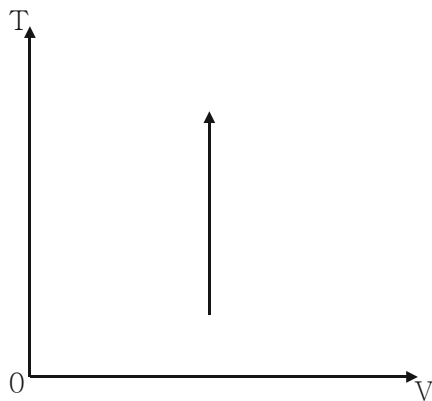
3) $Q > 0$, $A > 0$, $\Delta U = 0$;

$$4) Q > 0, \quad A < 0, \quad \Delta U = 0.$$

Из первого начала термодинамики $Q = \Delta U + A$. При изотермическом процессе $\Delta U=0$, откуда $Q = A$. Для изотермического процесса $A = NkT(\ln \frac{V_2}{V_1})$, где N – число частиц газа, T – температура, k – постоянная Больцмана, V_2 и V_1 – объем газа в конце и в начале процесса. Отсюда $A < 0$.

$$\text{Ответ: } Q < 0, \quad A < 0, \quad \Delta U = 0.$$

Задача 7. Какие соотношения в соответствии с первым началом термодинамики справедливы для процесса в идеальном газе, график которого представлен на рисунке?



$$1) Q > 0, \quad A = 0, \quad \Delta U > 0;$$

$$2) Q < 0, \quad A = 0, \quad \Delta U < 0;$$

$$3) Q < 0, \quad A = 0, \quad \Delta U > 0;$$

$$4) Q > 0, \quad A = 0, \quad \Delta U < 0.$$

Процесс, описываемый этим графиком, является изохорным ($V = const$). В соответствии с уравнением Менделеева – Клайперона $pV = \frac{m}{M}RT \rightarrow p \frac{mR}{MV} \cdot T = \alpha T$ давление растет с температурой. Из графика следует, что температура увеличивается, а, следовательно, увеличивается и давление.

$$\text{Из первого начала термодинамики } Q = \Delta U + A.$$

Работа A ($dA = pdV$) равна нулю, т.к. объем не меняется ($dV = 0$), внутренняя энергия газа $U = \nu \frac{i}{2} RT$, как видим, с ростом T растет, соответственно, т.к. $\Delta U > 0$, то и $Q > 0$.

Таким образом, ответ: $Q > 0$, $A = 0$, $\Delta U > 0$.

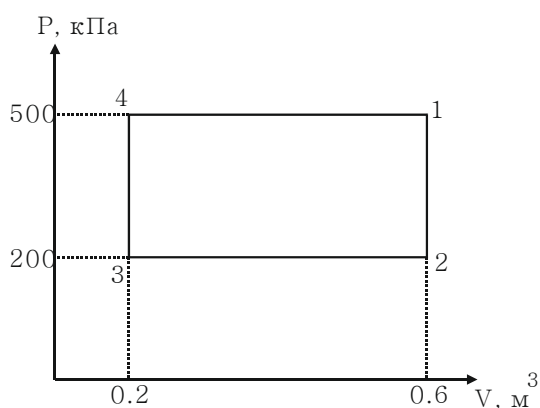
Задача 8. Пусть ΔU — изменение внутренней энергии идеального газа, A — работа газа, Q — теплота, сообщаемая газу, то какие соотношения справедливы для адиабатического расширения газа?

- 1) $Q = 0$, $A > 0$, $\Delta U < 0$;
- 2) $Q > 0$, $A > 0$, $\Delta U = 0$;
- 3) $Q = 0$, $A < 0$, $\Delta U > 0$;
- 4) $Q < 0$, $A < 0$, $\Delta U = 0$.

Из первого начала термодинамики $Q = \Delta U + A$ следует, что при адиабатическом процессе, когда $Q = 0 \rightarrow A = -\Delta U$. При адиабатическом расширении газа его температура уменьшается, (уравнение адиабаты $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$ или $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$) и, следовательно, $\Delta U < 0$ (внутренняя энергия уменьшается $U = \frac{i}{2} \nu RT$). Т.к. $\Delta U < 0$, то $A > 0$.

Соответственно правильный вариант ответа: $Q = 0$, $A > 0$, $\Delta U < 0$.

Задача 9. Пусть диаграмма циклического процесса для идеального одноатомного газа имеет вид, представленный на рисунке. Чему равно отношение работы при нагревании газа к работе при охлаждении?

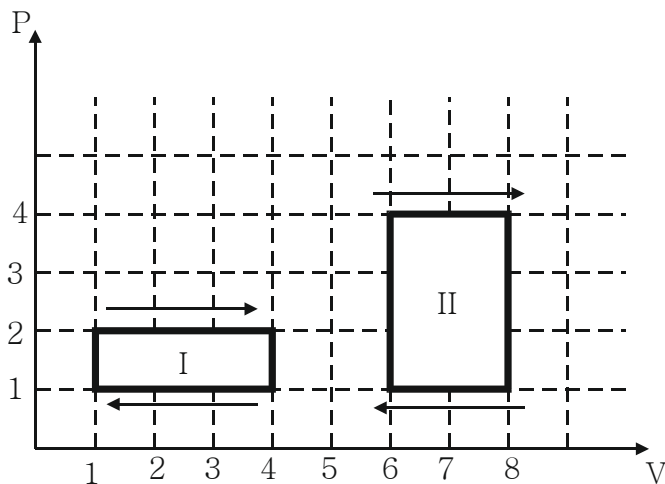


Работа газа $dA = pdV$. Работа при нагревании газа соответствует площади под прямой 4 – 1
 $A_{нагр} = 500 \cdot 10^3 \text{Па} \cdot (0,6 - 0,2) \text{м}^3 = 0,4 \cdot 500 \cdot 10^3 = 200 \cdot 10^3 \text{Дж}$.

Работа при охлаждении газа соответствует площади под прямой 3 – 2
 $A_{охл} = 200 \cdot 10^3 \text{Па} \cdot (0,6 - 0,2) \text{м}^3 = 80 \cdot 10^3 \text{Дж}$, тогда $A_{нагр}/A_{охл} = \frac{200 \cdot 10^3 \text{Дж}}{80 \cdot 10^3 \text{Дж}} = 2,5$.

Отношение работ равно 2,5.

Задача 10. На представленной диаграмме изображены два циклических процесса.

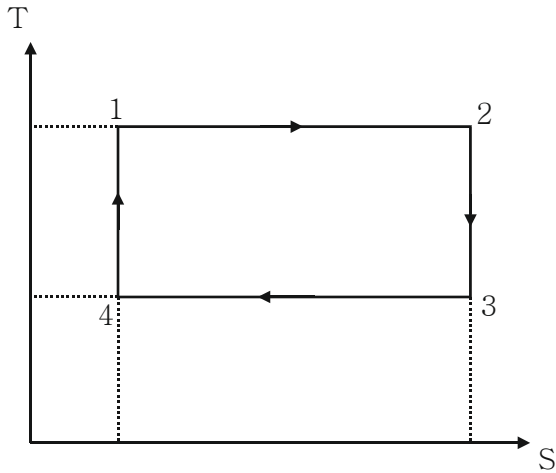


Чему равно соотношение работ A_I/A_{II} , совершенных в этих циклах?

На диаграмме (P, V) изображены два циклических процесса. Нужно найти отношение работ, совершенных в этих циклических процессах.

В координатах P, V работа равна площади цикла. В I – это 3 клетки, в II – 6 клеток, т.е. $\frac{A_1}{A_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Задача 11. На рисунке изображен цикл Карно в координатах (T, S) , где S – энтропия. На каком этапе происходит адиабатное сжатие?



Энтропия изолированной термодинамической системы в ходе обратимого процесса не меняется (остается постоянной).

Изменение энтропии в ходе процесса для идеального газа:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\varepsilon Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \varepsilon A}{T} = \frac{m}{M} C_1 \int_1^2 \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_1^2 \frac{dV}{V}.$$

Для адиабатического процесса $\Delta S = 0, S = const$.

При изотермическом процессе ($T_1 = T_2$), $\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}$.

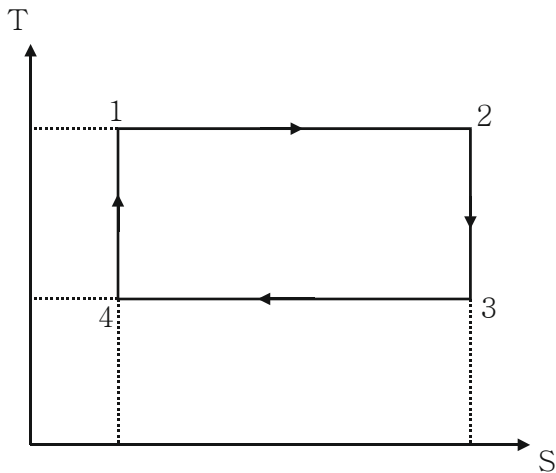
При изохорном процессе ($V_1 = V_2$).

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Исходя из этого, можно заключить, что

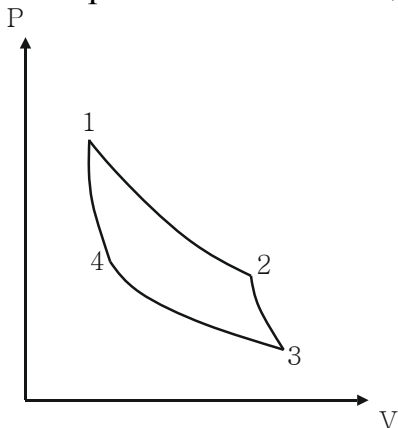
адиабатический процесс имеет место на участке $2 - 3$ и $4 - 1$. При этом сжатие на участке $4 - 1$, т. к. в соответствии с уравнением $TV^{\gamma-1} = const$ для адиабатического процесса с уменьшением объема увеличивается температура.

Задача 12. На рисунке изображен цикл Карно в координатах (T, S) , где S – энтропия. На каком участке теплота подводится к системе?



Как известно, $dS = \frac{\delta Q}{T}$ или $\delta Q = TdS$. Тепло подводится к системе, когда $dS > 0$ (соответственно, $dQ > 0$). Приращение $\Delta S > 0$ на участке $1 - 2$, $\Delta S < 0$ на участке $3 - 4$, $\Delta S = 0$ на участках $2 - 3$ и $4 - 1$. Следовательно, на участке $1 - 2$ теплота подводится к системе.

Задача 13. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно (две изотермы $1 - 2$ и $3 - 4$ и две адиабаты $2 - 3$ и $4 - 1$).



Что происходит с энтропией в процессе адиабатического расширения $2 - 3$?

Изменение энтропии в процессе идеального газа:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T} = \frac{m}{M} C_1 \int_1^2 \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_1^2 \frac{dV}{V}.$$

Для адиабатического процесса $\Delta S = 0$, $S = const$. При изотермическом процессе ($T_1 = T_2$), $\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1}$. При изохорном процессе ($V_1 = V_2$), $\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$. Таким образом, на участке 2 – 3 энтропия не меняется.

В следующих задачах (14 – 19) нужно объяснить, что происходит с энтропией системы в разного рода процессах.

Задача 14. Как ведет себя энтропия изолированной термодинамической системы в ходе обратимого процесса?

Задача 15. Что происходит с энтропией в процессе изобарического нагревания постоянной массы идеального газа?

Задача 16. Что происходит с энтропией в процессе обратимого адиабатического нагревания постоянной массы идеального газа?

Задача 17. Что происходит с энтропией при поступлении в неизолированную термодинамическую систему тепла в ходе необратимого процесса?

Задача 18. Что происходит с энтропией неизолированной термодинамической системы в процессе плавления вещества?

Задача 19. Что можно сказать об изменении энтропии и температуры при адиабатическом расширении идеального газа?

Задача 20. В изотермическом процессе газу было передано 3 кДж теплоты. Какая при этом была совершена работа?

В соответствии с первым началом термодинамики в таком процессе изменение внутренней энергии равно нулю. Следовательно, работа равна сообщенному количеству теплоты.

В объяснениях к вопросам 11 – 13 приводятся соотношения, показывающие изменение энтропии в адиабатическом, изотермическом, изохорном процессах. Следует также помнить, что из уравнения Менделеева — Клайперона видно, что в изохорном процессе давление растет пропорционально росту температуры, а в изобарном процессе такая же зависимость между объемом и температурой.

Нужно также помнить, что:

- для обратимых процессов изменение энтропии равно нулю;
- энтропия системы, совершающей необратимый процесс, растет;
- эти утверждения справедливы только для замкнутых систем, т.к. для системы, имеющей возможность обмениваться энергией с внешней средой, энтропия может как увеличиваться, так и уменьшаться;
- адиабатический обратимый процесс протекает при постоянной энтропии;
- при изотермическом процессе энтропия растет с увеличением объема;
- при изохорном процессе – растет с ростом температуры;
- фазовые переходы первого, рода (плавление, кристаллизация) характеризуются постоянством температуры, изменением объема и энтропии; при плавлении вещества происходит переход от более упорядоченного состояния (кристаллической решетки) в менее упорядоченное жидкое состояние, т.е. энтропия увеличивается.

3. Электричество и магнетизм:

1. электростатическое поле. Заряд. Напряженность электростатического поля;

Закон Кулона. Сила взаимодействия двух тел.

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2},$$

где q_1 и q_2 — электрические заряды МТ, r — расстояние между МТ, $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Напряженность электрического поля суть:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где q — заряд, на который действует сила \vec{F} .

Разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q},$$

где A — работа, совершаемая над зарядом q .

2. теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме;

Поток вектора напряженности через замкнутую поверхность

$$\Phi = \oiint \vec{E} d\vec{S}$$

Теорема Гаусса для электростатического поля

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$$

где q_i — заряды, расположенные внутри области, ограниченной замкнутой поверхностью.

Циркуляция вектора напряженности в электростатическом поле (интеграл по замкнутому пути)

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

3. связь напряженности и потенциала;

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi = -\text{grad}\varphi,$$

где $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$ — оператор набла.

4. магнитные поля системы токов;

Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I [d\vec{l} \times \vec{r}].$$

Здесь $d\vec{B}$ — вектор магнитной индукции, создаваемой элементом тока $I d\vec{l}$. \vec{r} — радиус-вектор, проведенный от элемента тока до точки наблюдения, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Циркуляция вектора магнитной индукции \vec{B} в вакууме и теорема Гаусса

$$\oint \vec{B} \, d\vec{l} = \mu_0 I; \quad \oiint \vec{B} \, d\vec{S} = 0.$$

Индукция магнитного поля в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Индукция магнитного поля, создаваемая отрезком прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где a — расстояние от точки наблюдения до направления течения тока, α_1 и α_2 — углы между направлением тока и радиус-векторами, проведенными из начальной и конечной точек отрезка.

Напряженность магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида

$$H = In,$$

n — число витков на единицу длины соленоида.

Закон Ампера. Сила, действующая на элемент тока со стороны магнитного поля

$$d\vec{F} = I [d\vec{l} \times \vec{B}].$$

Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}].$$

Магнитная часть силы Лоренца

$$\vec{F}_л = q[\vec{v} \times \vec{B}].$$

Заряженная частица в магнитное поле в общем случае движется по винтовой линии. Параметры траектории можно получить, решая уравнение движения

$$m\vec{a} = \vec{F}_л.$$

Радиус R винтовой линии получается из проекции этого уравнения на направление, перпендикулярное индукции магнитного поля

$$m \frac{v^2}{R} = qvB \sin \alpha,$$

где α — угол между скоростью и магнитной индукцией. Отсюда

$$R = \frac{mv}{qB \sin \alpha}.$$

Период обращения равен

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB \sin \alpha}.$$

В направлении, параллельном магнитной индукции, частица движется с постоянной скоростью $v \cos \alpha$ и шаг винтовой линии равен

$$h = v \cos \alpha \cdot T = \frac{2\pi mv}{qB \operatorname{tg} \alpha}.$$

5. электрическое и магнитное поле в веществе;

Вектор поляризации диэлектрика \vec{P} в объеме ΔV

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i,$$

где \vec{p}_i — диэлектрический момент i -ой молекулы в объеме.

Вектор электрического смещения \vec{D} и теорема Гаусса для него

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \oiint \vec{D} \cdot \vec{dS} = q.$$

Условия на границе раздела двух диэлектриков:

$$E_{2\tau} = E_{1\tau}; \quad D_{2n} - D_{1n} = \sigma,$$

где σ — поверхностная плотность сторонних зарядов, а единичный вектор нормали \vec{n} направлен из среды 1 в среду 2.

В случае изотропных диэлектриков

$$\vec{P} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}; \quad \varepsilon = 1 + \kappa.$$

Вектор напряженности магнитного поля \vec{H} , его циркуляция

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 - \vec{j}, \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I.$$

Здесь \vec{j} — намагниченность вещества, I — алгебраическая сумма макроскопических токов.

Условия на границе раздела двух магнетиков:

$$H_{2\tau} = H_{1\tau}; \quad B_{2n} = B_{1n}.$$

Для магнетиков, у которых $\vec{j} = \chi \vec{H}$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad \mu = 1 + \chi.$$

6. электромагнитная индукция, уравнения Максвелла.

Закон электромагнитной индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt},$$

где Φ — магнитный поток через виток. В случае многих витков величина Φ заменяется на сумму потоков, называемую потокосцеплением

$$\Psi = \sum_i \Phi_i$$

Для проводника закон индукции превращается в формулу

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt},$$

где L — индуктивность проводника, в котором изменяется ток I . Индуктивность соленоида вычисляется по формуле

$$L = \mu \mu_0 n^2 V,$$

где n — число витков соленоида на единицу длины, V — объем пространства внутри соленоида.

При изменении тока в проводнике 2 в проводнике 1 возникает ЭДС

$$\mathcal{E}_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt},$$

где L_{12} — взаимная индуктивность двух проводников.

Магнитная энергия контура с током $E = LI^2/2$.

Плотность электромагнитной энергии

$$w = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2} + \frac{\vec{H}\vec{B}}{2}.$$

Уравнения Максвелла

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S};$$

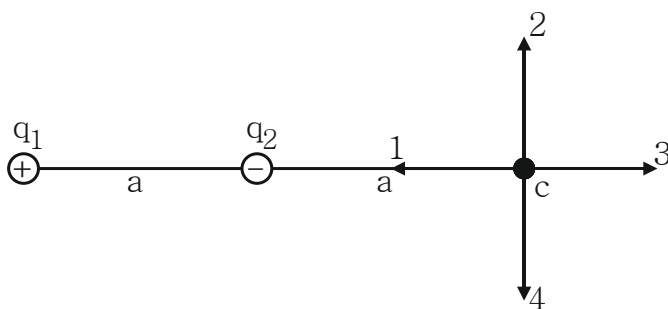
$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S};$$

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV;$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Электрическое поле

Задача 1. Электростатическое поле создано одинаковыми по величине точечными зарядами q_1 и q_2 .



Если $q_1 = +q, q_2 = -q$, а расстояние между зарядами и расстояние от q_2 до точки C равно a , то вектор напряженности поля в точке C ориентирован в направлении?

Электрическое поле создано одинаковыми по величине точечными зарядами.

Мы знаем, что направление вектора \vec{E} в произвольной точке C совпадает с направлением силы, действующей со стороны поля на положительный заряд q_0 , помещенный в точку C . Одноименные заряды отталкиваются, заряды разного знака притягиваются. Кроме того, напряженность поля, создаваемого точечным зарядом q , $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, т.е. тем меньше, чем больше расстояние до точки C . Следовательно, вектор напряженности электрического поля в точке C направлен в сторону зарядов.

Задача 2. Сила взаимодействия двух отрицательных точечных зарядов, находящихся на расстоянии R друг от друга, равна F . Заряд одной из частиц уменьшили по модулю в два раза. Чтобы сила взаимодействия F не изменилась, расстояние между зарядами надо...

Т.к. сила $F = q_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, а заряд уменьшился в 2 раза, то для сохранения величины силы необходимо уменьшить вдвое квадрат расстояния, а само расстояние надо уменьшить на величину $\sqrt{2}$.

Задача 3. Если внести неполярный диэлектрик в электрическое поле, то...

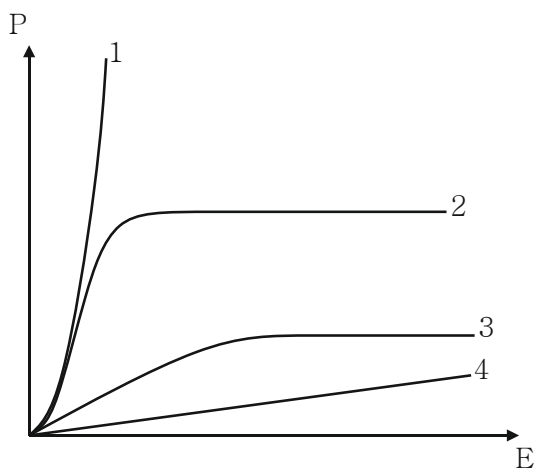
1) возникнет пьезоэлектрический эффект; 2) у молекул возникнут дипольные моменты, ориентированные в направлении, противоположном направлению линий напряженности внешнего электрического поля; 3) жесткие диполи молекул будут ориентироваться в среднем в направлении вдоль вектора напряженности электрического поля; 4) у молекул возникнут индуцированные дипольные моменты, ориентированные по направлению линий напряженности электрического поля; 5) электрическое поле внутри диэлектрика не изменится.

У неполярных диэлектриков в отсутствии электрического поля, положение положительного заряда атомов (ядра) совпадает с положением

центра электронного облака. Если же такой атом окажется в электрическом поле, то силы электрического поля будут стремиться сместить положительный заряд в направлении поля, а отрицательный – в противоположном. В результате возникает диполь с направлением дипольного момента \vec{p} , совпадающим с направлением поля \vec{E} .

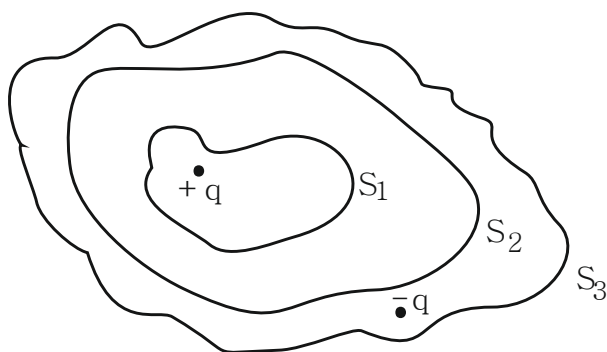
Таким образом, если внести неполярный диэлектрик в электрическое поле, то у молекул возникнут индуцированные дипольные моменты, ориентированные по направлению линий напряженности электрического поля. Этот дипольный момент пропорционален в определенных пределах напряженности поля \vec{E} .

Задача 4. На рисунке представлены графики, отражающие характер зависимости поляризованности P диэлектрика от напряженности поля E . Укажите зависимость, соответствующую неполярным диэлектрикам.



Поляризованность P диэлектрика равна суммарному дипольному моменту единицы объема диэлектрика у неполярных диэлектриков, дипольный момент линейки растет с ростом E .

Задача 5. Дана система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности S_1, S_2, S_3 . Через какие поверхности отличен от нуля поток вектора напряженности электрического поля (поток вектора E ?)



1) S_1 и S_2 ;

3) S_2 и S_3 ;

2) S_1 и S_3 ;

Согласно теореме Гаусса для вектора напряженности электрического поля \vec{E} , поток вектора \vec{E} через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности, деленной на ϵ^0 . В этой задаче внутри S_1 имеется заряд $+q$, внутри S_2 тот же заряд $+q$, а внутри S_3 суммарный заряд равен $(+q - q = 0)$.

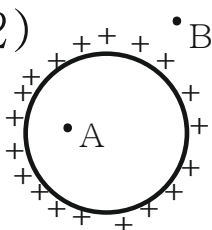
Ответ: S_3 .

Задача 6. Разность потенциалов между точками A и B равна нулю в случаях...

1)



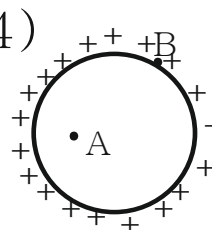
2)



3)



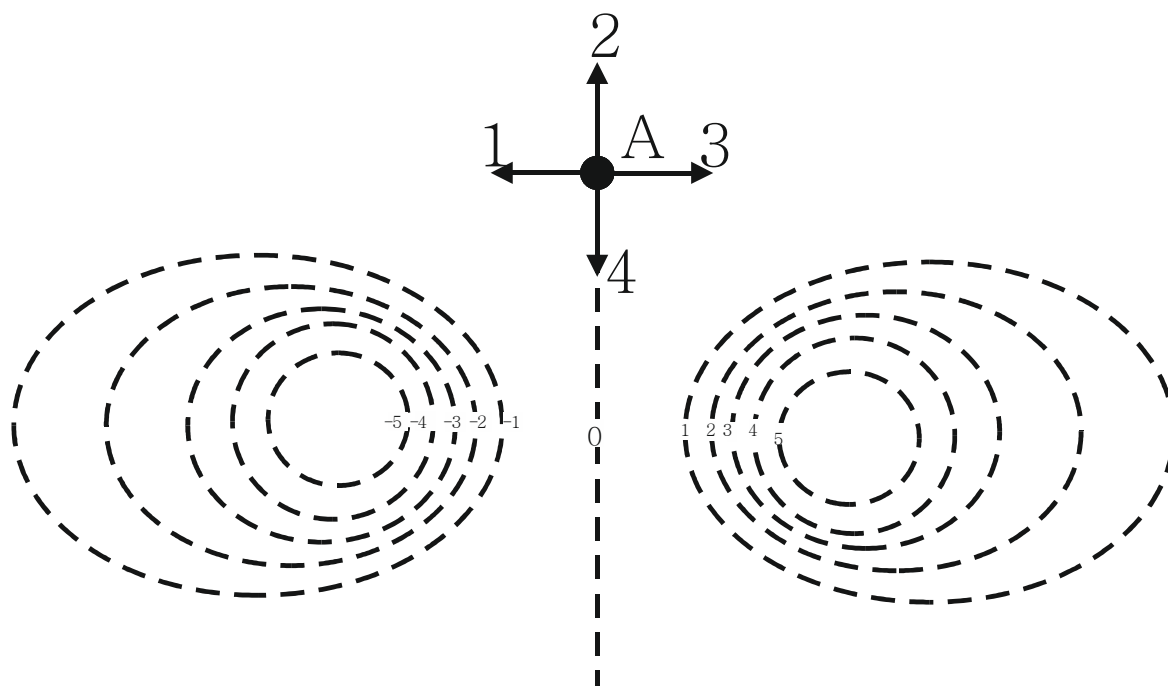
4)



Во всех случаях, кроме случая 4, разность потенциалов между точками A и B не равна 0.

В случае 4, потенциал поля внутри сферы, заряженной по поверхности, равен потенциалу на ее поверхности, соответственно, и $\varphi_A - \varphi_B = 0$.

Задача 7. На рисунке показаны эквипотенциальные линии системы зарядов и значения потенциала на них. Вектор напряженности электрического поля в точке A ориентирован в направлении...



1) 2;

2) 3;

3) 4;

4) 1.

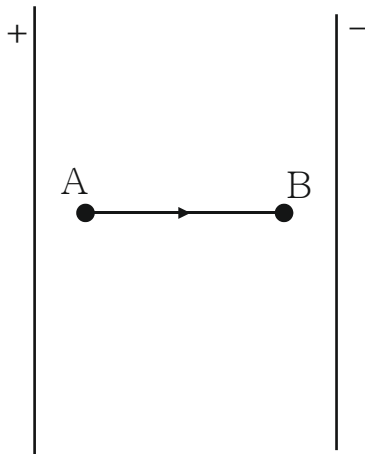
Такая картина соответствует эквипотенциальным линиям диполя, силовые линии напряженности поля перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям. Они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах. Положительные значения потенциала здесь соответствуют положительному заряду. Таким образом, ответ – 1.

Задача 8. Если бесконечно длинный цилиндр радиуса R равномерно заряжен с объёмной плотностью заряда ρ , то его линейная плотность заряда τ равна...

Задача 9. Какое выражение не соответствует условиям равновесия зарядов в проводнике?

- 1) во внешнем электрическом поле происходит поляризация проводника;
- 2) весь объём проводника является эквипотенциальным;
- 3) напряжённость поля внутри проводника всюду равна нулю;
- 4) напряжённость поля у поверхности проводника направлена перпендикулярно к поверхности.

Задача 10. В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд $+q$ в направлении, указанном стрелкой.



Тогда работа сил поля на участке AB ...

- 1) равна нулю; 2) отрицательна; 3) положительна.

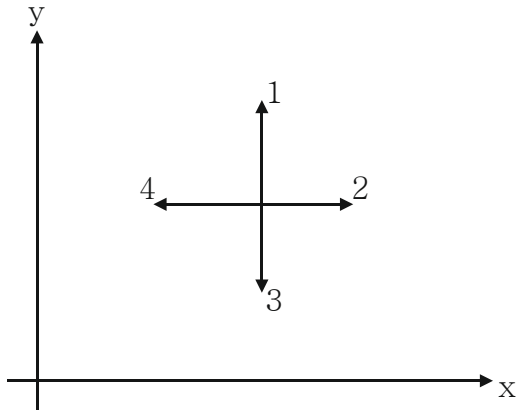
Работа сил электрического поля является положительной. Работа против сил электрического поля – отрицательной. В данном случае положительный заряд перемещается силами электрического поля, следовательно, работа положительна.

Задача 11. Относительно статических электрических полей справедливы утверждения:

- 1) электростатическое поле совершает работу над электрическим зарядом;
2) электростатическое поле является вихревым; 3) силовые линии поля замкнуты.

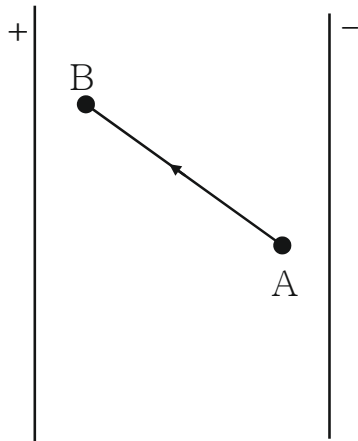
Силовые линии электрического поля начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах. Вихревое электрическое поле возникает при изменении магнитного поля.

Задача 12. В некоторой области создано электростатическое поле, потенциал которого описан функцией $\varphi = 3y^2$. Вектор напряженности электрического поля в точке пространства, показанный на рисунке, имеет направление...



Мы знаем, что $E = -\text{grad}\varphi$, т.е. $E = -by$ и направлено по 3.

Задача 13. В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд $-q$ в направлении, указанном стрелкой.



Тогда работа сил поля на участке AB ...

- 1) равна нулю; 2) отрицательна; 3) положительна.

См. объяснение к задаче 10.

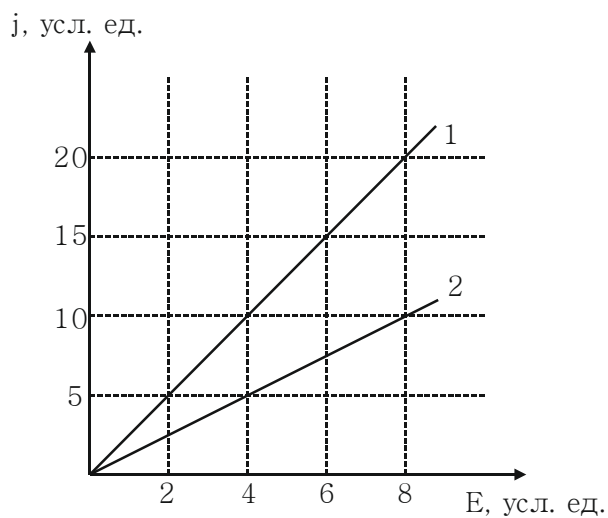
Задача 14. Конденсатор с диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 4$ присоединен к источнику тока. Энергия электрического поля этого конденсатора равна W . После удаления диэлектрика энергия электрического поля конденсатора будет равна...

Энергия конденсатора равна $W = CU^2/2 = q^2/2C = qU/2$. Если конденсатор подключен к источнику тока, то что бы с ним ни происходило, напряжение на нем будет равно напряжению источника. Введение диэлектрика увеличивает емкость конденсатора. Удаление — уменьшает емкость конденсатора. Из приведенных формул видно, что при

удалении диэлектрика энергия конденсатора уменьшится (задача 14), при введении – увеличится (задача 15).

Задача 15. Присоединенный к источнику тока плоский конденсатор имеет энергию W . Если между обкладок конденсатора поместить диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ϵ , то энергия электрического поля конденсатора станет равной...

Задача 16. На рисунке представлена зависимость плотности тока j , протекающего в проводниках 1 и 2, от напряженности электрического поля E .



Отношение удельных проводимостей σ_1/σ_2 этих элементов равно...

- 1) 1/4; 2) 4; 3) 2; 4) 1/2.

Согласно закону Ома $U = IR = I\rho \frac{l}{S}$, ρ – удельное сопротивление, l – длина провода, S – площадь поперечного сечения. Отсюда $\frac{U}{l} = E$, $\frac{I}{S} \cdot \rho$, $\frac{U}{l} = E$, $\frac{I}{S} = j$ или $E = \rho j$, $j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$, $\sigma = j/E$ – удельная проводимость. Выбирая E , например 8, получим $\sigma_1 = \frac{20}{8}$, $\sigma_2 = \frac{10}{8}$, $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{20}{10} = 2$.

Задача 17. Если уменьшить в два раза напряженность электрического поля в проводнике, то удельная тепловая мощность тока ...

- 1) увеличивается в 2 раза;

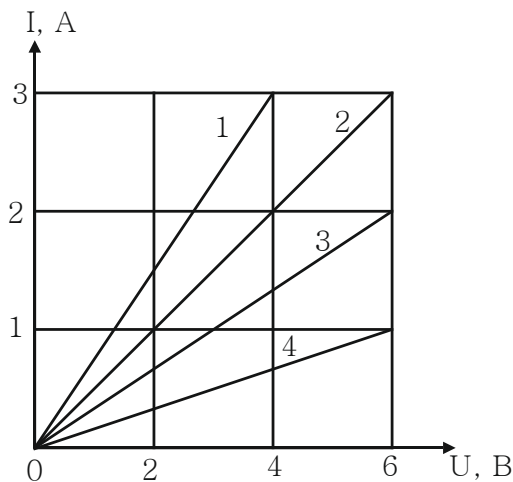
- 2) не изменится;
- 3) уменьшится в 4 раза;
- 4) уменьшится в 2 раза;
- 5) увеличится в 4 раза.

Удельная тепловая мощность тока равна количеству теплоты, выделяющемуся за единицу времени в единице объема. Она находится по формулам $\omega = \rho j^2$ или $\omega = \sigma E^2$. Здесь ρ – удельное сопротивление; σ – удельная проводимость, плотность тока; E – напряженность электрического поля.

В этой задаче при уменьшении E в 2 раза ω уменьшится в 4 раза.

Ответ: уменьшится в 4 раза.

Задача 18. Через лампу, подключенную к источнику тока с ЭДС 8 В и внутренним сопротивлением 1 Ом, протекает ток 2 А. Зависимость тока от приложенного к лампе напряжения показана на графике...

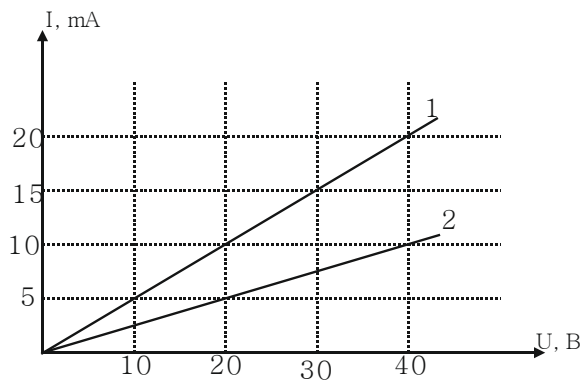


- 1) 2;
- 2) 4;
- 3) 1;
- 4) 3.

Напряжение U , приложенное к лампе, равно $U = IR$, где R – сопротивление лампы. Сопротивление можно найти из закона Ома для замкнутой цепи $I = \frac{E}{r+R}$; $2 = \frac{8}{1+R}$; или $2 + 2R = 8 \rightarrow R = 3$ Ом.

Так, при $I = 1$ А $U = 3$ В.

Задача 19. Вольт-амперная характеристика активных элементов цепи 1 и 2 представлена на рисунке.



На элементе 1 при токе 15 мА выделяется мощность...

- 1) 0,45 Вт; 2) 450 Вт; 3) 0,30 Вт; 4) 15 Вт.

На элементе 1 при токе $I = 15 \text{ мА}$ выделяется мощность $P = IU = 15 \cdot 10^{-3} \text{ А} \cdot 30 \text{ В} = 0.45 \text{ Вт}$.

Задача 20. Выражение $\frac{\varepsilon R}{(R+r)}$ представляет собой...

- 1) мощность, выделяющуюся на внутреннем сопротивлении источника; 2) мощность, выделяющуюся на внешнем сопротивлении; 3) силу тока в замкнутой цепи; 4) работу перемещения положительного единичного заряда по замкнутой цепи; 5) напряжение на внешнем сопротивлении.

Задача 21. Напряжение на концах медного провода диаметром d и длиной l равно U . При увеличении напряжения в 4 раза средняя скорость направленного движения электронов вдоль проводника...

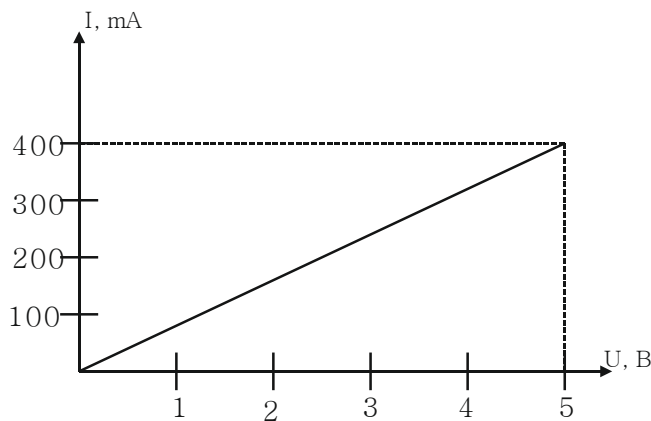
- 1) уменьшится в 4 раза; 2) увеличится в 2 раза; 3) увеличится в 4 раза; 4) не изменится.

Задача 22. Два проводника, изготовленные из одного материала, равной длины, но разного сечения ($S_1 > S_2$), включены последовательно в цепь. Напряжённость электрического поля...

- 1) одинакова в обоих проводниках; 2) больше в проводнике с сечением S_2 ;
 3) в проводнике с сечением S_2 может быть как больше, так и меньше; 4)
 меньше в проводнике с сечением S_2 .

Так как проводники соединены последовательно, то ток в них одинаков. Сопротивление того проводника больше, у которого меньше поперечное сечение. Т.е. R первого меньше, чем R второго. Напряжение на проводнике $U = IR$, а напряженность поля в нем $E = U/l$, где l — длина проводника. Следовательно, у второго проводника больше сопротивление R ? больше напряжение на нем U ? больше напряженность поля E ?

Задача 23. Вольт-амперная характеристика резистора изображена на рисунке. Из графика следует, что сопротивление резистора равно...

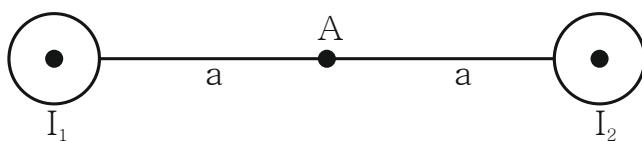


- 1) 12,5 Ом; 2) 0,0125 Ом; 3) 0,08 Ом; 4) 80 Ом.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{5В}{0.4А} = 12.5 \text{ Ом.}$$

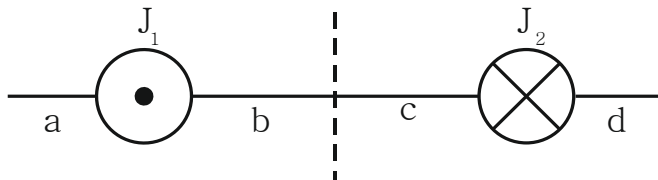
Магнитное поле

Задача 24. Магнитное поле создано двумя параллельными длинными проводниками с токами I_1 и I_2 , расположенными перпендикулярно плоскости чертежа. Если $I_1 = 2I_2$, то как направлен вектор \vec{B} индукции результирующего поля в точке A ?



Здесь $B_1 = 2B_2$ и результирующее поле направлено вверх. Смотри пояснения к следующей задаче.

Задача 25. На рисунке изображены сечения двух параллельных прямолинейных длинных проводников с противоположно направленными токами, причем $J_1 = 2J_2$.

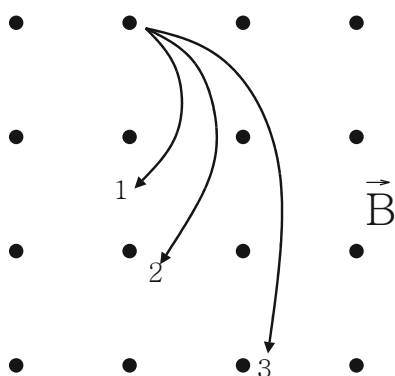


В точке какого интервала индукция результирующего поля равна нулю?

Зависимость \vec{B} от расстояния для прямолинейного провода имеет вид $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$. Направление \vec{B} определяется в точке A так:

1) соединяем линией проводник с точкой A ; 2) проводим перпендикуляр к второй линии через точку A , (линия $a - a$); 3) вращаем правый винт, помещенный в точку, изображающую проводник, так, чтобы он перемещался в направлении тока, тогда направление вектора B в точке A будет вдоль линии $a - a$ в направлении, определяемом направлением вращения головки правого винта. С учетом того, что $I_1 = I_2 = 2J_2$ область, где $B_1 = -B_2$ — это область d .

Задача 26. Ионы, имеющие одинаковые скорости, но разные удельные заряды, влетают в однородное магнитное поле. Их траектория приведена на рисунке.



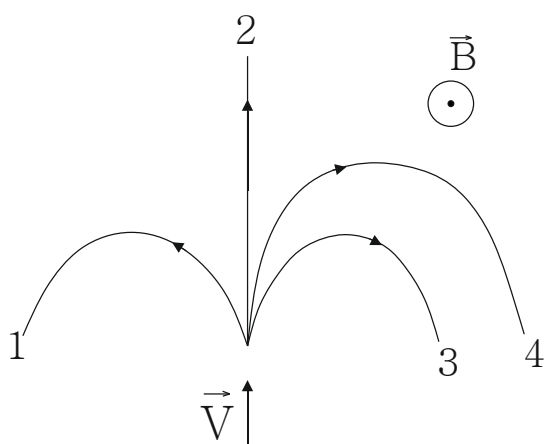
Какой траектории соответствует величина наименьшего удельного заряда?

Сила Лоренца $F_{\text{л}} = qVB = \frac{mV^2}{R}$; отсюда радиус траектории $R = \frac{mV}{qB}$.

Если $q_{\text{удел.}} = \frac{q}{m}$, то $R = \frac{1}{q_{\text{удел.}}} \cdot \frac{V}{B}$ и наименьшему удельному заряду соответствует наибольший радиус траектории.

Ответ: траектория 3.

Задача 27. На рисунке указаны траектории заряженных частиц, имеющих одинаковую скорость и влетающих в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости чертежа. При этом для частицы 1...



1) $q > 0$;

2) $q = 0$;

3) $q < 0$.

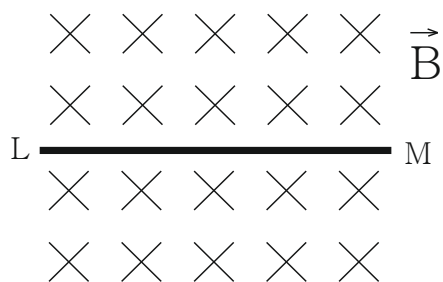
Что можно сказать про заряд частицы 1?

Для определения направления силы Лоренца, действующей на положительный заряд, можно воспользоваться правилом левой руки. Силовые линии магнитного поля входят в ладонь, пальцы направлены вдоль направления скорости, а большой палец показывает направление силы, положительный заряд отклоняется вправо.

Следовательно, траектория 1 соответствует отрицательному заряду.

Ответ: $q < 0$.

Задача 28. На рисунке изображен проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} , направленной перпендикулярно плоскости чертежа от нас.

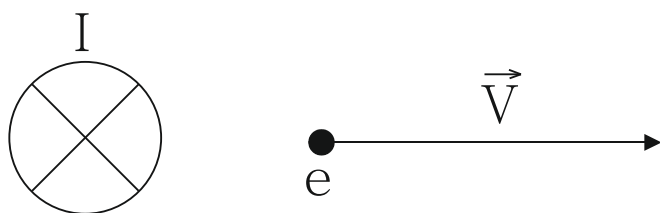


Укажите правильную комбинацию направления тока в проводнике и вектора силы Ампера.

- 1) ток в направлении $L - M$; сила Ампера — к нам; 2) ток в направлении $M - L$; сила Ампера — вверх; 3) ток в направлении $L - M$; сила Ампера — вверх; 4) ток в направлении $M - L$; сила Ампера — от нас.

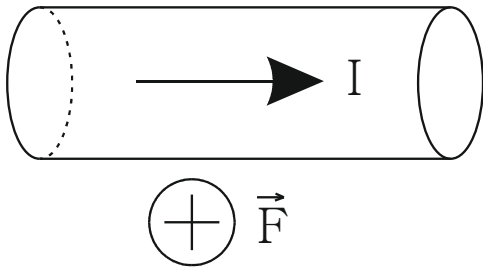
Согласно закону Ампера $\vec{dF} = I[\vec{dl} \times \vec{B}]$, т.е. векторы \vec{dF} , \vec{dl} и \vec{B} образуют правую тройку векторов. Все они перпендикулярны друг другу. Вектор силы направлен туда, куда перемещается правый винт, если его вращать от первого вектора в сторону второго. Или, пользуясь правилом левой руки, линии B направляем в ладонь, пальцы руки по току, а большой палец показывает направление силы. Итак, ответ: ток в направлении $L - M$, сила Ампера — вверх.

Задача 29. Вблизи длинного проводника стоком (ток направлен от нас) пролетает электрон со скоростью \vec{V} . Сила Лоренца направлена...



Для положительного заряда сила Лоренца равна $\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$. Ее направление можно определить по правилу левой руки. Для отрицательного заряда направление силы противоположно.

Задача 30. В однородном магнитном поле на горизонтальный проводник стоком, направленным вправо, действует сила Ампера, направленная перпендикулярно плоскости рисунка от наблюдателя. При этом линии магнитной индукции поля направлены...

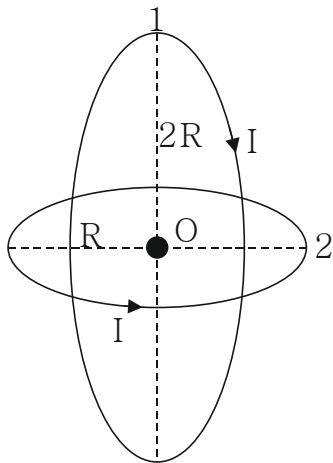


См. пояснения к задаче 28.

Задача 31. Явление гистерезиса, то есть запаздывания изменения вектора индукции магнитного поля в веществе от изменения напряженности внешнего магнитного поля, имеет место в ...

1) любых магнетиках; 2) парамагнетиках; 3) диамагнетиках; 4) ферромагнетиках.

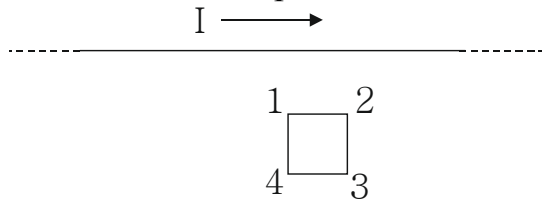
Задача 32. Два круговых витка расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях так, что их центры совпадают. Если индукция магнитного поля, создаваемого малым витком, в точке O равна $0,2$ Тл, то индукция результирующего магнитного поля в этой точке равна...



Индукция поля в центре кругового витка перпендикулярна плоскости витка, пропорциональна току в витке и обратно пропорциональна радиусу витка. Т.к. токи одинаковы, а радиус витка 1 в два раза больше радиуса витка 2 , то индукция витка 2 в 2 раза больше индукции витка 1 , т.е. индукция большего витка = $0,1$ Тл. Квадрат результирующего поля равен сумме квадратов полей обоих витков.

Задача 33. На рисунке показан длинный проводник с током, в одной

плоскости с которым находится небольшая проводящая рамка.

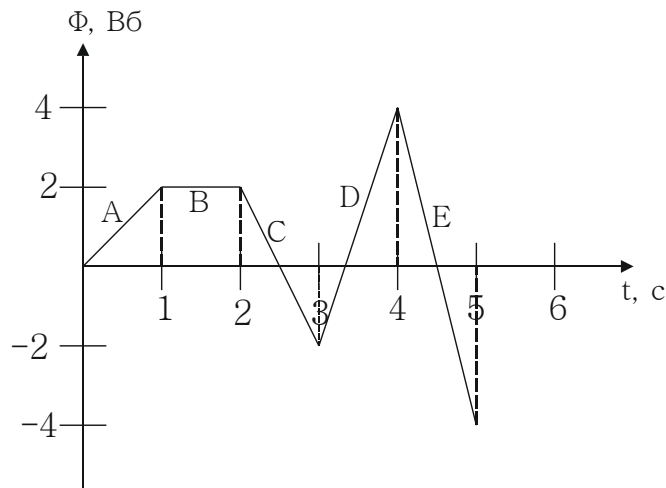


При **выключении** в проводнике тока заданного направления, в рамке возникает ток какого направления?

Направление магнитного поля, создаваемого проводом, также можно определить подобным образом (у рамки и провода в этой ситуации направление \vec{B} одинаково).

Согласно закону электромагнитной индукции и правилу Ленца, при изменении магнитного потока, пронизывающего рамку, в ней возникает индукционный ток, препятствующий изменению магнитного потока, вызывавшего этот ток. (При уменьшении \vec{B} в рамке должен создаваться ток по часовой стрелке ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$)).

Задача 34. На рисунке представлена зависимость магнитного потока, пронизывающего некоторый замкнутый контур, от времени. ЭДС индукции в контуре не возникает на интервале...



На рисунке представлена зависимость магнитного потока, пронизывающего некоторый замкнутый контур, от времени. На каком интервале не возникает ЭДС индукции?

ЭДС индукции пропорциональна скорости изменения магнитного поля $\mathcal{E}_{\text{инд.}} = -\frac{d\Phi}{dt}$. $\mathcal{E}_{\text{инд.}}$ равна нулю там, где поток не меняется, т.е. на интервале 1 – 2.

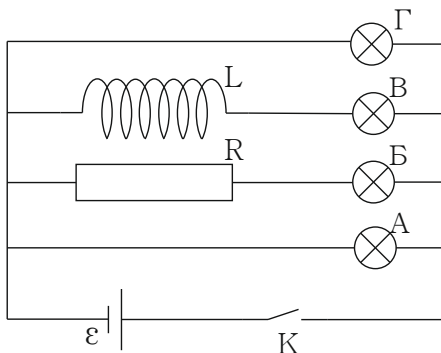
Ответ: 1 – 2.

Задача 35. Заряженная частица, влетевшая в постоянное однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям, движется в нем по установившейся траектории. В некоторый момент индукция поля начинает увеличиваться. В результате модуль скорости частицы...

Задача 36. По катушке, индуктивность которой 40 мГн, протекает ток, меняющийся во времени по закону $I = 8t^2$. ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке в момент времени $t = 3$ с, равна..?

$$\text{ЭДС самоиндукции} = -\frac{LdI}{dt} = -0.04 \cdot 16t = -0.64t = -0.64 \cdot 3 = 1.92 \text{ В.}$$

Задача 37. После замыкания ключа K в цепи, представленной на рисунке, какая лампочка загорится позже других?



Позже других загорится лампочка в той ветви цепи, где присутствует индуктивность, т.к. ток через катушку индуктивности нарастает постепенно.

4. Колебания и волны.

1. свободные и вынужденные колебания;

Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где ω_0 — круговая частота, A — амплитуда, $\omega_0 t + \varphi_0$ — фаза, φ_0 — начальная фаза колебания.

Уравнение затухающих колебаний и его решение

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где β — коэффициент затухания, ω — частота затухающих колебаний:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Логарифмический декремент затухания λ :

$$\lambda = \beta T, \quad T = 2\pi/\omega.$$

Уравнение вынужденных колебаний и его установившееся решение

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega t), \quad x = A \cos(\omega t - \varphi),$$

где

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Максимум амплитуды A достигается при

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

2. сложение гармонических колебаний;

Любые гармонические колебания, в том числе разного направления в пространстве, могут быть просуммированы. Ниже приведены формулы для частных случаев.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты получается гармоническое колебание той же частоты с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

и начальной фазой φ :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin(\varphi_1) + A_2 \sin(\varphi_2)}{A_1 \cos(\varphi_1) + A_2 \cos(\varphi_2)}.$$

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты для результирующего движения получается уравнение

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

В общем случае это уравнение описывает эллипс.

3. волны; уравнение волны;

Уравнение плоской гармонической волны

$$\xi = A \cos(\omega t - kx),$$

где k — волновое число.

Дифференциальное волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где v — скорость распространения волны.

Скорости распространения продольных и поперечных колебаний в упругой среде

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad v_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}},$$

где E и G — модули Юнга и сдвига вещества, ρ — плотность.

Скорость распространения волны в газах:

$$c = \sqrt{\gamma RT / \mu}.$$

4. энергия волны; перенос энергии волной.

Объемная плотность энергии волны

$$w = \rho \dot{\xi}^2,$$

Плотность потока энергии для бегущей волны (вектор Умова):

$$\vec{j} = w\vec{v}.$$

Колебания

Задача 1. Каким дифференциальным уравнением является следующее уравнение движения пружинного маятника:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0?$$

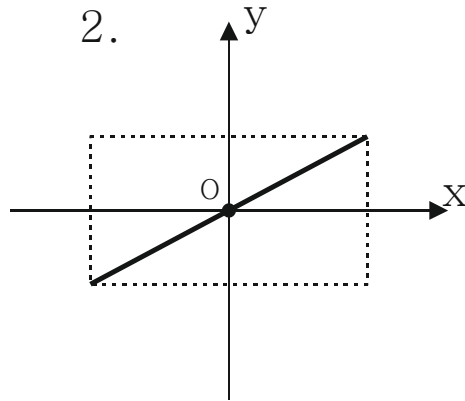
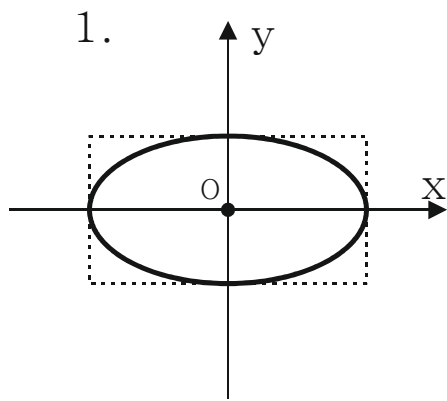
Это уравнение свободных затухающих колебаний. Если бы $\frac{b}{m} = 0$, то это было бы уравнение свободных незатухающих (гармонических) колебаний.

Если бы правая часть этого уравнения была бы равна $\frac{E}{m} \cos \omega t$, то это было бы уравнение вынужденных колебаний частоты ω .

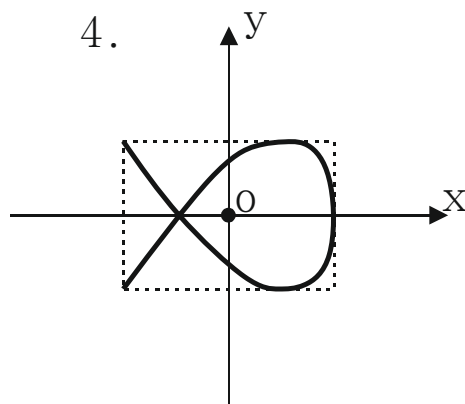
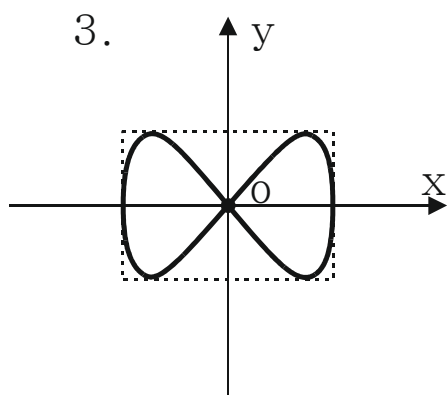
Задача 2. Пружинный маятник совершает вынужденные колебания в вязкой среде под действием вынуждающей силы, изменяющейся по гармоническому закону?

Для колеблющегося тела резонансная частота отличается от собственной частоты колебаний тем больше, чем больше величина затухания, для производной колеблющейся величины (скорости или тока в случае колебательного контура) резонансная частота равна собственной частоте. По этой причине при совпадении частоты вынуждающей силы с частотой собственных незатухающих колебаний маятника наблюдается максимум амплитуды только скорости груза.

Задача 3. Точка M одновременно колеблется по гармоническому закону вдоль осей координат OX и OY с различными амплитудами, но одинаковыми частотами. Какой вид имеет траектория точки M при разности фаз $\frac{\pi}{2}$?



1 и 2 – частоты одинаковые; 1 – разность фаз равна $\frac{\pi}{2}$; 2 – равна 0.



3 – соотношение частот 2:1;

4 – соотношение частот 3:2.

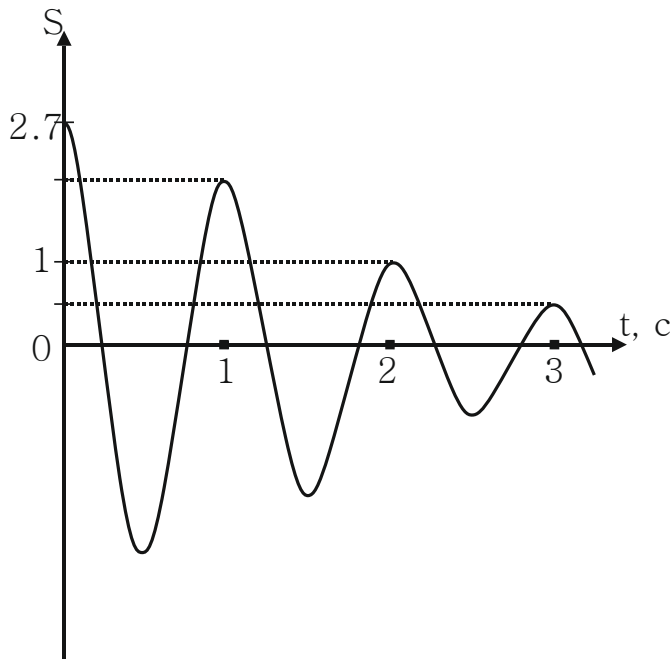
$$x(t) = A \cos \omega t; \quad y(t) = B \sin \omega t = B \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right);$$

$$\frac{x(t)}{A} = \cos \omega t; \quad \frac{y(t)}{B} = \sin \omega t;$$

$$\left(\frac{x(t)}{A} \right)^2 + \left(\frac{y(t)}{B} \right)^2 = \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1.$$

Видно, что траекторией является эллипс.

Задача 4. На рисунке изображен график затухающих колебаний, где S — колеблющаяся величина, описываемая уравнением $x(t) = A_0 e^{-t/\tau} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi)$. Определите время релаксации τ (в с).

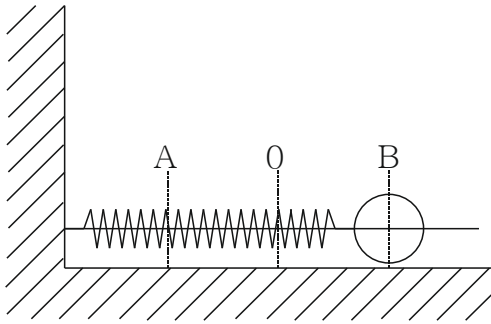


Время релаксации τ — это время, за которое амплитуда колебания уменьшается в e раз, т.е. приблизительно в 2,7 раз. Из графика видим, что амплитуда уменьшается в 2,7 раза за 2 секунды.

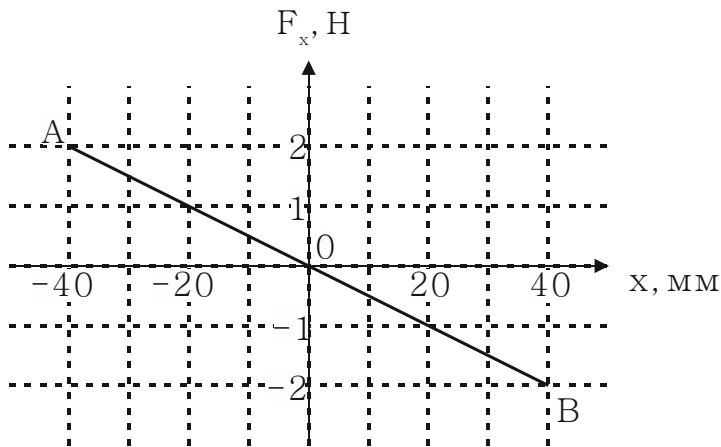
Задача 5. Уменьшение амплитуды колебаний в системе с затуханием характеризуется временем релаксации. Если при неизменном омическом сопротивлении индуктивность катушки увеличится в 2 раза, то каким станет время релаксации?

Уравнение затухающих колебаний в колебательном контуре имеет вид $\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot q + \frac{1}{LC} q = 0$ или $\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$. Здесь δ — коэффициент затухания. Если увеличить L в 2 раза, то δ (коэффициент затухания) уменьшается в 2 раза, а время релаксации, равное $\tau = \frac{1}{\delta}$, увеличивается в 2 раза.

Задача 6. Шарик, прикрепленный к пружине и насаженный на горизонтальную направляющую, совершает гармонические колебания.



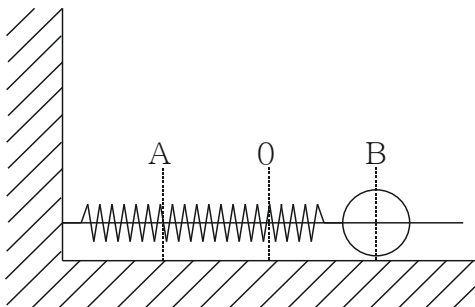
На графике представлена зависимость проекции силы упругости пружины на положительное направление оси X от координаты шарика. Чему равна работа силы упругости при смещении шарика из положения O (равновесия) в положение B ?



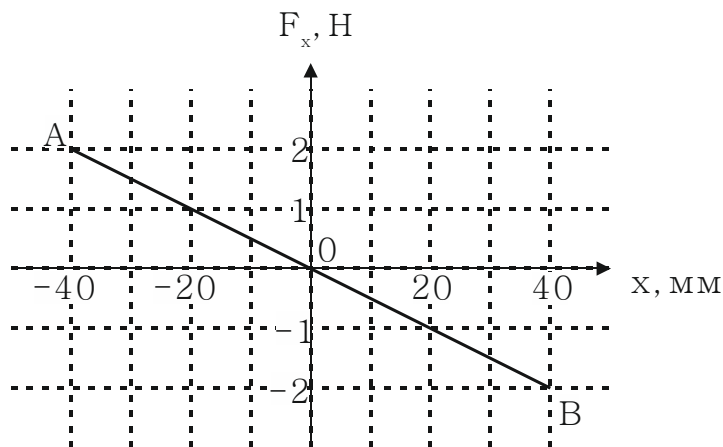
Сила упругости и смещение всегда противоположно направлены. Если (см. график) смещение в B дает $x=40$ мм=0,040 м, а $F=-2$ Н, то работа отрицательна. Её величина $A = \frac{kx^2}{2}$, $F = -kx$,

$$A = -\frac{F \cdot x}{2} = \frac{-2 \cdot 0.040 \text{ м}}{2} = -0.04 \text{ Дж} = -4 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

Задача 7. Шарик, прикрепленный к пружине и насаженный на горизонтальную направляющую, совершает гармонические колебания.

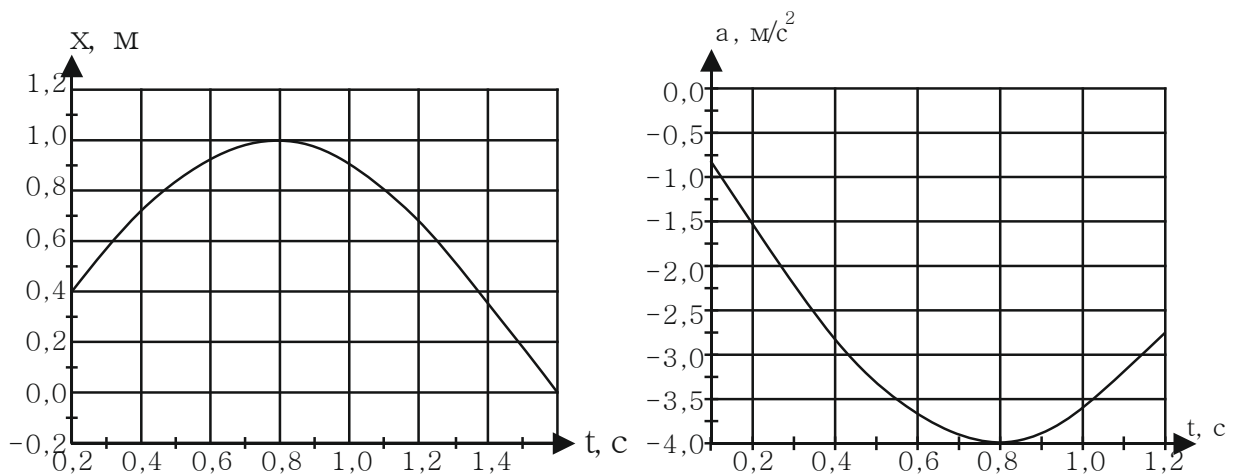


На графике представлена зависимость проекции силы упругости пружины на положительное направление оси X от координаты шарика.



Работа силы упругости при смещении шарика из положения B в положение A равна...? (см. задачу б).

Задача 8. На рисунках изображены зависимости от времени координаты и ускорения материальной точки, колеблющейся по гармоническому закону. Чему равна циклическая частота ее колебаний?



Из предыдущей задачи следует, что максимальная амплитуда равна

$x_{\text{макс.}} = A$, а максимальное ускорение $a_{\text{макс.}} = -A\omega_0^2$. Отсюда

$a_{\text{макс.}} = -x_{\text{макс.}} \cdot \omega_0^2$ или $\omega_0^2 = \frac{a_{\text{макс.}}}{x_{\text{макс.}}}$. Из рисунков следует, что

$x_{\text{макс.}} = 4a_{\text{макс.}}$, следовательно, $\omega_0 = 2c^{-1}$.

Задача 9. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 4$ см и периодом $T = 2$ с. Если смещение точки в момент

времени, принятый за начальный, равно нулю, то каким уравнением описываются ее колебания?

В общем случае уравнение гармонических колебаний имеет вид $X(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, где A – амплитуда колебаний; ω — круговая или циклическая их частота; φ – начальная фаза колебаний; $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T — период колебаний. В нашей задаче $X(t) = 0.04 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ м} = 0,04 \sin(\pi t) \text{ м}$.

Задача 10. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами и равными амплитудами A_0 . Чему равна амплитуда результирующего колебания A при разности фаз $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2}$?

Задача 11. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми частотами и равными амплитудами A_0 . Чему равна амплитуда результирующего колебания при разности фаз $\Delta\varphi = \pi$?

При сложении гармонических колебаний одного направления амплитуда результирующего колебания может быть получена как амплитуда при сложении двух векторов, повернутых по отношению друг к другу на угол, равный разности их фаз. Так, в задаче 10 угол между этими векторами прямой и амплитуда результирующего колебания равна $A_0\sqrt{2}$.

В задаче 11 угол между этими векторами равен π и результирующая амплитуда равна разности амплитуд, т.е. равна нулю.

Задача 12. Какой вид имеет выражение, определяющее полную энергию E гармонического колебания материальной точки?

1) $E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$; 2) $E = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$; 3) $E = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$;

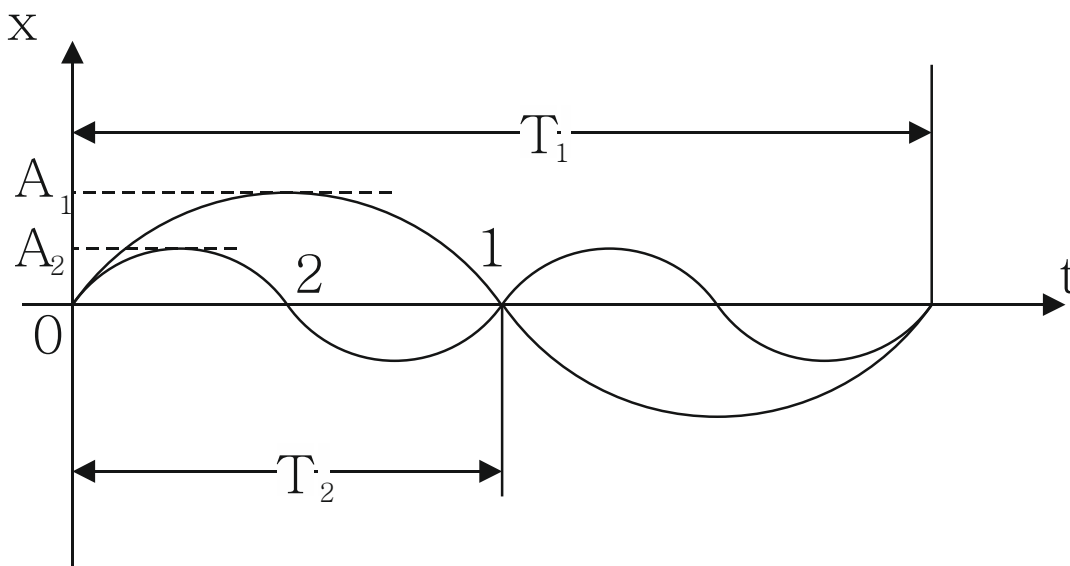
4) $E = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$; 5) $E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Гармоническое колебание материальной точки характеризуется потенциальной энергией, равной $E = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$ и кинетической

энергией $E = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$, которые в процессе колебаний переходят друг в друга. При этом максимальная кинетическая энергия равна максимальной потенциальной энергии. Другой вид энергии в этот момент равен нулю. В представленной задаче первая формула соответствует полной энергии.

Задача 13. (НЕТ УСЛОВИЯ) Если в колебательном контуре максимальное значение энергии электрического поля конденсатора равно 50 Дж, максимальное значение энергии магнитного поля соленоида 50 Дж, то полная энергия электромагнитного поля контура равна 50 Дж. Дело в том, что в процессе колебаний энергия электромагнитного поля переходит в энергию магнитного поля, и когда она максимальна, то вторая = 0.

Задача 14. На рисунке представлены графики гармонических колебаний материальных точек одинаковой массы. Каким будет соотношение энергий W колеблющихся точек?



В одной из задач было показано, что полная энергия материальной точки, совершающей колебания, равна (см. задачу 12) $W_{полн} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}$, где A — максимальная амплитуда, ω_0 — собственная частота колебаний. Она связана с периодом колебаний T соотношением $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$. Таким образом,

$$W_{полн} = \frac{mA^2 4\pi^2}{2T^2}.$$

Из условия видно, $A_1 = 2A_2, T_1 = 2T_2$. Тогда

$$W_{\text{полн1}} = \frac{mA_1^{-2}4\pi^{-2}}{2T_1^2} = \frac{m4A_2^{-2}4\pi^2}{2T_2^2} = W_{\text{полн2}}, \text{ т.к. } A_1 = 2A_2, T_1 = 2T_2.$$

Ответ: $W_{\text{полн1}}$ равняется $W_{\text{полн2}}$.

Волны

Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеет следующий вид:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S};$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S};$$

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = \int_{(V)} \rho dV;$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Первое из этих уравнений отражает тот факт, что помимо потенциального электрического поля, циркуляция которого по замкнутому контуру равна нулю, существует вихревое электрическое поле, порождаемое меняющимся во времени магнитным полем.

Второе уравнение является обобщением теоремы о циркуляции магнитного поля. Из него следует, что магнитное поле может порождаться как движущимися зарядами, так и меняющимся электрическим полем.

Наличие ρ (объемной плотности зарядов) в третьем уравнении свидетельствует о наличии заряженных тел. Наличие во втором уравнении \vec{j} свидетельствует о существовании токов проводимости. Если поле не

переменное, а стационарное, то производные по \vec{E} и \vec{B} равны нулю. Исходя из этого и строится ответ.

Задача 15. Для каких условий справедлива следующая система уравнений:

$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S};$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S};$$

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = 0;$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Задача 16. Для каких условий справедлива следующая система уравнений:

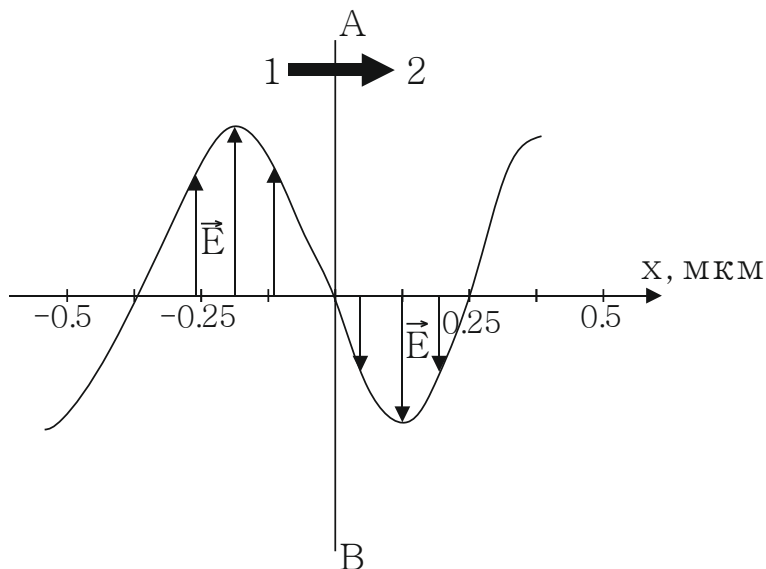
$$\oint_{(L)} \vec{E} d\vec{l} = \int_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S};$$

$$\oint_{(L)} \vec{H} d\vec{l} = \int_{(S)} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S};$$

$$\oint_{(S)} \vec{D} d\vec{S} = 0;$$

$$\oint_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Задача 17. На рисунке представлена мгновенная фотография электрической составляющей электромагнитной волны, переходящей из среды 1 в среду 2 перпендикулярно границе раздела AB .



Чему равен относительный показатель преломления среды 2 относительно среды 1?

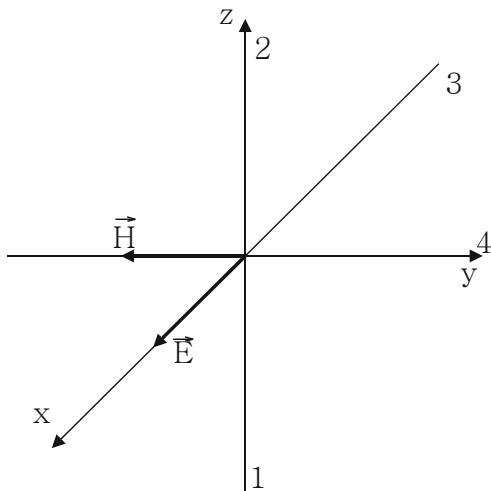
Судя по рисунку, длина волны в среде 1 в полтора раза больше, чем длина волны в среде 2. Учитывая, что $v = \lambda\gamma$ и $v = \frac{c}{n}$, где γ — частота; v — скорость волны; n — показатель преломления среды, а c — скорость света, $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 1,5$.

Задача 18. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси Ox , имеет вид $\xi = 0.01e^{i(10^3t-2x)}$. Чему равна скорость распространения волны (в м/с)?

Уравнение плоской волны, распространяющейся в направлении положительных значений вдоль оси x , имеет вид: $\xi = 0.01e^{i(10^3t-2x)}$, $\xi(x, t) = Ae^{i(\omega t - kx)}$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Скорость волны находится из условия $\omega t - kx = 0$ или $x = \frac{t\omega}{k} = vt$. Следовательно, $v = \frac{\omega}{k} = \frac{1000}{2} = 500$ м/с.

Задача 19. На рисунке показана ориентация векторов напряженности электрического (\vec{E}) и магнитного (\vec{H}) полей в электромагнитной волне. В

каком направлении ориентирован вектор плотности потока энергии электромагнитного поля?



Вектор плотности потока энергии электромагнитной волны имеет направление скорости распространения волны. Так как векторы \vec{v} , \vec{E} , \vec{H} образуют правую тройку векторов, то вектор \vec{v} направлен вдоль оси z в сторону 1.

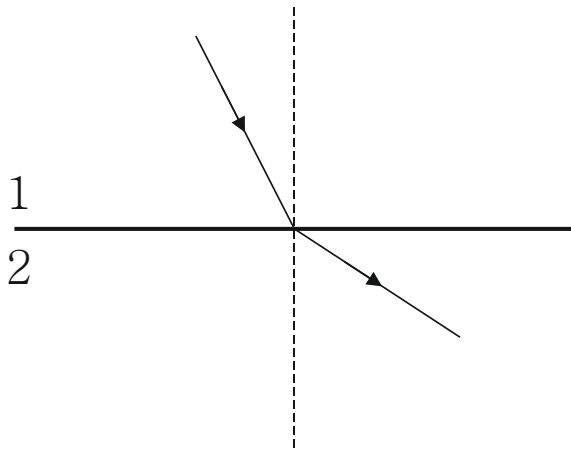
Задача 20. Для продольной волны справедливо утверждение...

1) возникновение волны связано с деформацией сдвига; 2) частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных направлению распространения волны; 3) частицы среды колеблются в направлении распространения волны.

Задача 21. Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся вдоль оси Ox , имеет вид $\xi = 0.01\sin(10^3t - 2x)$. Чему равна скорость распространения волны?

Здесь представлена еще одна форма записи уравнения плоской волны (см. задачу 18).

Задача 22. Волна переходит из среды 1 в среду 2, преломляясь, как показано на рисунке.

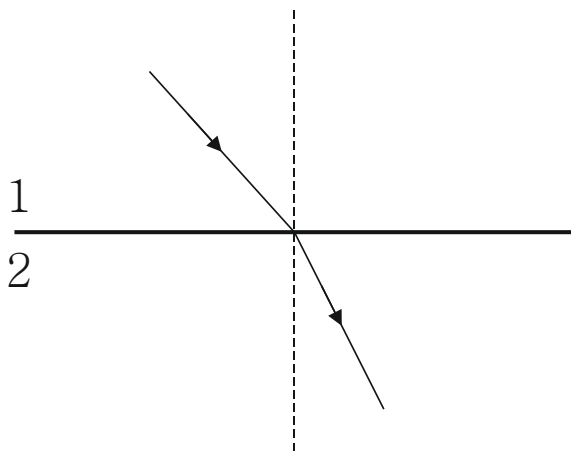


Какие соотношения справедливы для длины волны λ и скорости волны v в этих средах?

Судя по рисунку, показатель преломления n в среде 1 больше, чем показатель преломления n в среде 2 (вспомним закон преломления света) и, учитывая, что $v = \lambda\gamma$ и $v = \frac{c}{n}$, где γ – частота; v – скорость волны; n – показатель преломления среды, а c – скорость света, $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$.

Отсюда получаем, что длина волны в первой среде меньше, чем во второй и скорость распространения волны в первой среде меньше, чем во второй.

Задача 23. Волна переходит из среды 1 в среду 2, преломляясь, как показано на рисунке.



Что уменьшается при переходе через границу раздела двух сред:

- 1) скорость волны; 2) частота колебаний; 3) волновое число?

В данном случае показатель преломления первой среды меньше, чем второй. При этом скорость волны и длина волны уменьшается, а волновое число, которое обратно длине волны, увеличивается. Частота колебаний остается неизменной.

Задача 24. Какие волны распространяются в газовой среде:

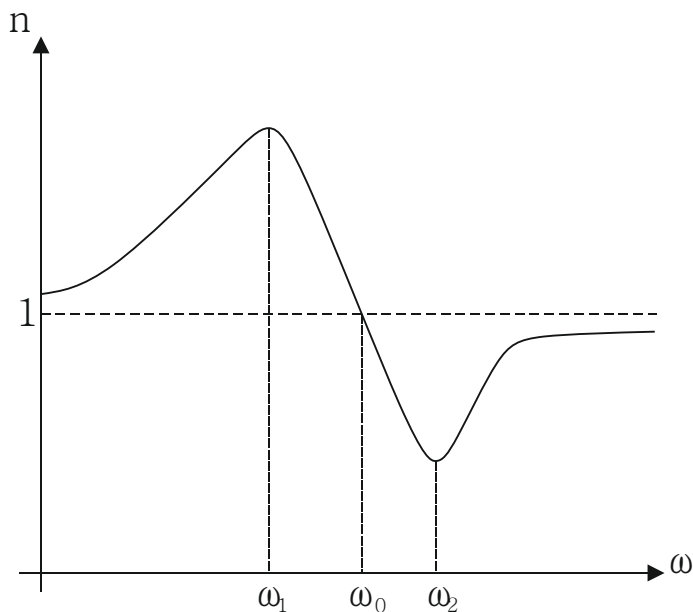
- 1) только продольные; 2) продольные и поперечные; 3) только поперечные волны?

Известно, что в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах, где возможны деформации сдвига – как продольные, так и поперечные.

Задача 25. Как изменится плотность потока энергии, если увеличить в 2 раза объемную плотность энергии и при этом уменьшить в 2 раза скорость распространения упругих волн?

Плотность потока энергии $S = wv$, где w – объемная плотность энергии, а v – скорость распространения волн. Исходя из этого, плотность потока энергии не изменится.

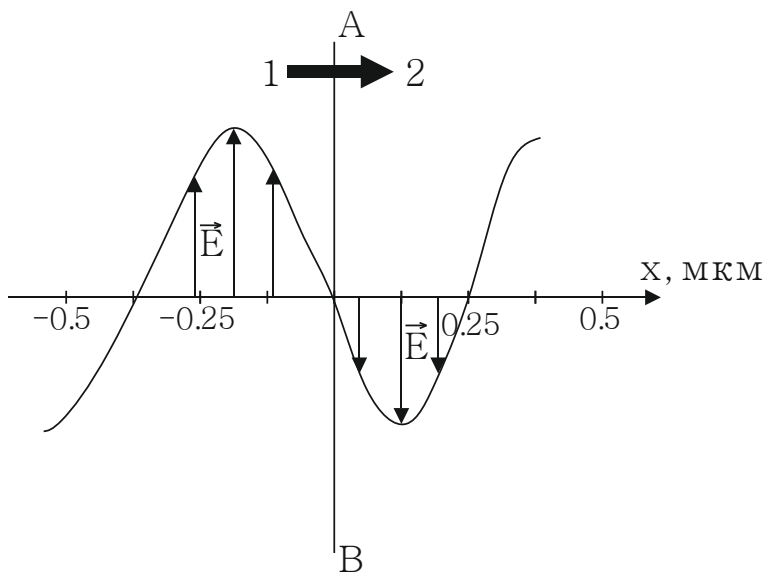
Задача 26. На рисунке изображена дисперсионная кривая для некоторого вещества.



В каком диапазоне частот наблюдается нормальная дисперсия?

Нормальная дисперсия характеризуется уменьшением показателя преломления среды с увеличением длины волны. Учитывая, что частота обратно пропорциональна длине волны ($\omega = 2\pi\nu$, $\lambda\nu = v$), убывание n с ростом длины волны имеет место при $\omega < \omega_1$ и $\omega > \omega_2$.

Задача 27. На рисунке представлена мгновенная фотография электрической составляющей электромагнитной волны, переходящей из среды 1 в среду 2 перпендикулярно границе раздела AB .



Чему равно отношение скорости света в среде 2 к его скорости в среде 1?

См. задачу 17.

Задача 28. При прохождении белого света через трехгранную призму наблюдается его разложение в спектр. Чем объясняется это явление?

Это явление объясняется дисперсией света, т.е. зависимостью показателя преломления среды от длины волны.

5. Волновая и квантовая оптика

1. интерференция и дифракция света;

При интерференции двух когерентных волн максимум и минимум амплитуды получаются соответственно при условиях

$$l_2 - l_1 = 2n\frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$l_2 - l_1 = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Здесь $l_2 - l_1$ — разность хода лучей.

Разность фаз двух когерентных интерферирующих волн равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 - l_1).$$

Результат интерференции света в плоскопараллельной пластинке в проходящем свете определяется формулами:

усиление света

$$2hncos\beta = 2k\frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

ослабление света

$$2hncos\beta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где h — толщина пластинки, n — показатель преломления, β — угол преломления, λ — длина волны. Для отраженного света условия усиления и ослабления обратны приведенным выше.

Радиусы светлых колец Ньютона в проходящем свете определяются формулой

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad k = 1, 2, \dots,$$

радиусы темных колец

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R\frac{\lambda}{2}} \quad k = 1, 2, \dots,$$

где R — радиус кривизны линзы. В отраженном свете формулы меняются между собой.

Положение минимумов при дифракции от щели при нормальном падении пучка параллельных лучей

$$a \sin \varphi = \pm k \lambda \quad k = 1, 2, \dots,$$

где a — ширина щели, φ — угол дифракции, λ — длина волны.

Положение главных максимумов в дифракционной решетке при нормальном падении

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где d — постоянная решетки, k — порядок спектра. Постоянная решетки $d = 1/N_0$, N_0 — число щелей на единицу длины решетки.

Радиус k -ой зоны Френеля

$$r_k = \sqrt{k \lambda \frac{ab}{a+b}} \quad k = 1, 2, \dots$$

2. поляризация света;

Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где φ — угол между плоскостями поляризатора и анализатора, I_0 и I — интенсивности света, прошедшего через поляризатор и анализатор соответственно.

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\text{макс}} - I_{\text{мин}}}{I_{\text{макс}} + I_{\text{мин}}}.$$

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}.$$

3. тепловое излучение; фотоэффект;

Закон Стефана—Больцмана для энергетической светимости абсолютно черного тела (АЧТ)

$$R = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ — постоянная Стефана—Больцмана.

$$R = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda.$$

Здесь r_{λ} — спектральная плотность энергетической светимости АЧТ.

Закон смещения Вина

$$\lambda_m T = b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К},$$

где λ_m — положение максимума r_{λ} при данной температуре T .

Формула Планка

$$r_{\lambda} = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}.$$

Здесь $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ — постоянная Планка, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м}/\text{с}$.

Формула внешнего фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}.$$

Здесь $h\nu$ — энергия падающего фотона, A — работа выхода электрона из вещества, $\frac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия вышедшего электрона.

4. эффект Комптона; световое давление.

Энергия фотона $\varepsilon = h\nu$, импульс фотона $p = \frac{h\nu}{c}$, масса фотона $m = \frac{h\nu}{c^2}$.

Изменение длины волны рентгеновских лучей при комптоновском рассеянии

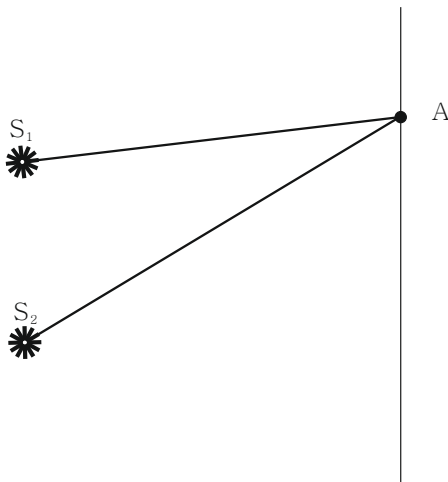
$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\varphi).$$

Световое давление

$$P = \frac{E}{c} (1 + \rho),$$

Интерференция света

Задача 1. Для т. A оптическая разность хода лучей от двух когерентных источников S_1 и S_2 равна $1,2 \text{ мкм}$. Если длина волны в вакууме 600 нм , то в т. A будет наблюдаться...



В соответствии с условиями максимума интерференционной картины разность хода двух лучей должна быть равна целому числу длин волн. Как нетрудно видеть, здесь разность путей равна двум длинам волн, т.е. в точке A будет наблюдаться максимум.

Задача 2. Тонкая плёнка, освещённая белым светом, вследствие явления интерференции в отражённом свете имеет зелёный цвет. При уменьшении показателя преломления плёнки её цвет...

- 1) станет красным;
- 2) станет синим;
- 3) не изменится.

Оптическая разность хода двух лучей при наблюдении интерференции от плоскопараллельной пластинки в отраженном свете (тонкая пленка — как раз такой случай) равна $\delta = 2dn$, если свет падает нормально на поверхность, уменьшение n приводит к уменьшению разности хода необходимой для получения максимума интерференционной картины.

Иными словами пленка будет иметь цвет, соответствующий меньшей длине волны, т.е. синий.

Задача 3. При какой разности хода лучей возникает максимум второго порядка в случае интерференции когерентных лучей с длиной волны 400 нм?

Максимум интерференционной картины возникает при разности путей, проходимых волнами, равной целому числу длин волн. При этом, если разность путей равна нулю, то максимум нулевого порядка, если единице — первого, если двум – второго. Следовательно, в нашем случае разность хода лучей должна быть равна 800 нм.

Задача 4. Какое явление называется интерференцией света:

- 1) разложения белого света в спектр;
- 2) рассеяния света неоднородностями среды;
- 3) наложения когерентных волн и перераспределения их энергии в пространстве;
- 4) отклонения света от прямолинейного распространения?

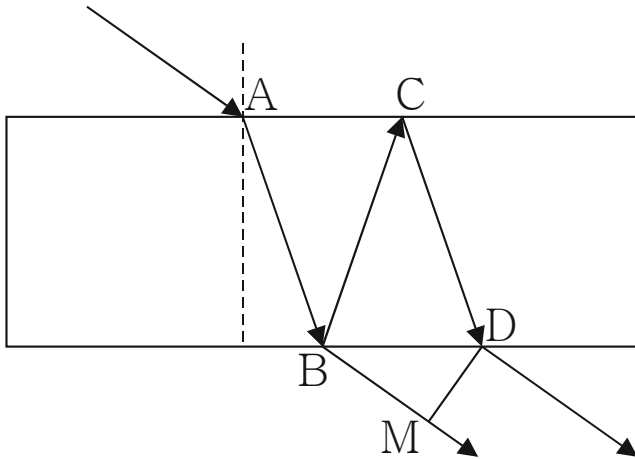
Первое явление – это дисперсия света, второе – рассеяние в мутных средах или молекулярное рассеяние, четвертое — дифракция, а третье — интерференция. Интерференцией называется явление перераспределения интенсивности падающего излучения при наложении двух или более волн.

Задача 5. Тонкая плёнка, освещённая белым светом, вследствие явления интерференции в отражённом свете имеет зелёный цвет. Как изменится ее цвет при увеличении толщины пленки:

- 1) станет красным;
- 2) станет синим;
- 3) не изменится.

В объяснении к задаче 2 показано, что в таком случае увеличится разность путей, необходимая для обеспечения максимума интерференционной картины. Соответственно, для этого длина волны должна быть больше, т.е. цвет пленки станет красным.

Задача 6. Свет падает на тонкую пленку с показателем преломления n , большим, чем показатель преломления окружающей среды.

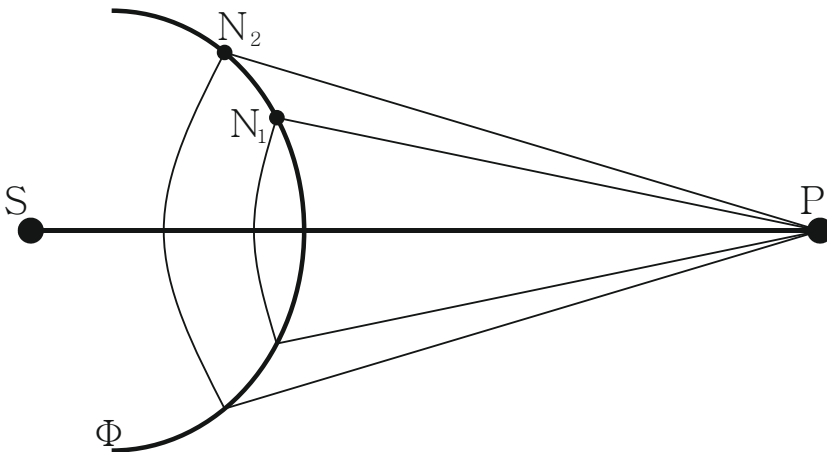


Чему равна разность хода лучей на выходе из тонкой пленки?

Разность хода лучей в проходящем свете равна $(BC + CD)n - BM$. В этом случае для рассматриваемых лучей отсутствуют отражения от оптически более плотной среды, при которых разность путей необходимо уменьшать или увеличивать на половину длины волны.

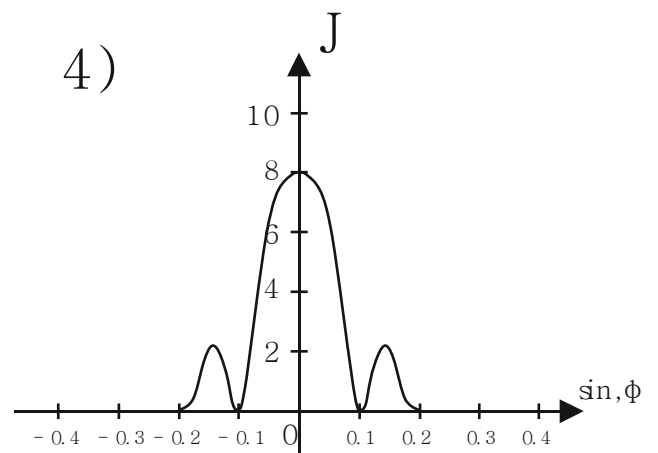
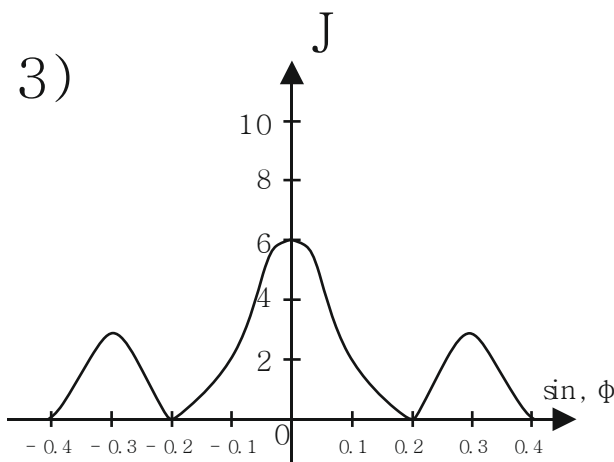
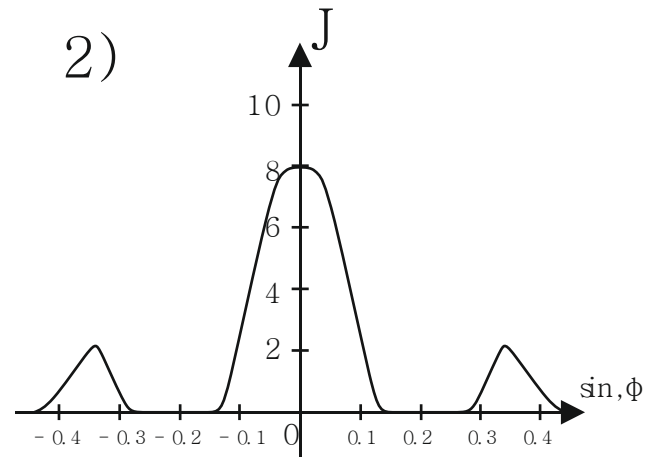
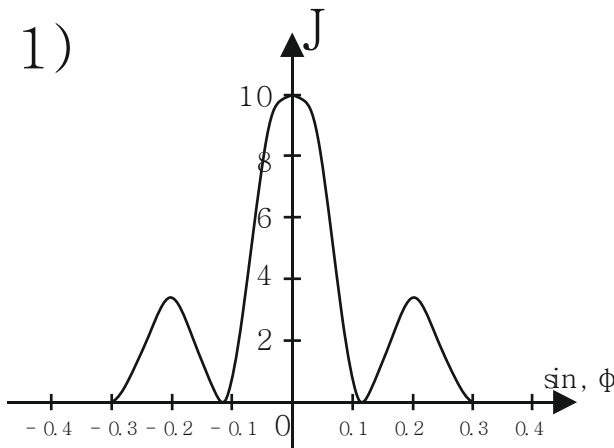
Дифракция света

Задача 7. На рисунке представлена схема разбиения волновой поверхности Φ на зоны Френеля. Чему равна разность хода между лучами N_1P и N_2P ?

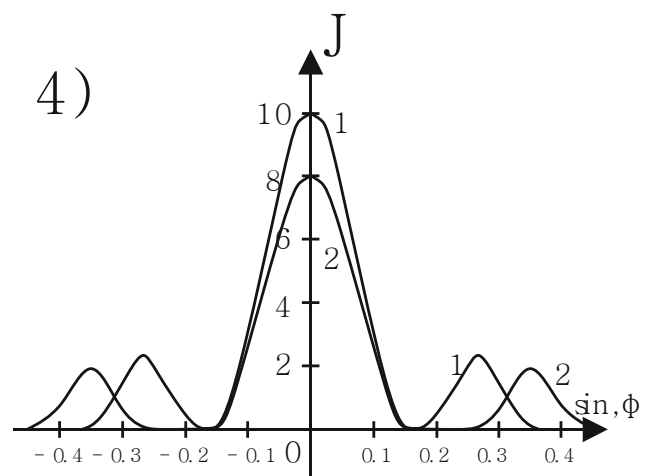
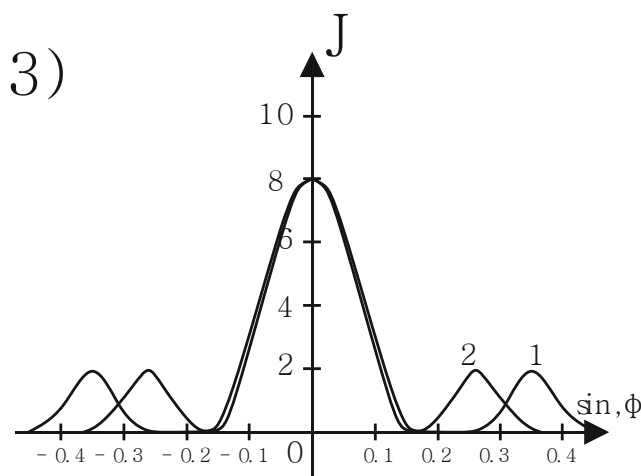
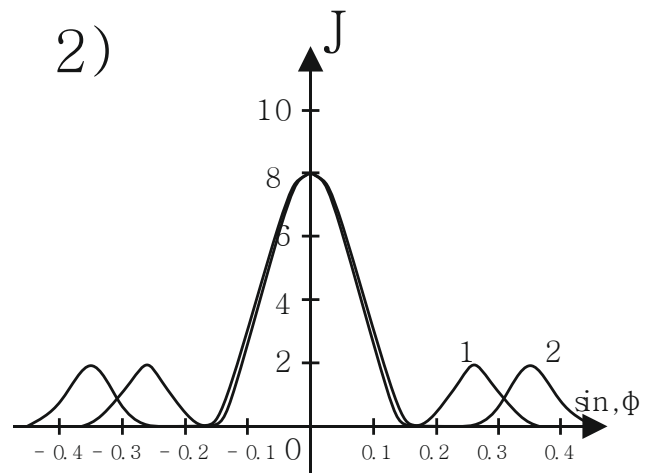
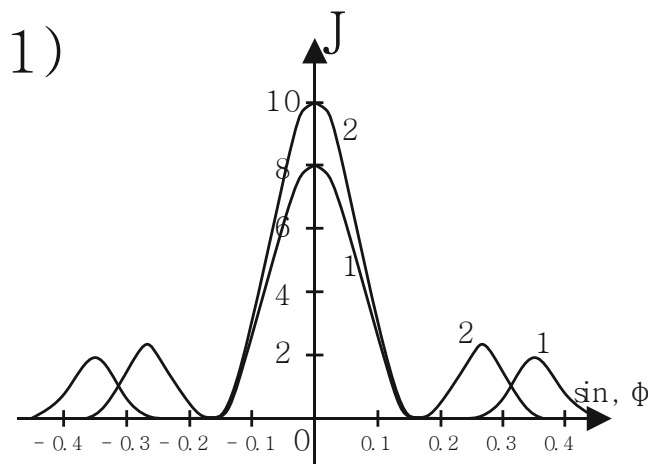


Приведенный рисунок иллюстрирует принцип разбиения сферической волновой поверхности на зоны Френеля. Согласно Френелю разность путей от соседних зон до т. P должна быть равна половине длины волны.

Задача 8. Имеются 4 решетки с различными постоянными d , освещаемые одним и тем же монохроматическим излучением различной интенсивности. Какой рисунок иллюстрирует положение главных максимумов, создаваемых дифракционной решеткой с **наименьшей постоянной решетки**? (J — интенсивность света, φ — угол дифракции).



Задача 9. На дифракционную решетку падает излучение одинаковой интенсивности с длинами волн λ_1 и λ_2 . Укажите рисунок, иллюстрирующий положение главных максимумов, создаваемых дифракционной решеткой, если $\lambda_1 > \lambda_2$? (J — интенсивность света, φ — угол дифракции).

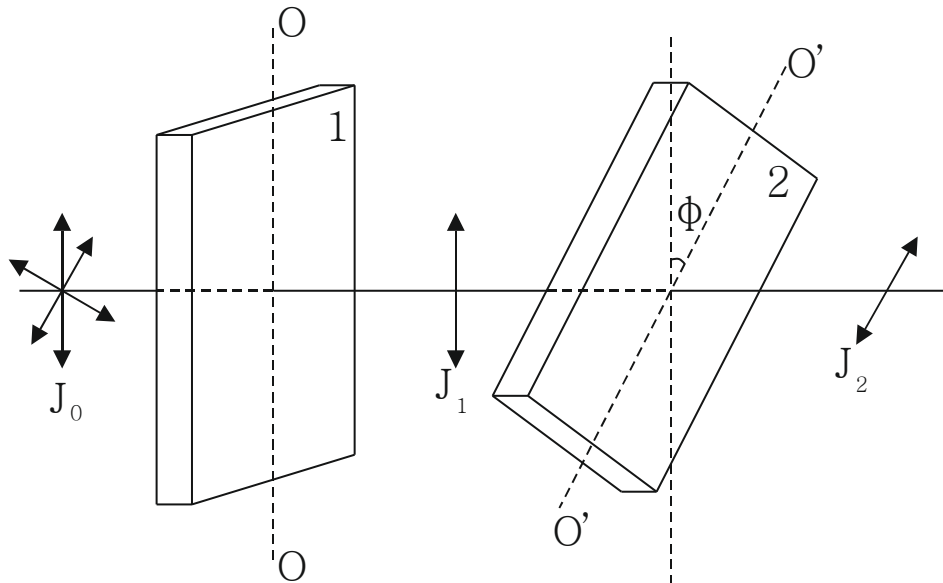


Интенсивность падающего на решетку излучения отражается на величине главного максимума. Если излучение одинаковой интенсивности, то одинаковы и величины главных максимумов. Положение первых слева и справа максимумов определяется условием $\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{d}$. Меньшей постоянной d соответствует больший угол. Также большему углу соответствует большая длина волны. Исходя из этого, можно заключить, что в задаче 8 правильный ответ — 2, а в задаче 9 — 3.

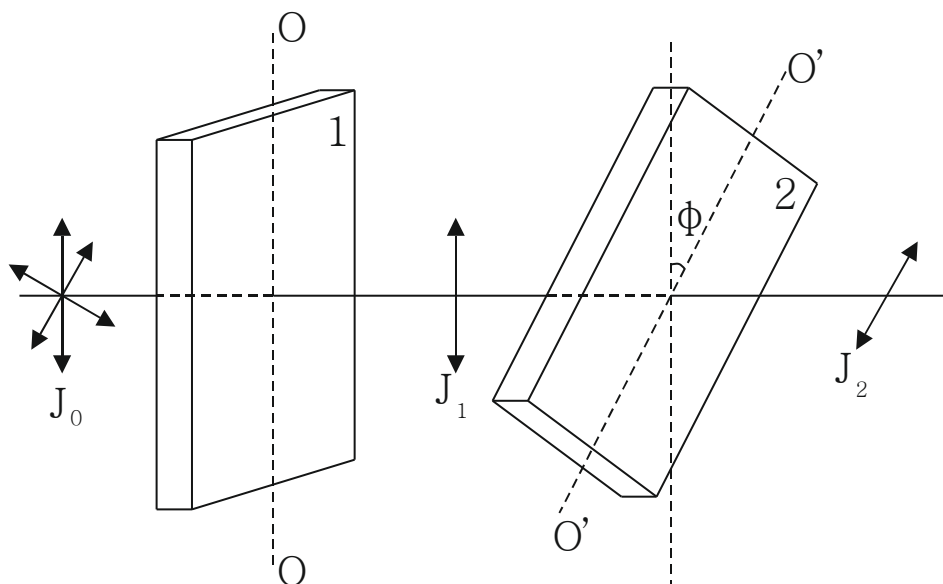
Поляризация света

Задача 10. На пути естественного света помещены две пластинки турмалина. После прохождения пластинки 1 свет полностью поляризован. Если I_1 и I_2 — интенсивности света, прошедшего пластинки 1 и 2

соответственно, и $J_2 = \frac{J_1}{4}$, тогда угол между направлениями OO и $O'O'$ равен...



Задача 11. На пути естественного света интенсивностью J_0 помещены две пластинки турмалина. После прохождения пластинки 1 свет полностью поляризован. Если угол φ между направлениями OO и $O'O'$ равен 60° , то интенсивность J_2 света, прошедшего через обе пластинки, связана с J_0 соотношением...



В этих двух задачах на первый поляризатор падает естественный (неполяризованный) свет с интенсивностью J_0 . После прохождения

первого поляризатора свет становится линейно поляризованным с направлением вектора \vec{E} , параллельным оптической оси поляризатора OO .

Интенсивность света становится равной $J_1 = \frac{J_0}{2}$ (если нет потерь в поляризаторе). После прохождения второго поляризатора в соответствии с законом Малюса интенсивность становится равной $J_2 = J_1 (\cos \varphi)^2$, где угол φ это угол между оптическими осями поляризатора и анализатора.

В задаче 10 по этой причине $\cos \varphi = \frac{1}{2}$ и, следовательно, угол равен шестидесяти градусам. В задаче 11, соответственно, $\frac{J_2}{J_0} = \frac{1}{8}$.

Задача 12. Если за непрозрачным диском, освещенным ярким источником света небольшого размера, поставить обратимую фотопленку, исключив попадание на нее отраженных от стен комнаты лучей, то при ее проявлении после большой выдержки в центре тени можно обнаружить светлое пятно. Какой причиной можно объяснить это явление:

1) дисперсия света; 2) рассеяние света; 3) преломление света; 4) дифракция света; 5) поляризация света?

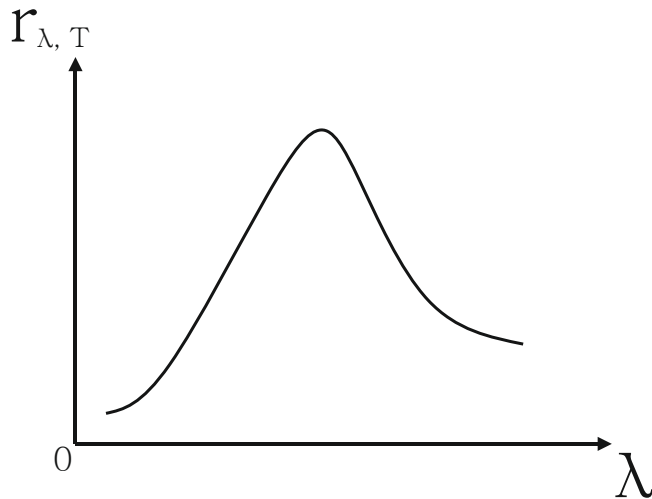
При малых размерах круглого препятствия обнаружить в центре тени от него светлое пятно можно вследствие явления дифракции.

Задача 13. При падении света из воздуха на диэлектрик отраженный луч полностью поляризован. Чему равен показатель преломления диэлектрика, если угол равен 30° ?

Отраженный луч полностью поляризован, если свет падает на границу раздела под углом Брюстера $\text{tg } \varepsilon_{\text{Бр.}} = \frac{n_2}{n_1} = n$ (1), где n – показатель преломления диэлектрика. В соответствии с законом преломления света $n_1 \cdot \sin \varepsilon_1 = n_2 \cdot \sin \varepsilon_2$. Здесь $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\text{Бр.}}$, так что получается из закона преломления $\sin \varepsilon_{\text{Бр.}} = \frac{1}{2} n$ (2). Решая уравнения (1) и (2) получим, что $\cos \varepsilon_{\text{Бр.}} = \frac{1}{2}$. Сам угол равен 60° , а $n = \sqrt{3}$.

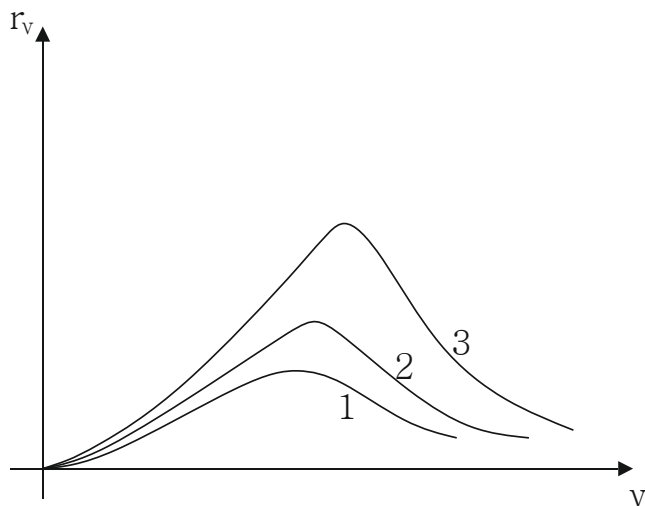
Квантовая природа излучения

Задача 14. На рисунке изображен спектр излучения абсолютно черного тела при температуре T . При температуре T_1 площадь под кривой увеличилась в 16 раз. Чему равна температура T_1 ?



Площадь под представленной кривой характеризует интегральную излучательную способность абсолютно черного тела, т.е. суммарное излучение единицы площади поверхности тела на всех частотах (для всех длин волн) при заданной температуре, которая в соответствии с законом Стефана-Больцмана, пропорциональна четвертой степени температуры. Следовательно, температура в данной задаче $T_1 = 2T$.

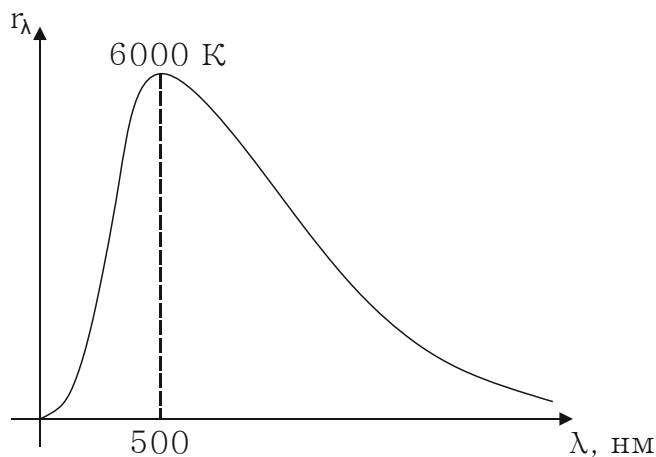
Задача 15. На рисунке представлены графики зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от частоты при различных температурах. Какой график соответствует наибольшей температуре?



В соответствии с законом смещения Вина произведение температуры тела на длину волны, соответствующую максимальной мощности излучения, является постоянной величиной $\lambda T = b$.

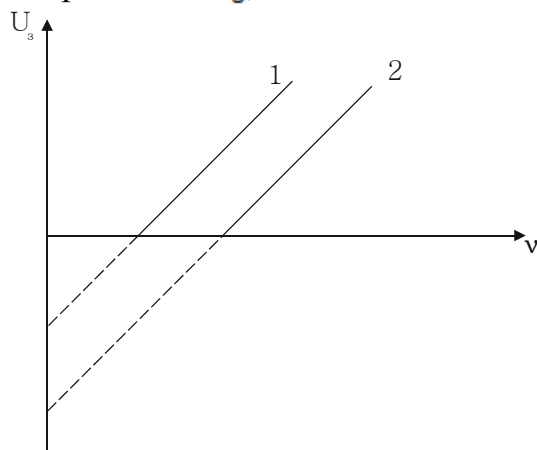
Следовательно, максимальной температуре соответствует минимальная длина волны (максимальная частота). Таким образом, наибольшей температуре соответствует кривая 3.

Задача 16. На рисунке показана кривая зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при $T=6000$ К. Как изменится длина волны, соответствующая максимуму излучения абсолютно черного тела, если температуру тела уменьшить в 4 раза?



В соответствии с законом смещения Вина длина волны должна уменьшиться в 4 раза, т.к. произведение длины волны на температуру должно остаться неизменным.

Задача 17. На рисунке представлены две зависимости задерживающего напряжения U_3 , от частоты ν падающего света для внешнего фотоэффекта.

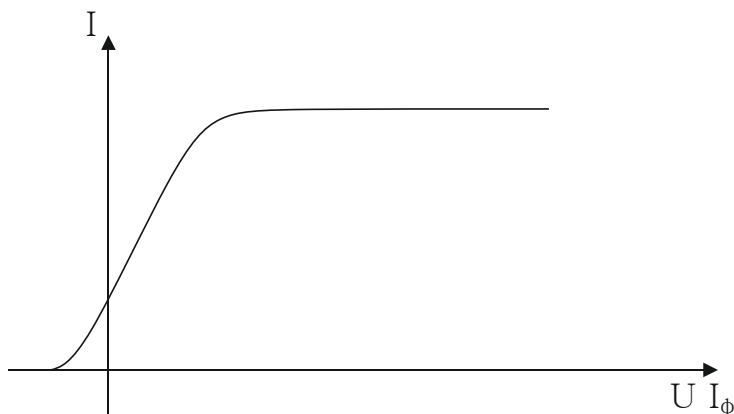


Укажите верные утверждения:

1) с помощью этих зависимостей можно определить значение постоянной Планка; 2) $A_2 < A_1$, где A_2 и A_1 — значения работы выхода электронов из соответствующего металла; 3) освещенность фотокатода во втором случае больше, чем в первом.

Фотоэффект — это явление выбивания электронов с поверхности металла падающим на него электромагнитным излучением, которое в этом случае, как и в случае теплового излучения и в эффекте Комптона, рассматривается как поток частиц (фотонов).

Падающие на поверхность катода фотоны с энергией $\varepsilon_\phi = h\gamma$ (h — постоянная Планка, γ — частота света) выбивают электроны, которые, если приложить напряжения U между анодом и катодом, устремляются к аноду, создавая фототок.



Зависимость фототока от напряжения U имеет вид, показанный на рисунке.

Ток зависит только от интенсивности света (числа фотонов, падающих за 1 секунду на поверхность катода).

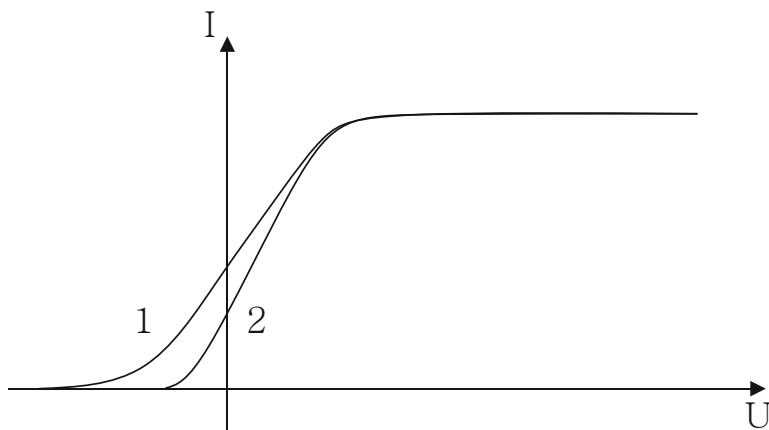
На рисунке напряжение U_3 — это запирающее (отрицательное по отношению к катоду) напряжение U , при котором прекращается фототок. Его находят из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта.

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + \frac{mv^2}{2} \quad (1)$$

Здесь $h\nu$ — энергия падающего фотона, $A_{\text{вых.}}$ — работа выхода (она равна энергии, которую необходимо затратить, чтобы вырвать электрон с поверхности металла), $\frac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия выбитого электрона. Напряжение U_3 находится из условия $U_{\text{зан}} \cdot q_e = \frac{mv^2}{2}$ (здесь q_e — заряд электрона). Подставляем (1) $\frac{mv^2}{2} \rightarrow U_3 q_e$, получим $U_{\text{зан}} = \frac{1}{q_e} (h\nu - A_{\text{вых.}})$.

В соответствии с приведенной формулой по наклону кривых можно судить о величине постоянной Планка, смещение кривых по вертикальной оси определяется величиной работы выхода. Кривая 2 соответствует большей работе выхода.

Задача 18. На рисунке представлены две вольтамперные характеристики вакуумного фотоэлемента. Если E — освещенность фотокатода, ν — частота падающего на него света, то для кривых 1 и 2 справедливы следующие утверждения...



- 1) $\nu_1 > \nu_2$, $E_1 = E_2$;
- 2) $\nu_1 < \nu_2$, $E_1 = E_2$;
- 3) $\nu_1 = \nu_2$, $E_1 > E_2$;
- 4) $\nu_1 = \nu_2$, $E_1 < E_2$.

В соответствии с формулой $U_{\text{зан}} = \frac{1}{q_e} (h\nu - A_{\text{вых.}})$.

Для одного и того же фотокатода большему по модулю запирающему напряжению соответствует большая частота падающего на фотокатод излучения. Следовательно, ответ — 1.

Задача 19. Красная граница фотоэффекта приходится на зеленый свет. Фотоэффект будет наблюдаться при освещении катода светом...

- 1) любым; 2) красным; 3) желтым; 4) фиолетовым.

Красная граница соответствует наибольшей длине волны (наименьшей частоте), при которой прекращается фотоэффект. Из представленных длин волн, длина волны, соответствующая зеленому свету, меньше длины волны, соответствующей желтому свету, но больше, чем у фиолетового света (вспомним: «...каждый охотник желает знать, где сидят фазаны»). Следовательно, ответ — фиолетовый.

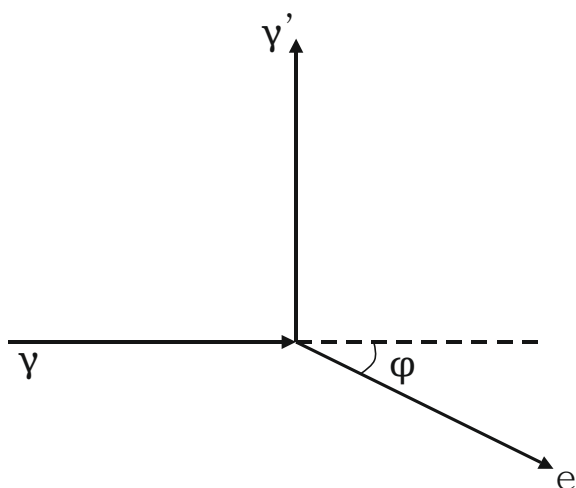
Задача 20. При изучении внешнего фотоэффекта увеличили освещенность катода. К чему это приведет:

- 1) увеличению значения задерживающего напряжения; 2) уменьшению работы выхода электрона; 3) увеличению работы выхода электрона; 4) увеличению значения тока насыщения?

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + \frac{mv^2}{2}, \quad U_{\text{зап}} = \frac{1}{qe} (h\nu - A_{\text{вых.}}).$$

Освещенность катода характеризуется числом фотонов, падающих на его поверхность в единицу времени. Увеличение значения задерживающего напряжения, как видно из приведенных формул, связано с увеличением частоты; величина работы выхода является табличной величиной, т.к. зависит от материала фотокатода. Таким образом, увеличение освещенности приводит к увеличению тока насыщения, при котором на поверхность анода попадают все выбитые излучением электроны.

Задача 21. На рисунке показаны направления падающего фотона (γ), рассеянного фотона (γ') и электрона отдачи (e). Угол рассеяния 90° , направление движения электрона отдачи составляет с направлением падающего фотона угол $\varphi = 30^\circ$. Если импульс падающего фотона P_φ , то чему равен импульс рассеянного фотона?



В соответствии с законом сохранения импульса, векторная сумма импульсов электрона и рассеянного фотона должна равняться импульсу падающего фотона.

В проекции на горизонтальную ось $P_{\phi} = 0 + p_e \cos 30^\circ$, а в проекции на вертикальную ось $0 = p'_{\phi} - p_e \cos 30^\circ$, откуда $p'_{\phi} = p_{\phi} \operatorname{tg} 30^\circ$.

Задача 22. Параллельный пучок N фотонов с частотой ν падает каждую секунду на абсолютно чёрную поверхность площадью S и производит на неё давление, равное...

- 1) $\frac{h\nu \cdot N}{s \cdot c}$; 2) $\frac{2h\nu \cdot N}{c}$; 3) $\frac{h\nu \cdot N \cdot s}{c}$; 4) $\frac{2h\nu \cdot N}{s \cdot c}$.

Давление света может быть объяснено как волновой теорией, так и квантовой, в которой свет рассматривается как поток фотонов (частиц, квантов). В волновой теории характеристики света – это длина волны λ и частота ν . В квантовой теории квант характеризуется импульсом P и энергией ε . Эти характеристики, как известно, связаны соотношениями $\varepsilon = h\nu$, $P = \frac{h}{\lambda}$, h – постоянная Планка. По закону сохранения импульса, импульс падающего фотона передается поверхности, на которую падает свет, если фотон поглощается (суммарный импульс фотона и поверхности до столкновения равен импульсу после столкновения). Если же фотон отражается (зеркальное отражение), то поверхности передается вдвое больший импульс с учетом того, что импульс отраженного фотона меняет знак: $p = -p + 2p$.

Так как давление равно импульсу, передаваемому единице площади поверхности, то давление равно $\frac{h\nu \cdot N}{s \cdot S}$ – суммарный импульс N фотонов делится на площадь поверхности S .

Здесь $P = \frac{h}{\lambda} = \frac{v}{c}$, т.к. $\lambda\nu = c$, где c – скорость света в вакууме.

Задача 23. Энергия первого фотона в три раза больше энергии второго. Отношение импульса первого фотона к импульсу второго равно...?

Из приведенных в задаче 22 соотношений следует, что энергия и импульс фотона связаны соотношением $\varepsilon = pc$. Следовательно, отношение импульса первого фотона к импульсу второго равно трем.

Задача 24. На черную пластинку падает поток света. Если число фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, увеличить в 2 раза, а черную пластинку заменить зеркальной, как изменится световое давление:

- 1) увеличится в 4 раза;
- 2) уменьшится в 2 раза;
- 3) останется неизменным;
- 4) увеличится в 2 раза.

В объяснении к задаче 22 показано, что в случае зеркальной поверхности ей передается импульс, в два раза больший, чем черной поверхности, а если еще и в два раза увеличить число фотонов на единицу поверхности, то суммарный импульс, и, следовательно, давление увеличится в четыре раза.

6. Квантовая физика

Задача 1. Де Бройль обобщил соотношение $p = \frac{h}{\lambda}$ для фотона на любые волновые процессы, связанные с частицами, импульс которых равен p . У каких частиц наименьшая длина волны, если скорость частиц одинакова:

- 1) нейтроны;
- 2) электроны;
- 3) α -частицы;
- 4) протоны.

Если скорость частиц одинакова, и т.к. $\lambda = \frac{h}{p}$, а импульс $p = mV$ – наибольший для α -частицы, которая является ядром атома гелия с массой, примерно в 4 раза большей массы протона или нейтрона, из представленных частиц (нейтрон, электрон, α -частицы, протоны) для этой частицы длина волны наименьшая.

Задача 2. Если протон и нейтрон движутся с одинаковыми скоростями, то чему равно отношение их длин волн де Бройля λ_p/λ_n ?

Если протон и нейтрон движутся с одинаковыми скоростями, то отношение их длин волн де Бройля приблизительно равно 1, т.к. $\lambda_p/\lambda_n = \frac{h}{p} \cdot \frac{p_n}{h} = \frac{m_n V}{m_p V}$, а массы протона и нейтрона примерно одинаковы.

Задача 3. Чему равна групповая скорость волн де Бройля? Она:

- 1) больше скорости света в вакууме;
- 2) зависит от квадрата длины волны;
- 3) не имеет смысла как физическая величина;
- 4) равна скорости частицы;
- 5) равна скорости света в вакууме.

Что можно сказать про групповую скорость волны де Бройля?

Различают фазовую скорость волны, с которой движется в пространстве фаза волны ($v = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$), и групповую, с которой движется так называемый волновой пакет, т.е. группа волн с мало отличающимися частотами. Групповая скорость $u = \frac{d\omega}{dk}$. Здесь ω – круговая (циклическая) частота; ν – частота; λ – длина волны; k – волновое число ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$). Таким образом, она равна скорости частицы.

Задача 4. Де Бройль обобщил соотношение $p = \frac{h}{\lambda}$ для фотона на любые волновые процессы, связанные с частицами, импульс которых равен p . Тогда, если скорость частиц одинакова, то какие частицы обладают наибольшей длиной волны:

- 1) нейтроны;
- 2) электроны;
- 3) α -частицы;
- 4) протоны.

Смотри задачу 1.

Задача 5. Положение пылинки массой $m = 10^{-9}$ кг можно установить с неопределенностью $\Delta x = 0.1$ мкм. Учитывая, что постоянная Планка $h = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, как найти неопределенность скорости ΔV_x (в м/с)?

Соотношение неопределенности $\Delta p \cdot \Delta x > h$,

$\Delta p = m\Delta V$ – неопределенность импульса.

$$\Delta V > \frac{h}{m \cdot \Delta x} = \frac{1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}}{10^{-9} \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} = 1,05 \cdot 10^{-18} \text{ м/с.}$$

Задача 6. Какое из уравнений является стационарным уравнением Шредингера для линейного гармонического осциллятора?

$$1) \Delta\Psi + \frac{2m}{h^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0;$$

$$2) \frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{h^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0;$$

$$3) \Delta\Psi + \frac{2m}{h^2} E\Psi = 0;$$

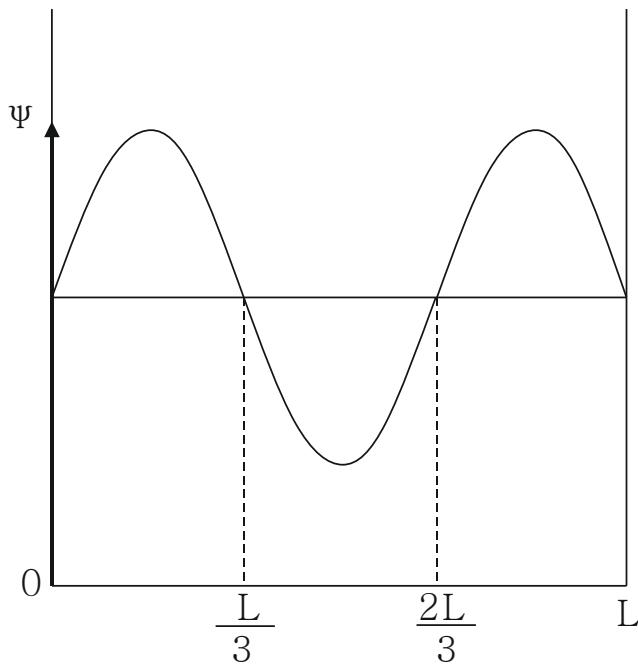
$$4) \frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{h^2} E\Psi = 0.$$

В квантовой механике поведение частицы описывается уравнением Шредингера для волновой функции Ψ , квадрат модуля которой характеризует плотность вероятности нахождения частицы в заданном месте в заданный момент времени.

Из приведенных в тестах уравнений Шредингера, стационарным уравнением Шредингера для частицы в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками является уравнение 4, уравнением для линейного гармонического осциллятора – уравнение 2. Уравнение 1 применимо для водородоподобного атома.

Задача 7. Вероятность обнаружить электрон на участке (a, b) одномерной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками вычисляется по формуле $W = \int_a^b \omega dx$, где ω – плотность вероятности, определяемая Ψ -функцией. Если Ψ -функция имеет вид, указанный на рисунке, то чему

равна вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{L}{6} < x < \frac{5L}{6}$?

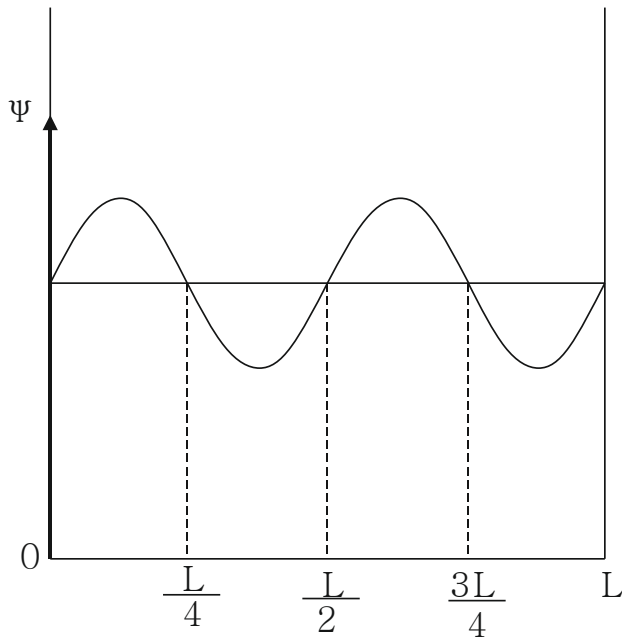


Вероятность нахождения частицы внутри ямы, т.е на участке от 0 до L равна 1 и соответствует всей площади под кривой $\psi^2(x)$ от 0 до L .

Вероятность нахождения частицы на интервале от a до b равна отношению площади в промежутке от a до b к площади над всей кривой от 0 до L .

В этой задаче площадь от $\frac{L}{6} < x < \frac{5L}{6}$ составляет $4/6$ от всей площади на участке от 0 до L . Следовательно, ответ $2/3$.

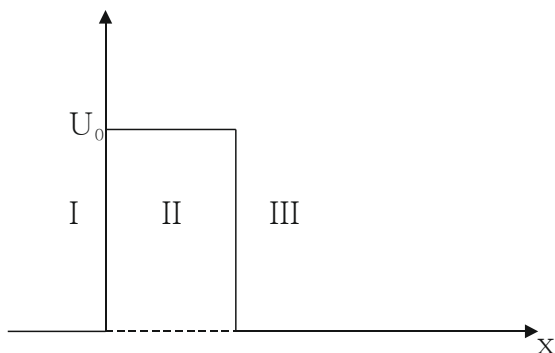
Задача 8. Вероятность обнаружить электрон на участке (a, b) одномерной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками вычисляется по формуле $W = \int_a^b \omega dx$, где ω — плотность вероятности, определяемая Ψ -функцией. Если Ψ -функция имеет вид, указанный на рисунке, то чему равна вероятность обнаружить электрон на участке $\frac{L}{8} < x < \frac{L}{2}$?



Решение аналогично решению предыдущей задачи.

Задача 9. Волновая функция частицы в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками шириной L имеет вид: $\Psi = A \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$. Если величина импульса частицы равна $\frac{3\hbar\pi}{L}$, то частица находится на энергетическом уровне с каким номером?

Задача 10. Частица массой m с энергией $E < U_0$ подлетает к потенциальному барьеру высотой U_0 . Для области I уравнение Шредингера имеет вид...



$$1) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \Psi = 0;$$

$$2) \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0;$$

$$3) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0;$$

$$4) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (U_0 - E) \Psi = 0.$$

Уравнение 3) относится к области 1 и к области 3; уравнение 1) относится к области 2.

Задача 11. Стационарным уравнением Шредингера для частицы в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками является одно из следующих уравнений:

$$1) \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0;$$

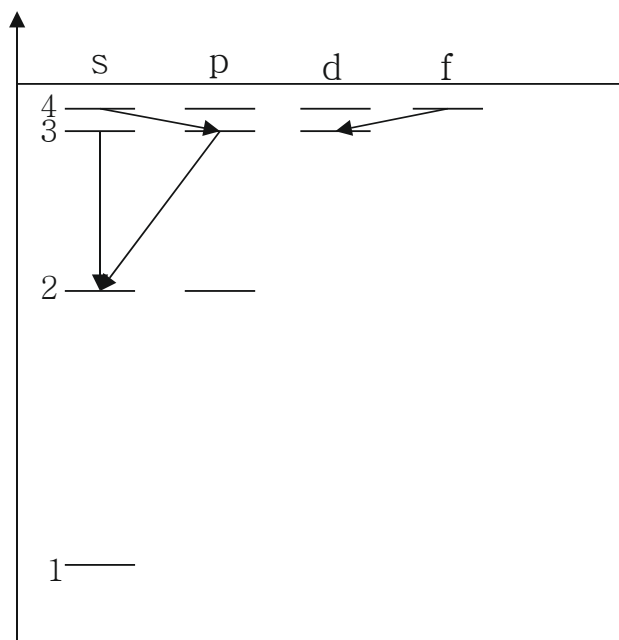
$$2) \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0;$$

$$3) \Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0;$$

$$4) \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0.$$

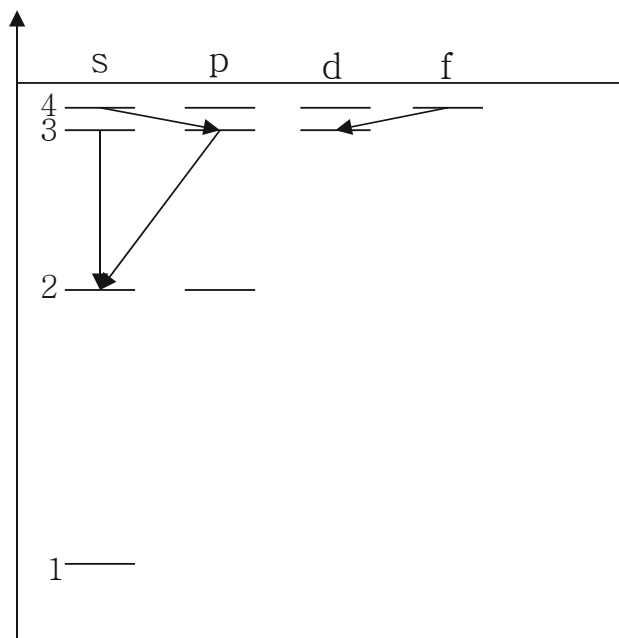
См. пояснения к задаче 6.

Задача 12. Закон сохранения момента импульса накладывает ограничения на возможные переходы электрона в атоме с одного уровня на другой (правило отбора). В энергетическом спектре атома водорода (рис.) запрещенным переходом является...



Запрещенным является переход $4s - 3d$, т.к. это переход от $l=0$ и $l=2$, т.е. $\Delta l = 2$.

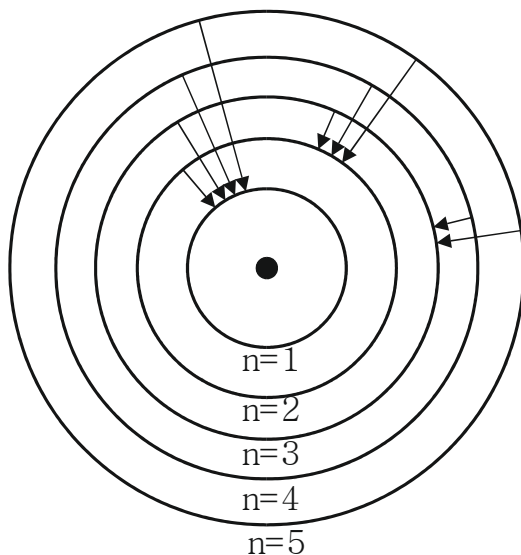
Задача 13. Закон сохранения момента импульса накладывает ограничения на возможные переходы электрона в атоме с одного уровня на другой (правило отбора). В энергетическом спектре атома водорода (рис.) запрещенным переходом является...



Полностью подобна предыдущей задаче, переход $3s - 2s$.

Задача 14. На рисунке изображены стационарные орбиты атома водорода согласно модели Бора, а также условно изображены переходы электрона с одной стационарной орбиты на другую, сопровождающиеся излучением кванта энергии. В ультрафиолетовой области спектра эти переходы дают серию Лаймана, в видимой — серию Бальмера, в инфракрасной — серию Пашена. Какой переход соответствует наибольшей частоте кванта в серии Лаймана?

Серию Лаймана образуют переходы на орбиту с $n = 1$, т.к. энергия фотона $E_{\text{сп}} = h\nu$, то наибольшая частота соответствует наибольшей энергии. Здесь это переход с $n = 5$ на $n = 1$.



Задача 15. Какое число возможных состояний электрона в атоме водорода отвечает уровню энергии с номером n (без учёта спина)?

Дело в том, что согласно принципу Паули в одном атоме не может быть двух электронов с одинаковым набором квантовых чисел. Этим обстоятельством и определяется число возможных состояний. Здесь n — главное квантовое число, определяющее уровень энергии электрона в атоме. При заданном значении n , орбитальное квантовое число принимает значения $l = 0, \dots, n - 1$, магнитное квантовое число принимает значения $m = 0, \pm 1, \dots, \pm n$, т.е. число возможных комбинаций оказывается равным n^2 .

Задача 16. Какие утверждения являются неверными для нуклонов:

1) оба нуклона нейтральны; 2) масса протона меньше массы нейтрона;

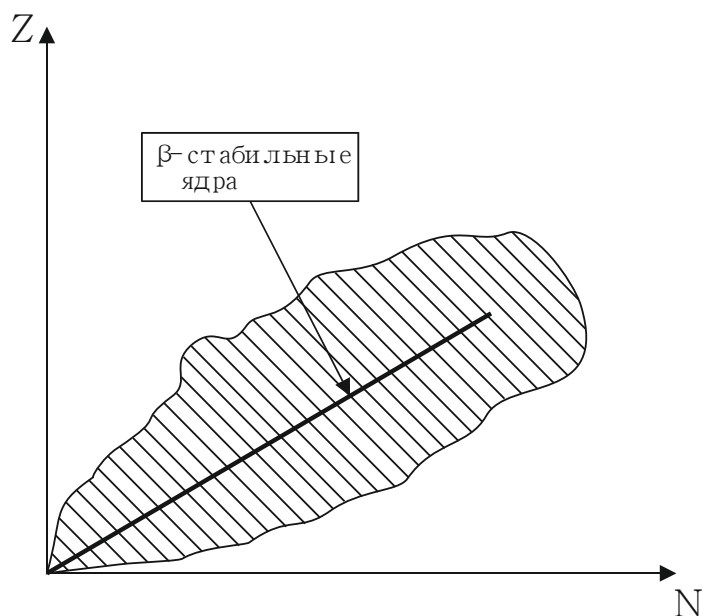
- 3) спины нуклонов одинаковы;
 4) оба нуклона обладают отличными от нуля магнитными моментами?

Будем исходить из того, что нуклонами называют нейтроны и протоны.

n-нейтрален; спин = 1/2; магнитный момент $\neq 0$, $m_n > m_p$;

p-положительный; спин = 1/2; магнитный момент $\neq 0$, $m_n \approx m_p$.

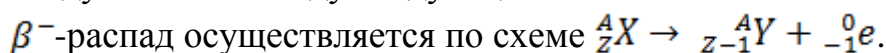
Задача 17. На рисунке показана область существования β -активных ядер. Прямая линия соответствует равновесным значениям Z — соответствующим β -стабильным ядрам. Здесь Z — порядковый номер элемента, а N — число нейтронов в ядре.



В области $Z < Z_\beta$...

- 1) ядра обладают избытком протонов и β^+ -активны; 2) ядра обладают избытком нейтронов и β^+ -активны; 3) ядра обладают избытком протонов и β^- -активны; 4) ядра обладают избытком нейтронов и β^- -активны.

Для обсуждения вариантов ответа и выбора правильного из них следует иметь в виду следующее:



Электрон при β^- -распаде появляется в результате превращения ${}^1_0 n \rightarrow {}^1_1 p + {}^0_{-1} e + {}^0_0 \bar{\nu}$, последняя частица здесь — антинейтрино. В ходе таких превращений выполняются законы сохранения зарядовых и

массовых чисел. Такое превращение является также энергетически выгодным, поскольку $m_n > m_p$.

β^+ -распад осуществляется следующим образом: ${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + {}^0_{+1}e + {}^0_0\nu$, (${}^0_0\nu$ – нейтрино, ${}^0_{+1}e$ – позитрон). Такая реакция энергетически невыгодна ($m_n < m_p$), для свободного протона неосуществима, но возможна в ядре.

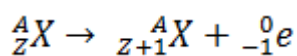
Далее, часть заштрихованной области ниже линии стабильности ядра характеризуется большим количеством нейтронов, чем требуется для стабильности ядра, следовательно, этой области предпочтительны β^- -превращения. Анализируя различные варианты ответов, видим, что правильным является последний ответ.

Задача 18. Сколько α и β^- -распадов должно произойти, чтобы ${}^{238}_{92}\text{U}$ превратился в стабильный изотоп свинца ${}^{206}_{82}\text{Pb}$? Варианты ответа:

- 1) 9 α и 5 β^- распадов;
- 2) 8 α и 6 β^- распадов;
- 3) 6 α и 8 β^- распадов;
- 4) 10 α и 4 β^- распадов.

При каждом α -распаде массовое число уменьшается на 4, а зарядовое число – на 2.

При β^- -распаде массовое число не меняется, а зарядовое увеличивается на 1.



Тогда, чтобы A уменьшилось с 238 до 206, т.е. на 32, нужно 8 α -распадов. При этом зарядовое число уменьшается на $8 \times 2 = 16$ и становится равным 76. Чтобы оно стало равным 82, нужно 6 β^- -распадов.

Задача 19. Неизвестный радиоактивный химический элемент самопроизвольно распадается по схеме: $X \rightarrow {}^{91}_{36}\text{Kr} + {}^{142}_{56}\text{Ba} + 3n$. Сколько протонов и нейтронов содержит это ядро:

- 1) 92 протона и 144 нейтрона; 2) 94 протона 142 нейтрона; 3) 94 протона и 144 нейтрона; 4) 92 протона 142 нейтрона?

См. предыдущую задачу.

Задача 20. Какая доля радиоактивных атомов распадется через интервал времени, равный двум периодам полураспада:

- 1) 25%; 2) 75%; 3) все атомы распадутся; 4) 90%; 5) 50%?

Период полураспада – это, время за которое распадается половина элементов от их числа N . За 2 периода распадается $\frac{N}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{N}{2}\right) = \frac{3}{4}N$. Остается $\frac{1}{4}$ нераспавшихся элементов.

Задача 21. Какая доля радиоактивных атомов остается нераспавшейся через интервал времени, равный двум периодам полураспада:

- 1) 33%; 2) 75%; 3) 50%; 4) 67%; 5) 25%.

Эта задача подобна предыдущей. Ответ: 25%.

Задача 22. При α -распаде значение зарядового числа Z меняется...

- 1) не меняется; 2) на два; 3) на три; 4) на четыре.

Выше подобные задачи уже обсуждались.

Задача 23. Неизвестный радиоактивный химический элемент самопроизвольно распадается по схеме: $X \rightarrow {}^{137}_{52}\text{Te} + {}^{97}_{40}\text{Zr} + 2n$. Сколько протонов и нейтронов содержит это ядро?

- 1) 94 протона и 144 нейтрона; 2) 92 протона 142 нейтрона; 3) 92 протона и 144 нейтрона; 4) 94 протона 142 нейтрона.

Задача 24. Что представляет из себя α -излучение? Это поток...

- 1) ядер атомов гелия; 2) протонов; 3) электронов; 4) квантов электромагнитного излучения, испускаемых атомными ядрами при переходе из возбужденного состояния в основное?

Представляет собой поток ядер атомов гелия.

Задача 25. Для нуклонов верными являются следующие утверждения:

- 1) протон обладает зарядом, равным $+2e$; 2) массы нуклонов практически одинаковы; 3) спин нейтрона меньше спина протона.

Задача 26. Сколько α - и β -распадов должно произойти, чтобы америций ${}_{95}^{241}\text{Am}$ превратился в стабильный изотоп висмута ${}_{83}^{209}\text{Bi}$:

- 1) 9 α -распадов и 3 β^- -распада;
- 2) 7 α -распадов и 3 β^- -распада;
- 3) 6 α -распадов и 5 β^- -распадов;
- 4) 8 α -распадов и 4 β^- -распада.

См. задачу 19.

Задача 27. При α -распаде:

- 1) заряд ядра уменьшается на $4e$, масса ядра уменьшается на 2 а.е.м.;
- 2) заряд ядра уменьшается на $2e$, масса ядра уменьшается на 4 а.е.м.;
- 3) заряд ядра уменьшается на $2e$, масса не изменяется;
- 4) заряд ядра не изменяется, масса ядра уменьшается на 4 а.е.м.?

При α -распаде значение зарядового числа Z меняется на 2, а массовое число уменьшается на 4: ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\text{He}$.

Здесь A – массовое число, Z – зарядовое число, ${}^4_2\text{He}$ – ядро атома гелия.

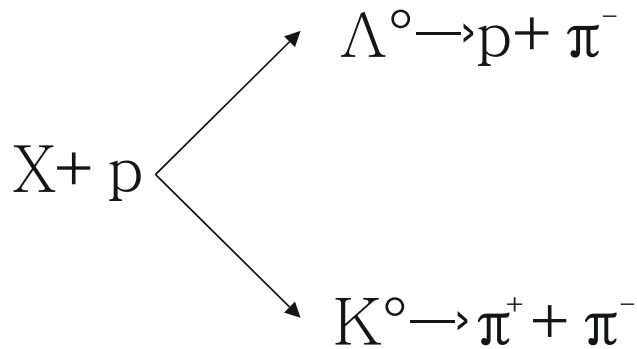
Задача 28. Чем меньше энергия связи ядра, тем...

- 1) меньше энергии выделится в реакции термоядерного синтеза этого ядра с другими ядрами;
- 2) меньшую работу нужно совершить, чтобы разделить ядро на отдельные нуклоны;
- 3) меньше у него энергия покоя;
- 4) больше у него дефект масс;
- 5) больше энергии выделится при распаде этого ядра на отдельные нуклоны.

Задача 29. Реакция распада электрона по схеме $e^- \rightarrow \gamma + \gamma + \bar{\nu}$ невозможна вследствие **невыполнения** закона сохранения...

- 1) лептонного заряда;
- 2) энергии;
- 3) электрического и лептонного зарядов;
- 4) электрического заряда.

Задача 30. Взаимодействие неизвестной частицы X с протоном в водородной пузырьковой камере идет по схеме



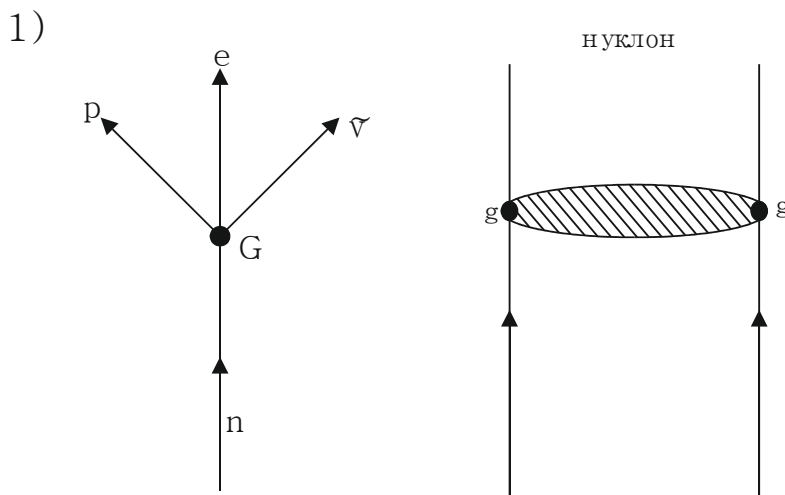
Если спин мезона $S = 0$, то заряд и спин налетающей частицы будут равны...

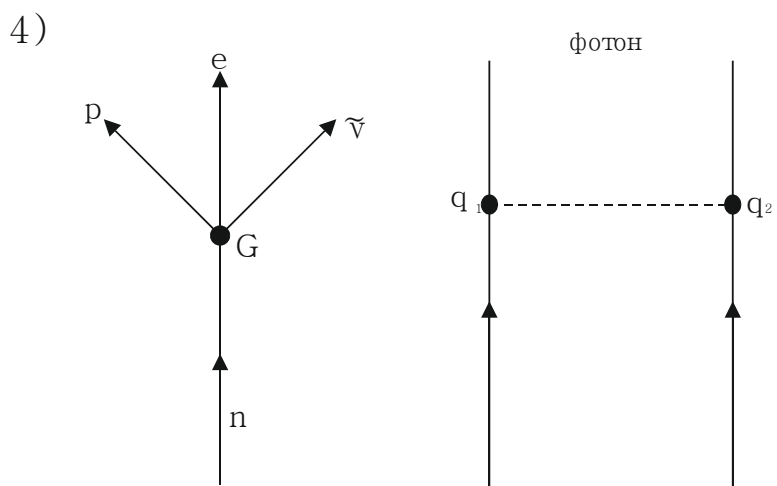
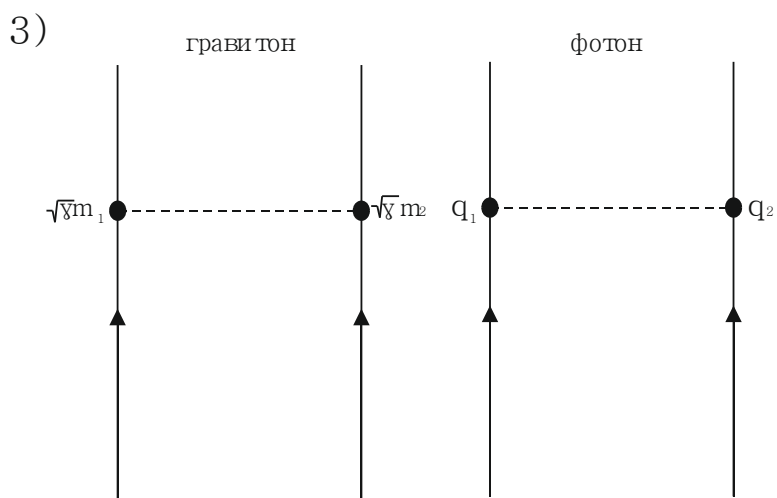
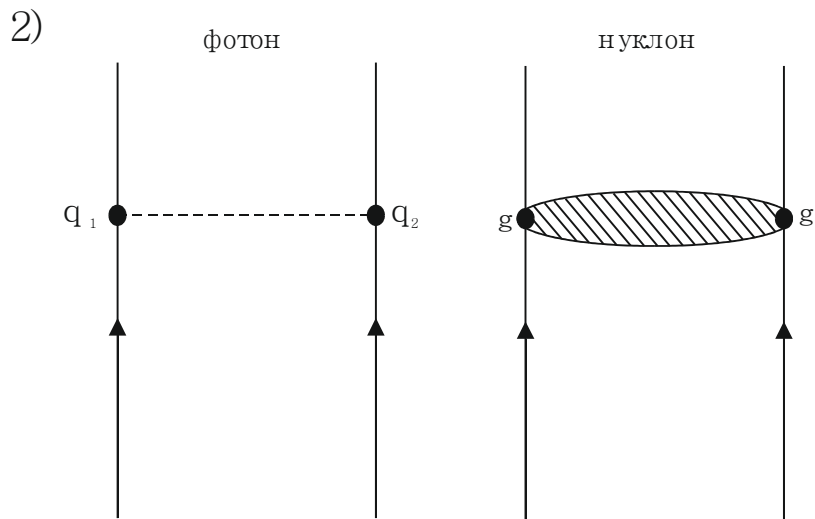
- 1) $q < 0; S = \frac{1}{2}$;
- 2) $q > 0; S = \frac{1}{2}$;
- 3) $q > 0; S = 0$;
- 4) $q < 0; S = 0$.

Задача 31. В процессе электромагнитного взаимодействия принимают участие...

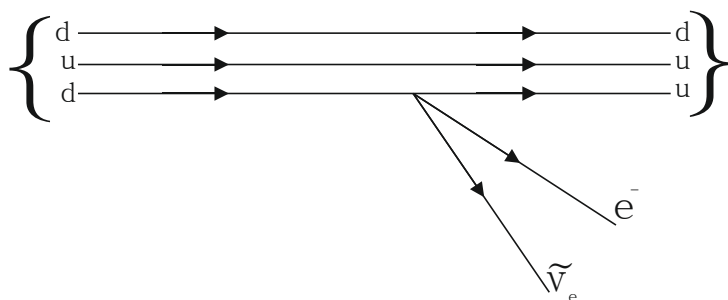
- 1) фотоны; 2) нейтрино; 3) нейтроны.

Электрослабое взаимодействие соответствует объединению схем...





Задача 32. На рисунке показана кварковая диаграмма β^- -распада нуклона.



Эта диаграмма соответствует реакции...

- 1) $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$;
- 2) $p \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e$;
- 3) $n \rightarrow n + e^- + \tilde{\nu}_e$;
- 4) $p \rightarrow n + e^- + \tilde{\nu}_e$.

Задача 33. Законом сохранения электрического заряда запрещена реакция:

- 1) $n + \nu_e \rightarrow p + e^+$;
- 2) $n + \bar{p} \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$;
- 3) $\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$;
- 4) $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$.

Задача 34. В порядке возрастания интенсивности фундаментальные взаимодействия располагаются следующим образом:

- 1) гравитационное, слабое, электромагнитное, сильное;
- 2) электромагнитное, гравитационное, слабое, сильное;
- 3) слабое, сильное, гравитационное, электромагнитное;
- 4) электромагнитное, слабое, гравитационное, сильное.

Задача 35. Реакция $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \nu_\mu$ не может идти из-за нарушения закона сохранения...

- 1) лептонного заряда; 2) электрического заряда; 3) спинового момента импульса.

Задача 36. Из приведенных схем взаимопревращения частиц аннигиляции соответствует:

1) $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$;

2) $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$;

3) $p \rightarrow n + e^- + \nu_e$;

4) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$.