

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ

На правах рукописи

Спесивцев Александр Александрович

**Разработка методики учета сезонных  
геодинамических эффектов с использованием  
данных о гравитационном поле Земли**

25.00.32 – Геодезия

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель

д. т. н. Непоклонов Виктор Борисович

Москва – 2017

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Анализ современного состояния и требований к учету геодинамических явлений</b> . . . . .	11
1.1. Общая характеристика геодинамических явлений . . . . .	11
1.2. Геодинамические явления, влияющие на параметры гравитационного поля Земли . . . . .	12
1.3. Геодинамические явления, влияющие на положение точек земной поверхности . . . . .	17
1.4. Неприливные геодинамические явления . . . . .	23
1.5. Методы учета нагрузочных эффектов . . . . .	26
1.6. Данные о гравитационном поле Земли . . . . .	30
1.7. Выводы по главе 1 . . . . .	33
<b>Глава 2. Разработка методики геодезического обеспечения геодинамических исследований</b> . . . . .	35
2.1. Общие положения . . . . .	35
2.2. Методика вычисления параметров вариации гармонических коэффициентов геопотенциала . . . . .	37
2.2.1. Общая постановка задачи . . . . .	37
2.2.2. Предварительная обработка измерительной информации . . . . .	38
2.2.3. Вычисление регрессионных параметров гармонических коэффициентов геопотенциала . . . . .	41
2.2.4. Проверка статистической значимости вычисленных регрессионных параметров . . . . .	43
2.3. Методика вычисления изменения координат точек земной поверхности под действием сезонных нагрузочных эффектов . . . . .	46

2.3.1.	Общая постановка задачи . . . . .	46
2.3.2.	Деформации земной поверхности, вызванные сезонными поверхностными нагрузками . . . . .	47
2.3.3.	Учет изменения положения геоцентра . . . . .	49
2.3.4.	Комплексный учет изменения положения точек земной поверхности . . . . .	51
2.4.	Выводы по главе 2 . . . . .	51
<b>Глава 3. Исследование вопросов практической реализации раз-</b>		
<b>работанной комплексной методики . . . . .</b>		
3.1.	Вычисление временных вариаций коэффициентов геопотенциала	53
3.2.	Вычисление нагрузочных деформаций земной коры . . . . .	64
3.3.	Выводы по главе 3 . . . . .	75
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>77</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>79</b>
<b>Приложение А. . . . .</b>		<b>90</b>
<b>Приложение Б. . . . .</b>		<b>96</b>
<b>Приложение В. . . . .</b>		<b>102</b>
<b>Приложение Г. . . . .</b>		<b>108</b>
<b>Приложение Д. . . . .</b>		<b>109</b>
<b>Приложение Е. . . . .</b>		<b>110</b>

## Введение

### **Актуальность темы исследования. Степень её разработанности.**

В середине XX века выдающийся советский геодезист М. С. Молоденский, рассуждая о научных задачах, которые встанут перед геодезической наукой в ближайшем будущем, ввел понятие «кинематической» геодезии [8] – области исследований, изучающей изменение фигуры и гравитационного поля Земли. Этим он на многие годы предвосхитил современные представления основной научной задачи геодезии – как задачи изучения фигуры Земли, ее внешнего гравитационного поля и их изменений во времени.

В настоящее время при проведении геодинамических исследований широко применяются геодезические методы, в том числе, методы геодезической гравиметрии и космической геодезии. Точность определения абсолютных координат положения геодезических пунктов, достигнутая на сегодняшний день, находится на уровне 0,01 метра, а скоростей изменения координат — на уровне 0,001 – 0,002 м/год.

Такие же высокие точности достигнуты и в области изучения гравитационного поля Земли (ГПЗ). С использованием абсолютных гравиметров возможно получение значений ускорения свободного падения с точностью 1-2 мкГал, а из анализа долговременных рядов значений определять скорость изменения на уровне 0,1-0,5 мкГал/год [93, 94]. С помощью современных зенит-телескопов стало возможно выполнять определение уклонения отвесных линий с точностью 0,05" [54].

Однако, в перспективе, для изучения более «тонких» геодинамических эффектов требуется на порядок повысить точность координатных определений, которая должна находиться на уровне 0,001 метра для координат и 0,0001 м/год для скоростей. При таком уровне точности необходимо рассматривать планету Земля (включая «твердую» оболочку, океан и атмосферу) как единое целое, чтобы с достаточной точностью учитывать эффекты, влияющие на положение

точек земной поверхности и ГПЗ. В рамках проекта Глобальной Геодезической Системы Наблюдения (Global Geodetic Observing System – GGOS) поставленную задачу планируется решить уже к 2020 году [77].

Большое количество геодинамических явлений на данный момент довольно хорошо изучено, а их влияние на координаты и ГПЗ может быть учтено на высоком уровне точности. Существенный вклад в обеспечение такой возможности внесли своими работами отечественные и зарубежные ученые: А. Э. Ляв, И. М. Лонгман, М. С. Молоденский, Л. П. Пеллинен, Э. В. Граффаренд, Т. М. ван Дам, Т. А. Херринг, Дж. Вар и другие.

Так, параметры изменения координат вследствие тектонических движений определяются в настоящее время совместно с координатами пунктов в виде линейных скоростей изменения координат. Рекомендации по методам учета периодических геодинамических эффектов, таких как: приливы океанические и в «твердом» теле Земли, нагрузка от океанических приливов, нагрузки, вызванные приливным влиянием атмосферы, и нагрузка от полюсных приливов довольно подробно изложены в Соглашениях Международной Службы Вращения Земли.

Однако, в этих Соглашениях отсутствуют методики учета влияния на параметры гравитационного поля Земли и положение точек земной поверхности ряда эффектов, которые отражают сезонные процессы, связанные с неприливым перераспределением масс в атмосфере, океане и на суше.

Таким образом, выбор темы исследования, её **актуальность** обусловлены необходимостью дополнения существующих методов и методик учета изменений во времени параметров ГПЗ и координат точек земной поверхности, ориентированных, в основном, на тектонические движения векового характера и приливные колебания, методическими приемами, обеспечивающими повышение точности, достоверности и полноты учета влияния сезонных процессов, обусловленных естественными факторами. Еще одной предпосылкой является реализация потенциала новых методов космической геодезии, а именно, мето-

дов изучения ГПЗ с использованием низкоорбитальных космических аппаратов *GRACE*, которые позволяют проводить исследование временных вариаций параметров ГПЗ в глобальном масштабе.

**Целью** диссертационной работы является расширение методических возможностей учета в геодинимических исследованиях изменений во времени параметров ГПЗ и координат точек земной поверхности, вызываемых естественными сезонными процессами перераспределения масс на поверхности Земли, с использованием современных данных космической геодезии.

В соответствии с поставленной целью и, принимая во внимание, что глобальное представление ГПЗ базируется на моделях в виде сферических гармоник геопотенциала, необходимо решить следующие **задачи**:

- разработать методику, реализующую унифицированный подход к оценке сезонных вариаций параметров ГПЗ по данным, представленным в виде моделей сферических гармоник геопотенциала;
- разработать методику учета влияния нагрузочных эффектов сезонного характера на координаты точек земной поверхности на основании данных о сезонных вариациях параметров ГПЗ;
- выполнить экспериментальные исследования разработанных методик с использованием данных спутникового мониторинга ГПЗ.

Таким образом, в диссертации должна быть разработана унифицированная комплексная методика учета сезонных геодинимических эффектов с использованием информации о ГПЗ, включающая в себя методики оценки сезонных вариаций параметров гравитационного поля Земли и учета их влияния на координаты точек земной поверхности в глобальном пространственном масштабе.

**Научная новизна** диссертационной работы:

- В основу методики определения сезонных вариаций параметров ГПЗ положен унифицированный алгоритм аппроксимации временных рядов значений гармонических коэффициентов геопотенциала линейными и периодическими функциями, обеспечивающий подбор определяемых параметров на основе анализа входных данных.
- В составе методики учета влияния нагрузочных эффектов реализован алгоритм, позволяющий на основе информации о величине сезонных вариаций параметров ГПЗ выполнять расчет величины изменения координат точек земной поверхности, что, в свою очередь, повышает точность координатных определений.

**Теоретически значимым** является то, что разработанные методики оценки и учета временных вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала могут использоваться для уточнения параметров математической модели гравитационного поля Земли и общеземной геоцентрической системы координат, а полученные численные оценки вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала расширяют представление об амплитудно-частотных характеристиках сезонных колебаний гравитационного поля Земли в планетарном масштабе.

**Практическая значимость** работы состоит в том, что полученные аналитические и численные оценки влияния сезонного перераспределения масс Земли на ее фигуру и гравитационное поле могут использоваться для уточнения требований к системам глобального геодезического мониторинга геодезических явлений, базирующимся на использовании методов космической геодезии, а результаты экспериментальной проверки разработанной методики учета нагрузочных эффектов неприливного характера для геодезических пунктов, подтверждают возможность ее использования для повышения полноты и

надежности учета влияния геодинимических факторов при поддержании государственных систем координат.

**Методология исследования** базировалась на комплексном использовании теоретических и экспериментальных изысканий. В ходе исследования проводился анализ современной научной литературы по теме диссертации и возможных требований к учету сезонных эффектов при изучении геодинимических процессов.

С использованием методов системного анализа, математического моделирования, космической геодезии и гравиметрии разработана методика учета сезонных геодинимических явлений.

Для проверки и верификации методики проводились практические исследования с использованием метода вычислительного эксперимента. Обработка и анализ экспериментальных данных выполнялись с использованием стандартных математических методов исследования: математической статистики, спектрального анализа и метода наименьших квадратов.

### **Положения, выносимые на защиту:**

- Разработана методика определения временных вариаций гравитационного поля Земли, основанная на установлении регрессионных зависимостей между значениями коэффициентов геопотенциала и моментами времени, что позволяет повысить достоверность выводов о параметрах гравитационного поля Земли.
- Предложен унифицированный алгоритм вычисления вариаций коэффициентов геопотенциала, представленных в виде сферических функций, с учетом линейных и периодических параметров, что позволит повысить точность и детальность описания изменений гравитационного поля Земли.
- Предложена методика учета нагрузочных эффектов на положение точек

земной поверхности с использованием данных о сезонных вариациях гравитационного поля Земли, которая позволяет повысить точность координатных определений.

- Результаты экспериментальных исследований сезонных вариаций параметров гравитационного поля Земли, а также величины нагрузочных деформаций земной поверхности под действием сезонных перераспределений масс на поверхности Земли.

**Достоверность результатов** работы определяется корректностью постановки задач, использованием стандартных математических методов при проведении исследования, согласованностью экспериментальных и теоретических данных.

### **Апробация результатов.**

Основные положения и результаты исследований докладывались и обсуждались на 69-ой научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК (г. Москва, апрель 2014 г.), Научной конференции молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН (г. Москва, апрель 2014 г.), 70-ой научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК (г. Москва, апрель 2015 г.), 71-ой научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК (г. Москва, апрель 2016 г.), Научной конференции молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН (г. Москва, апрель 2016 г.).

### **Публикации**

Материалы диссертации опубликованы в 4 печатных работах, из них 2 статьи в журналах, рекомендованных ВАК, 1 статья в сборнике трудов конференции и 1 статья в сборнике тезисов докладов.

## **Личный вклад автора**

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

## **Структура и объем диссертации.**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и шести приложений, содержит 58 рисунков и 9 таблиц. Общий объем диссертации 110 страниц текста. Библиография включает 104 наименования.

## Глава 1

# Анализ современного состояния и требований к учету геодинамических явлений

### 1.1. Общая характеристика геодинамических явлений

С момента выделения геодинамики в самостоятельную область научных исследований количество явлений, изучаемых данной дисциплиной, непрерывно растет.

Геодинамические явления и процессы можно условно разделить на группы по общим признакам. Так выдающийся советский ученый-геодезист Л. П. Пеллинен в своей работе классифицировал геодинамические явления в зависимости от масштаба их проявления в пространстве [11]:

- глобальные – относящиеся ко всей Земле в целом;
- крупномасштабные – относящиеся к областям протяженностью 1000 – 10000 км;
- региональные – относящиеся к областям протяженностью 100 – 1000 км;
- локальные – относящиеся к областям протяженностью менее 100 км.

В зависимости от характера повторяемости различают следующие геодинамические явления [11]:

- вековые (период изменений 100 лет и более);
- межгодовые (период изменений от нескольких лет до нескольких десятков лет);
- годовые, сезонные (период изменений от нескольких месяцев до нескольких лет);

- месячные, полумесячные;
- суточные;
- нерегулярные, случайные.

С точки зрения геодезии, наибольший интерес вызывают геодинамические процессы, проявляющиеся в виде движений земной коры и изменении параметров гравитационного поля Земли, которые отражаются в результатах геодезических измерений. В зависимости от направленности движения земной поверхности условно делятся на горизонтальные и вертикальные [7]. Изменение параметров гравитационного поля Земли принято характеризовать его изменением во временной области.

## 1.2. Геодинамические явления, влияющие на параметры гравитационного поля Земли

В настоящее время наиболее широкое распространение получило представление гравитационного поля Земли в виде сферических гармоник геопотенциала [9, 10].

Значение геопотенциала в точке с использованием сферических гармоник можно определить при помощи выражения:

$$V(\varphi, \lambda, r) = \frac{GM_{\oplus}}{r} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda), \quad (1.1)$$

где

$\varphi, \lambda, r$  – широта, долгота и радиус-вектор точки;

$GM_{\oplus}$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;

$R_{\oplus}$  – средний радиус Земли;

$\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  – нормированные коэффициенты геопотенциала;

$\bar{P}_{nm}$  – полностью нормированные присоединенные функции Лежандра.

Общепринятой практикой учета изменения гравитационного поля Земли под действием геодинамических факторов является введение поправок в значения коэффициентов геопотенциала.

### Эффект от прилива в «твердом» теле Земли

Гравитационного воздействия Луны и Солнца, порождает гравиметрические земные приливы, которые имеют сильное влияние на гравитационное поле Земли. Эффекты, вызываемые воздействием Луны, могут достигать величины 190 мкГал, а воздействие Солнца — 90 мкГал [16].

Процедура учета изменения гравитационного потенциала Земли состоит в вычислении поправок к коэффициентам геопотенциала. Вычисление величины полного приливного воздействия, в соответствии с последними Соглашениями МСВЗ, следует выполнять в два этапа [71].

На первом этапе производится вычисление поправок в коэффициенты геопотенциала с использованием частотно-независимых значений чисел Лява по формуле :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \frac{k_{nm}}{2n+1} \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM_{\oplus}} \left( \frac{R_{\oplus}}{r_j} \right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\sin \varphi_j) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda_j \\ \sin m\lambda_j \end{array} \right., \quad (1.2)$$

где

$k_{nm}$  – число Лява степени  $n$  и порядка  $m$ ;

$R_{\oplus}$  – экваториальный радиус Земли;

$GM_{\oplus}$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;

$GM_j$  – гравитационная постоянная Луны ( $j = 2$ ) и Солнца ( $j = 3$ );

$r_j, \varphi_j, \lambda_j$  – геоцентрические координаты возмущающего тела.

В виду того, что упругие свойства реальной Земли зависят от частоты действующих сил, на втором этапе вычисляют поправки коэффициентов, обусловленные отличием номинальных значений чисел Лява от их частотно-зависимых значений. В тексте Соглашений МСВЗ приводятся аналитические формулы для вычисления данных поправок.

Комбинация собственного гравитационного потенциала Земли и приливного потенциала представляют собой гравитационный потенциал, доступный для наблюдений на поверхности и вблизи Земли. Поправки, полученные в результате двухэтапной процедуры вычисления величины приливного потенциала, содержат постоянную и переменную (зависящую от времени) части. Исключение переменной части приливного потенциала даст потенциал среднего прилива, а исключение постоянной части – потенциал нулевого прилива.

Поправку за приливное воздействие для моделей нулевого прилива следует исправлять на величину постоянного прилива, чтобы эффект не был учтен дважды [71]:

$$\Delta\bar{C}_{20}^{zt} = \Delta\bar{C}_{20} - \Delta\bar{C}_{20}^{perm}, \quad (1.3)$$

где

$\Delta\bar{C}_{20}$  – полная приливная поправка;

$\Delta\bar{C}_{20}^{perm}$  – величина постоянного прилива.

### Эффект от океанического прилива

Гравитационное воздействие Луны и Солнца на океан порождает явление океанических приливов, которые могут иметь значительное влияние на результаты геодезических измерений (рис. 1.1). Учет влияния океанических приливов выполняют с использованием численных моделей. В зависимости от вида представления данных в модели, меняются и выражения, при помощи которых выполняется вычисление величины эффекта.

При использовании широко распространенной модели океанических приливов FES2004 [63] вычисление поправок к коэффициентам геопотенциала выполняется в соответствии со следующим выражением [5, 17, 71]:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \sum_{f,nm} \left\{ \begin{array}{l} (C_{f,nm}^+ + C_{f,nm}^-) \cos \theta_f + (S_{f,nm}^+ + S_{f,nm}^-) \sin \theta_f \\ (S_{f,nm}^+ + S_{f,nm}^-) \cos \theta_f - (C_{f,nm}^+ + C_{f,nm}^-) \sin \theta_f \end{array} \right\}, \quad (1.4)$$

где

$C_{f,nm}^\pm, S_{f,nm}^\pm$  – гармоническая амплитуда геопотенциала для приливной вол-

ны  $f$ ;

$\theta_f$  – приливной аргумент для волны  $f$ .

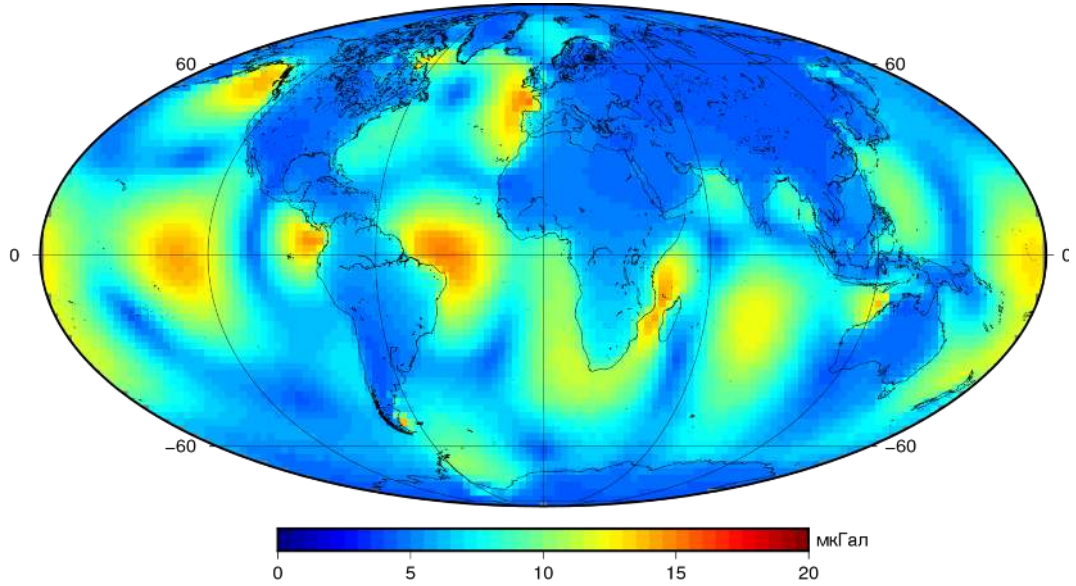


Рис. 1.1. Поправка в значение силы тяжести, обусловленная влиянием волны  $M_2$  океанического прилива

### Полюсной прилив в «твердом» теле Земли

Полюсной прилив, вызванный центробежным воздействием движения полюса, вызывает возмущения геопотенциала, которые можно описать следующим выражением [71]:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -1,333 \times 10^{-9}(m_1 + 0,0115m_2) \\ -1,333 \times 10^{-9}(m_2 - 0,0115m_1) \end{array} \right\}, \quad (1.5)$$

где

$m_1, m_2$  – величины, характеризующие различие в положении мгновенной и средней оси вращения Земли.

Параметры  $m_1, m_2$  вычисляются в соответствии с выражением:

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = x_p - \bar{x}_p \\ m_2 = -(y_p - \bar{y}_p) \end{array} \right\}, \quad (1.6)$$

где

$x_p, y_p$  – координаты мгновенного полюса;

$\bar{x}_p, \bar{y}_p$  – координаты среднего полюса.

### Океанический полюсной прилив

Явление океанического полюсного прилива связано с воздействием центробежной силы на океанические водные массы вследствие движения полюса.

Для наиболее полного учета эффекта следует использовать самосогласованную равновесную модель океанического полюсного прилива [39]. Поправки к коэффициентам геопотенциала вычисляются в соответствии с выражением [71]:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm} \\ \Delta \bar{S}_{nm} \end{array} \right\} = R_n \left\{ \left( \begin{array}{c} \bar{A}_{nm}^R \\ \bar{B}_{nm}^R \end{array} \right) (m_1 \gamma_2^R + m_2 \gamma_1^I) + \left( \begin{array}{c} \bar{A}_{nm}^I \\ \bar{B}_{nm}^I \end{array} \right) (m_2 \gamma_2^R + m_1 \gamma_1^I) \right\}, \quad (1.7)$$

где

$\bar{A}_{nm}, \bar{B}_{nm}$  – коэффициенты самосогласованной равновесной модели океанического полюсного прилива;

$\gamma = \gamma_2^R + i\gamma_2^I = (1 + k_2 - h_2) = 0,6870 + i0,0036$  – комбинация приливных чисел Лява;

$$R_n = \frac{\Omega^2 R_\oplus^4}{GM_\oplus} \frac{4\pi G \rho_w}{g_e} \left( \frac{1 + k'_n}{2n + 1} \right), \quad (1.8)$$

где

$\Omega$  – средняя угловая скорость вращения Земли;

$R_\oplus$  – средний экваториальный радиус Земли;

$GM_\oplus$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;

$\rho_w$  – плотность морской воды;

$g_e$  – средняя экваториальная сила тяжести;

$k'_n$  – нагрузочное число Лява.

Использование коэффициентов до 10 степени и порядка в формуле (1.7) позволяет учесть до 99% эффекта.

Учет океанического полюсного прилива в виде поправок к коэффициентам геопотенциала второй степени и первого порядка позволяет компенсиро-

вать около 90% общего эффекта. В данном случае для вычисления поправок используется выражение [71]:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{21} \\ \Delta \bar{S}_{21} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -2,1778 \times 10^{-10}(m_1 - 0,01724m_2) \\ -1,7232 \times 10^{-10}(m_2 - 0,03365m_1) \end{array} \right\}, \quad (1.9)$$

где величины  $m_1, m_2$  вычисляются в соответствии с формулой (1.6).

**В разделе 1.2** приведены методические приемы, рекомендованные Международной службой вращения Земли, по учету влияния геодинамических явлений на гравитационное поле Земли на уровне точности соответствующем современным научно-техническим требованиям.

### **1.3. Геодинамические явления, влияющие на положение точек земной поверхности**

Планета Земля постоянно испытывают воздействие возмущающих факторов самой различной природы, которые непрерывно деформируют её поверхность [4, 15, 28, 29]. Поэтому для определения координат точек земной поверхности необходимо учитывать влияние возмущающих факторов на заданную эпоху с использованием выражения [71]:

$$\bar{X}(t) = \bar{X}_K(t) + \sum_i \Delta \bar{X}_i(t), \quad (1.10)$$

где

$\bar{X}(t)$  – мгновенные координаты пункта на эпоху  $t$ ;

$\bar{X}_K(t)$  – координаты пункта, приведенные на эпоху  $t$ ;

$\Delta \bar{X}_i(t)$  – поправки в координаты пункта, обусловленные влиянием различных геодинамических явлений на эпоху  $t$ .

#### **Движения тектонических плит**

В настоящее время для описания изменения координат точек земной поверхности вследствие горизонтальных движений тектонических плит широко

применяется теорема вращения Эйлера. Согласно данной теореме, изменение положения точки описывается в терминах вращения точки на поверхности сферы вокруг некоторой оси, проходящей через центр сферы.

Скорость изменения координат  $\bar{V}_i$  точки  $i$ , которая расположена на тектонической плите  $k$ , можно описать выражением [4, 15, 42]:

$$\bar{V}_i = \bar{\Omega}_k \times \bar{R}_i, \quad (1.11)$$

где

$\bar{\Omega}_k$  – геоцентрический вектор вращения плиты  $k$ ;

$\bar{R}_i = (X_i, Y_i, Z_i)$  – геоцентрический вектор точки  $i$ .

Геоцентрический вектор вращения  $\bar{\Omega}_k$  можно задать с использованием трех параметров  $(\varphi_k, \lambda_k, \omega_k)$  – широты и долготы оси вращения, а также скорости вращения тектонической плиты вокруг оси.

Существуют два подхода к определению параметров геоцентрического вектора вращения: на основании геолого-геофизических моделей движения тектонических плит и с использованием анализа временных рядов координат геодезических пунктов, полученных средствами космической геодезии.

Наиболее широкое распространение получила геолого-геофизическая модель тектонических плит *NUVEL-1A* [38], содержащая данные о параметрах вектора вращения  $(\varphi_k, \lambda_k, \omega_k)$  для 15 тектонических плит. Данная модель движения тектонических плит построена на основе данных о геомагнитных аномалиях в районах срединно-океанических хребтов. На рис. 1.2 изображена карта тектонических плит представленных в модели *NUVEL-1A*.

С использованием длительных временных рядов данных, полученных современными позиционными средствами космической геодезии, такими как глобальные навигационные спутниковые системы, появилась возможность непосредственного определения скорости изменения координат точки земной поверхности как функции, линейно зависящей от времени [71]:

$$\bar{X}_K(t) = \bar{X}_0 + \dot{X}(t - t_0), \quad (1.12)$$

где

$\bar{X}_K(t)$  – координаты пункта, приведенные на эпоху  $t$ ;

$\bar{X}_0$  – координаты пункта на начальную эпоху  $t_0$ ;

$\dot{X}$  – линейная скорость изменения координат пункта.

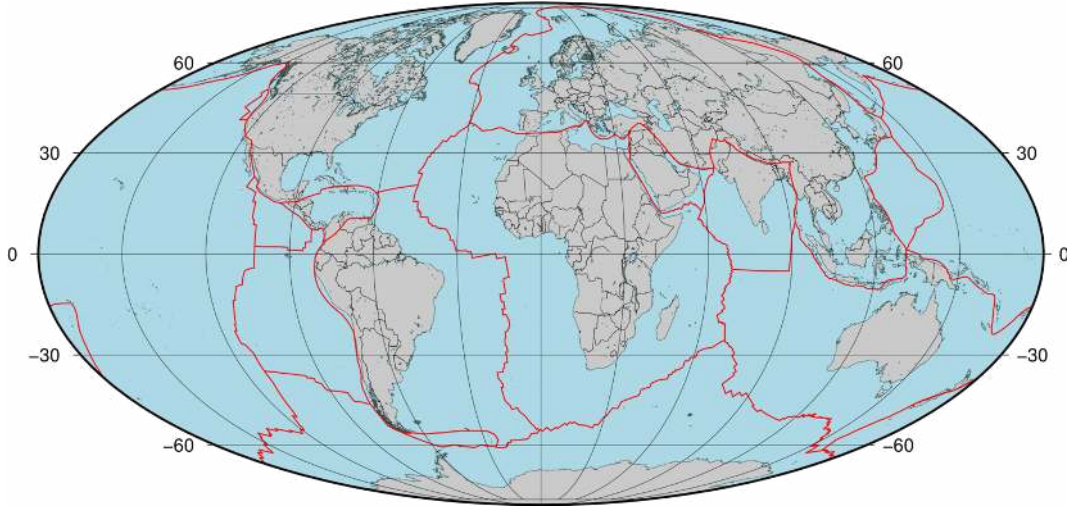


Рис. 1.2. Схема тектонических плит модели *NUVEL-1A*

### Деформации, вызванные приливом в «твердом» теле Земли

Так как Земля не является абсолютно твердым телом, то под действием приливных сил Луны и Солнца она испытывает упругие деформации, в результате чего происходит смещение точек земной поверхности.

Для вычисления поправок за действие эффекта применяется двухэтапная процедура расчета смещения точек земной поверхности. Аналогично учету влияния приливного воздействия на геопотенциал, на первом этапе вычисляется частотно-независимая часть поправки. Выражение для расчета смещения точки под действием коэффициентов приливного потенциала второй степени [71]:

$$\Delta \bar{r} = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j R_{\oplus}^4}{GM_{\oplus} R_j^3} \left\{ h_2 \hat{r} \left( \frac{3(\hat{R}_j \hat{r})^2 - 1}{2} \right) + 3l_2 (\hat{R}_j \hat{r}) \left[ \hat{R}_j - (\hat{R}_j \hat{r}) \hat{r} \right] \right\}, \quad (1.13)$$

где

$GM_j$  – гравитационная постоянная Луны и Солнца ( $j = 2, 3$ );

$GM_{\oplus}$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;

$R_{\oplus}$  – средний экваториальный радиус Земли;

$\hat{R}_j, R_j$  – направление и величина геоцентрического вектора направления на Луну и Солнце;

$\hat{r}, r$  – направление и величина геоцентрического вектора направления на точку земной поверхности;

$h_2, l_2$  – приливные числа Лява и Шида второй степени.

При расчете смещения точек земной поверхности под действием коэффициентов приливного потенциала третьей степени учитывается только влияние Луны, так как воздействие Солнца становится пренебрежимо мало.

На втором этапе выполняется расчет поправок с учетом частотной зависимости чисел Лява и Шида. Соответствующие выражения приведены в тексте Соглашений МСВЗ.

### **Деформации, вызванные действием океанического прилива**

Океанические приливы связаны с периодическим перераспределением огромных водных масс, которые вызывают деформации земной поверхности. Данное явление носит название – океаническая приливная нагрузка. Величина таких периодических деформаций может достигать десятков миллиметров. Так как величина океанического прилива сильно зависит от локальных и региональных условий, которые влияют на перераспределение океанических масс, то описать данное явление аналитически не представляется возможным. Поэтому применяется расчет океанической приливной нагрузки с использованием численных моделей океанических приливов.

Для расчета величины смещения точек земной поверхности под действием океанической приливной нагрузки используется выражение [71]:

$$\Delta r_c = \sum_j A_{cj} \cos(\chi_j(t) - \varphi_{cj}), \quad (1.14)$$

где

$A_{cj}, \varphi_{cj}$  – амплитуды и фазы, отражающие влияние нагрузки для заданной

точки земной поверхности;

$\chi_j(t)$  – астрономический аргумент приливной волны  $j$ .

При вычислениях следует использовать амплитуды и фазы  $A_{cj}, \varphi_{cj}$  для 11 главных приливных волн: трех долгопериодических ( $M_f, M_m, S_{sa}$ ), четырех суточных ( $K_1, O_1, P_1, Q_1$ ) и четырех полусуточных ( $M_2, S_2, N_2, K_2$ ). Амплитуды остальных волн могут быть получены интерполированием значений амплитуд и фаз главных приливных волн.

### **Деформации, вызванные атмосферными нагрузками**

Дневной нагрев атмосферы под действием Солнца является причиной колебания давления, которое, в свою очередь, воздействует на земную поверхность как атмосферная приливная нагрузка ( $S_1$  и  $S_2$ ). Величина амплитуды вертикальных деформаций, вызванных атмосферными приливами, сравнима по величине с некоторыми эффектами вызываемыми океанической нагрузкой [71].

Учет атмосферной приливной нагрузки выполняется в соответствии с выражениями [71]:

$$\begin{aligned} \Delta r_{S_1} &= A_{d1} \cos(\omega_1 T) + B_{d1} \sin(\omega_1 T) \\ \Delta r_{S_2} &= A_{d2} \cos(\omega_2 T) + B_{d2} \sin(\omega_2 T) \end{aligned}, \quad (1.15)$$

где

$A_{d1}, B_{d1}, A_{d2}, B_{d2}$  – коэффициенты деформации земной поверхности;

$T$  – время по шкале  $UT1$  (в сутках);

$\omega_1, \omega_2$  – частоты приливных волн (1 и 2 цикла/сутки).

Коэффициенты деформации земной поверхности ( $A_{d1}, B_{d1}, A_{d2}, B_{d2}$ ), вычисляются отдельно для каждой точки земной поверхности.

### **Деформации, вызванные полюсным приливом**

Полюсные приливы в «твердом» теле Земли являются причиной деформаций, которые следует учитывать в соответствии с Соглашениями МСВЗ по

формулам [71]:

$$\begin{aligned}\Delta r_u &= -0,033 \sin 2\varphi(m_1 \cos \lambda + m_2 \sin \lambda), \\ \Delta r_\varphi &= -0,009 \cos 2\varphi(m_1 \cos \lambda + m_2 \sin \lambda), \\ \Delta r_\lambda &= 0,009 \cos \varphi(m_1 \sin \lambda + m_2 \sin \lambda),\end{aligned}\tag{1.16}$$

где

коэффициенты  $m_1, m_2$  вычисляются по формуле (1.6);

$\varphi, \lambda$  – сферические геоцентрические (широта и долгота) координаты точки.

### **Деформации, вызванные океаническим полюсным приливом**

Причиной появления данного эффекта является движение полюса, которое порождает воздействие центробежных сил на океанические массы.

С использованием самосогласованной равновесной модели океанического прилива, описанной в разделе 1.2, возможно выполнить вычисление деформаций для любой точки земной поверхности по формулам [71]:

$$\left. \begin{aligned}\Delta r_u(\varphi, \lambda) \\ \Delta r_\varphi(\varphi, \lambda) \\ \Delta r_\lambda(\varphi, \lambda)\end{aligned} \right\} = K \left\{ (m_1 \gamma_2^R + m_2 \gamma_2^I) \begin{pmatrix} \Delta r_u^R \\ \Delta r_\varphi^R \\ \Delta r_\lambda^R \end{pmatrix} + (m_2 \gamma_2^R + m_1 \gamma_2^I) \begin{pmatrix} \Delta r_u^I \\ \Delta r_\varphi^I \\ \Delta r_\lambda^I \end{pmatrix} \right\},\tag{1.17}$$

где

коэффициенты  $m_1, m_2$  вычисляются по формуле (1.6);

$\gamma = \gamma_2^R + i\gamma_2^I = (1 + k_2 - h_2) = 0,6870 + i0,0036$  – комбинация приливных чисел Лява;

$$K = \frac{4\pi G R_\oplus \rho_w H_p}{3g_e},\tag{1.18}$$

$$H_p = \left( \frac{8\pi}{15} \right)^{1/2} \frac{\Omega^2 R_\oplus^4}{GM_\oplus}.\tag{1.19}$$

где

$\Omega$  – средняя угловая скорость вращения Земли;

$R_\oplus$  – средний экваториальный радиус Земли;

$GM_{\oplus}$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;

$\rho_w$  – плотность морской воды;

$g_e$  – средняя экваториальная сила тяжести.

**В разделе 1.3** приведены методические рекомендации по учету влияния геодинамических явлений на координаты точек земной поверхности в соответствии с Соглашениями Международной службы вращения Земли.

## 1.4. Неприливные геодинамические явления

Так как область научных исследований, связанных с изучением геодинамических явлений неприливногo характера, активно развивается и в настоящее время нет общепринятого подхода по учету данного класса явлений, то в последних Соглашениях МСВЗ не приведены методические рекомендации по учету изменения параметров геопотенциала и положения точек земной поверхности вследствие нагрузок неприливногo характера [71].

Основными источниками появления нагрузок неприливногo характера являются [24, 25, 35, 37, 48, 50, 73, 76, 81–83]:

- атмосфера;
- океан;
- континентальная гидрология.

На рис. 1.3 в схематическом виде представлен механизм влияния перераспределения поверхностных масс на параметры гравитационного поля Земли и деформации земной поверхности, а также взаимодействие данных процессов и геодезические методы, которые могут быть использованы при исследованиях данного класса геодинамических явлений .

### **Атмосферная неприливногa нагрузка**

Перераспределение глобальных воздушных масс и связанное с этим изменение давления порождают нагрузку, которая, в свою очередь, является при-

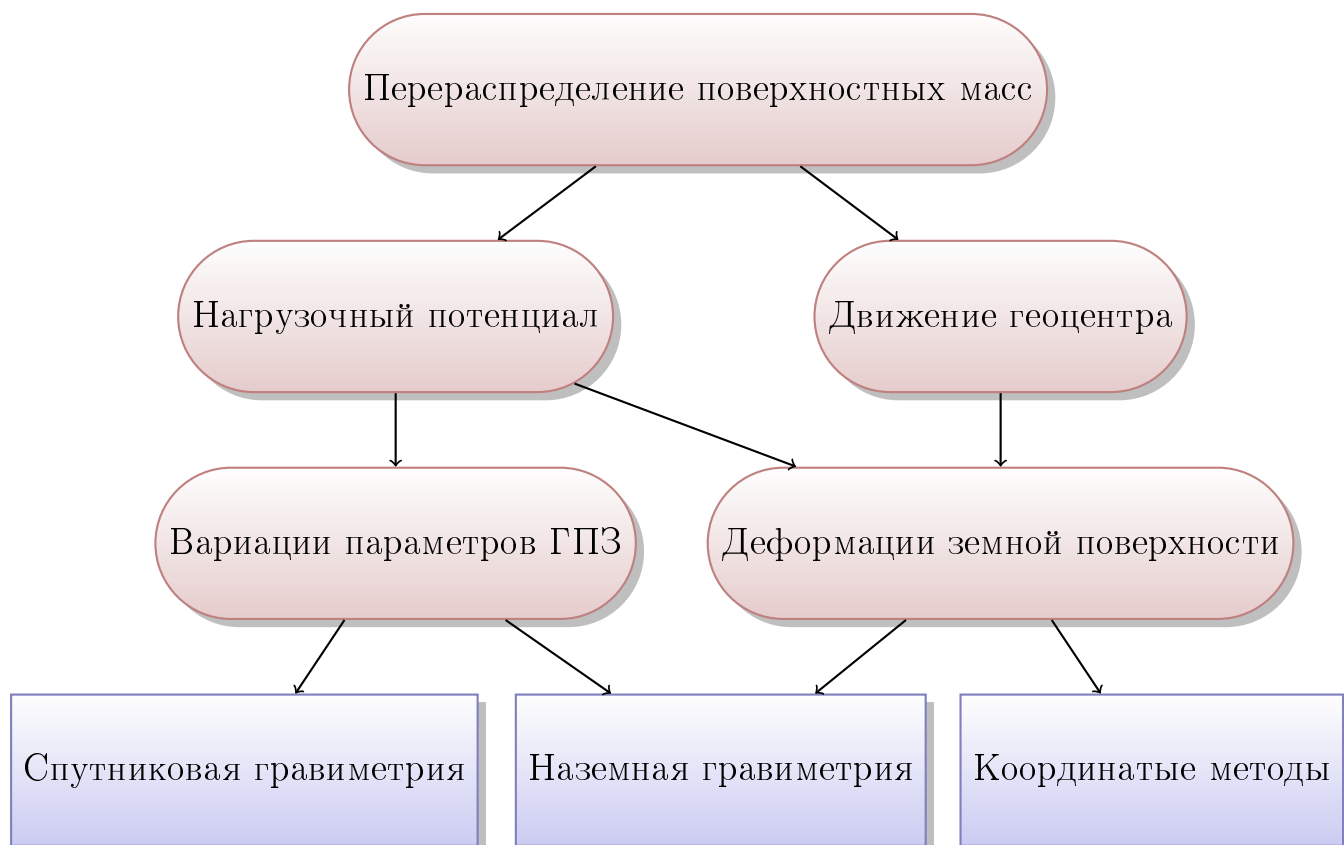


Рис. 1.3. Механизм влияния перераспределения поверхностных масс на гравитационное поле Земли и координаты точек земной поверхности

чиной смещения точек земной поверхности на величины порядка 10 миллиметров. Данные смещения происходят как в вертикальном, так и горизонтальном на правлениях [74, 91, 95–97].

Также атмосферное воздействие влияет на гравитационное поле Земли, которое может испытывать возмущения на уровне 10 – 20 мкГал [46].

Данное явление имеет региональный масштаб проявления (порядка 1000 – 2000 километров) и довольно высокую динамику изменения во времени.

На рис. 1.4 представлен график вертикальной составляющей деформации земной поверхности под действием атмосферной непривливной нагрузки на момент 1 августа 2008 года. Как можно увидеть на графике, разница между максимальным и минимальным значениями находится на уровне 10 – 20 миллиметров [51].

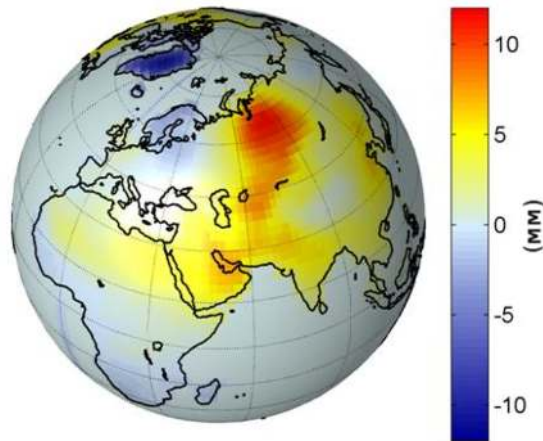


Рис. 1.4. Деформации земной коры, вызванные неприливной атмосферной нагрузкой на момент 1 августа 2008 года

### Океаническая неприливно́я нагрузка

Причинами возникновения океанической неприливной нагрузки могут быть процессы, изменяющие величину давления на океаническое дно, такие как:

- перераспределение океанических водных масс из-за атмосферных циркуляций;
- увеличение или уменьшение водных масс из-за глобального круговорота воды;
- перераспределение атмосферных масс над поверхностью океана.

Как и океаническая приливная нагрузка, данное явление наиболее сильно проявляется в точках земной поверхности, удаленных на небольшое расстояние от береговой линии. С ростом расстояния до берега, данный эффект быстро ослабевает.

Величина проявления эффекта при экстремальных условиях может составлять до 10 – 20 миллиметров и до 10 мкГал в изменении значения силы тяжести [46].

## **Континентальная гидрологическая нагрузка**

Причиной возникновения гидрологической нагрузки являются естественные процессы, связанные с перераспределением водных масс (в виде грунтовых вод, снежного покрова и т.д.), которые служат причиной возникновения деформаций и изменения параметров гравитационного поля Земли [49].

Данный вид нагрузки имеет наиболее долгопериодическое характер проявления из всех неприливных геодинамических явлений. По пространственному масштабу проявления данный процесс носит региональный характер. Величина деформации земной поверхности под действием гидрологической нагрузки может достигать величины десятка миллиметров, а значение силы тяжести искажаться на величины до 10 мкГал [46].

Все перечисленные геодинамические явления неприливногo характера могут иметь значительное влияние на результаты высокоточных геодезических измерений. По этой причине разработка методики учета, позволяющей компенсировать воздействие указанных эффектов, является актуальной задачей.

### **1.5. Методы учета нагрузочных эффектов**

Первая значительная работа, в которой рассматривались упругие деформации земной поверхности под действием переменной нагрузки, была представлена в XIX веке. Авторство принадлежит английскому геофизику Джорджу Дарвину [33].

В данной работе автором выдвинута и рассмотрена гипотеза о том, что под действием переменного атмосферного давления земная поверхность должна испытывать упругие деформации как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях. В этой же работе рассмотрен случай изменения положения точек земной поверхности вблизи побережья под действием перемещения водных масс, вызванного океаническим лунно-солнечным приливом.

Автором выполнено теоретическое исследование вопроса и предложены

аналитические выражения, описывающие данные эффекты.

Однако, на тот момент работа имела исключительно теоретическое значение, так как не было данных, необходимых для выполнения расчетов.

Следующие значимые работы в данной области появились лишь в 1960-70-х годах XX века. Среди них стоит отметить работы, в которых рассматривались поверхностные деформации Земли и возмущения гравитационного поля, вызванные нагрузками [47, 66, 67]. В данных работах задача учета возмущений, вызываемых нагрузкой, решалась с использованием функций Грина, как основы математического аппарата метода [40].

Данный подход к вычислению смещения точки под действием нагрузки связан с численным решением интеграла свертки [75]:

$$\Delta r_u(\varphi, \lambda, t) = \iint \Delta m(\varphi', \lambda', t) G_R(\psi) \cos \varphi' d\varphi' d\lambda', \quad (1.20)$$

$$\Delta r_n(\varphi, \lambda, t) = \iint \cos A \Delta m(\varphi', \lambda', t) G_H(\psi) \cos \varphi' d\varphi' d\lambda', \quad (1.21)$$

$$\Delta r_e(\varphi, \lambda, t) = \iint \sin A \Delta m(\varphi', \lambda', t) G_H(\psi) \cos \varphi' d\varphi' d\lambda', \quad (1.22)$$

где

$\varphi, \lambda$  – сферические геоцентрические координаты точки, в которой определяется величина нагрузочной деформации;

$\Delta m$  – изменение поверхностной нагрузки в точке  $(\varphi', \lambda')$ ;

$A$  – азимут направления на точку  $(\varphi', \lambda')$ ;

$\psi$  – угловое расстояние между точками  $(\varphi, \lambda)$  и  $(\varphi', \lambda')$ ;

$G(\psi)$  – функция Грина, которая определяется как

$$G_R(\psi) = \frac{GR_{\oplus}}{g_e^2} \sum_{n=0}^{+\infty} h'_n P_n(\cos \psi) \quad (1.23)$$

$$G_H(\psi) = -\frac{GR_{\oplus}}{g_e^2} \sum_{n=0}^{+\infty} l'_n \frac{\partial P_n(\cos \psi)}{\partial \psi}, \quad (1.24)$$

где

$G$  – гравитационная постоянная;

$R_{\oplus}$  – средний радиус Земли;

$g_e$  – средняя экваториальная сила тяжести;

$h'_n, l'_n$  – нагрузочные числа Лява степени  $n$ .

Однако, данный подход обладает большой вычислительной сложностью, то есть количество вычислительных процедур быстро растет при увеличении пространственного разрешения входных данных. В связи с этим, активное развитие получил метод вычисления деформаций с использованием математического аппарата сферических функций.

Тогда выражения для вычисления смещения точки земной поверхности под действием переменной нагрузки примут вид:

$$\Delta r_u = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n V_{nm} Y_{nm}(\varphi, \lambda), \quad (1.25)$$

$$\Delta r_n = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n H_{nm} \frac{\partial Y_{nm}(\varphi, \lambda)}{\partial \varphi} \quad (1.26)$$

$$\Delta r_e = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n H_{nm} \frac{\partial Y_{nm}(\varphi, \lambda)}{\partial \lambda}. \quad (1.27)$$

Данные выражения эквивалентны уравнениям (1.20), (1.21) и (1.22) при  $N \rightarrow \infty$ , однако, вычислительная сложность такого метода намного меньше по сравнению с методом, в котором используется функции Грина.

Описанный подход является универсальным, так как использование одного и того же математического аппарата позволяет вычислять величину деформаций земной поверхности, вызванных нагрузочным влиянием атмосферы, океана или же гидрологического режима. Отличие заключается во входных данных, которыми служат различные численные модели, предоставляющие информацию о количественных оценках величины непривливых атмосферных, океанических и гидрологических нагрузок. Для вычисления атмосферных непривливых на-

грузок используют климатические модели, строящиеся на основании метеорологических данных. Для вычисления океанической неприливной нагрузки используются модели циркуляции океанических течений. Вычисление нагрузки вызванной гидросферой выполняется с использованием моделей гидрологического режима.

### Нагрузочные числа Лява

Планета Земля по своим физическим свойствам не является абсолютно твердым телом, поэтому под воздействием внешних сил земная поверхность будет деформироваться, а геопотенциал испытывать возмущения.

В начале XX века английский геофизик А. Э. Х. Ляв предложил использовать для описания упругих свойств Земли безразмерные коэффициенты – числа Лява, которые помогали описать перемещение точек земной поверхности и изменение геопотенциала под действием внешних возмущающих сил [69].

Первоначально числа Лява использовались при изучении лунно-солнечных приливов. Однако, данный подход оказался очень удобным и стал применяться для описания деформаций земной поверхности под действием переменной поверхностной нагрузки.

Вычисление нагрузочных чисел Лява –  $h'_n, l'_n, k'_n$ , является сложной геофизической задачей, так как необходимо привлечение информации о внутреннем строении Земли [68, 70]. Поэтому для определения значений нагрузочных чисел Лява используются модели Земли, в частности, модель Земли *PREM* (*Preliminary Reference Earth Model*) [44], которая содержит данные об упругих свойствах, плотности и других геофизических параметрах планеты.

**В разделе 1.5** выполнен обзор методов, которые используются при исследованиях и для учета влияния неприливных геодинамических эффектов. Коротко освещен вопрос необходимости использования нагрузочных чисел Лява при исследованиях геодинамических явлений.

## 1.6. Данные о гравитационном поле Земли

Длительное время использование гравитационного поля Земли в геодезии и смежных дисциплинах осуществлялось в предположении, что оно является высокостабильным геофизическим полем, его вариации с течением времени считались незначительными. Однако требования науки и практики к точности определения параметров гравитационного поля Земли неуклонно повышались и к настоящему времени достигли уровня, когда временные вариации параметров гравитационного поля Земли могут превышать допустимую погрешность их определения.

Временные вариации гравитационного поля Земли отражают процессы перераспределения масс в твердом теле Земли, а также в атмосфере и океане. Для надежной оценки временных вариаций гравитационного поля Земли необходимо иметь долговременные ряды наблюдений за этими процессами [101].

В последние годы положение дел в данной области существенно изменилось благодаря совершенствованию существующих и доведению до практической реализации новых методов космической геодезии: лазерной локации искусственных спутников Земли, межспутниковых траекторных измерений дальности и спутниковой гравитационной градиентометрии [18, 86].

Наиболее результативной в области исследований временных вариаций гравитационного поля Земли оказалась спутниковая миссия *Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE)* [88, 89]. В проекте *GRACE* реализован метод межспутниковых траекторных измерений дальности, который в отечественной литературе также принято называть: метод «спутник – спутник». Данные спутники оснащены целым рядом измерительных приборов и устройств:

- микроволновые радиодальномеры, которые позволяют отслеживать изменения расстояния между спутниками с микронной точностью;
- GPS приемники, которые позволяют определять положения спутников с

сантиметровой точность;

- звездные датчики обеспечивают определение изменение ориентации спутников в пространстве;
- акселерометры позволяют определять не гравитационные ускорения, действующие на спутники;
- панели уголковых отражателей, которые позволяют проводить наблюдения спутников с использованием лазерных дальномеров.

На основе всего массива измерительной информации, получаемой с бортов спутников, возможна реализация разнообразных методов определения параметров гравитационного поля Земли. Так как различные научные организации используют собственные подходы в выборе используемой измерительной информации и методикам ее обработки, то нельзя говорить об абсолютной идентичности создаваемых моделей гравитационного поля Земли.

Модели геопотенциала, построенные по данным миссии *GRACE*, создаются во многих научных центрах [56], таких как:

- *Le Groupe de Recherche de Geodesie Spatiale – GRGS* (Тулуза, Франция);
- *GeoForschungsZentrum – GFZ* (Потсдам, Германия);
- *Jet Propulsion Laboratory – JPL* (Пасадена, США);
- *Center for Space Research – CSR* (Остин, США) и др.

Наиболее широкое распространение получило представление гравитационного поля Земли в виде сферических гармоник геопотенциала [9, 10]. Отличительной особенностью данных моделей, является то, что они строятся на основании данных за ограниченный промежуток времени, как правило, один месяц, в течение которого гравитационное поле считается статичным. Таким образом, на основе анализа моделей гравитационного поля в виде сферических гармоник

геопотенциала, отнесенных к различным моментам времени, появилась возможность делать выводы о характере изменения параметров гравитационного поля Земли [60].

На рис. 1.5 представлена схема процессов, происходящих в системе Земля, которые влияют на гравитационное поле Земли и потенциально могут быть определены на основе данных миссии *GRACE* [57].

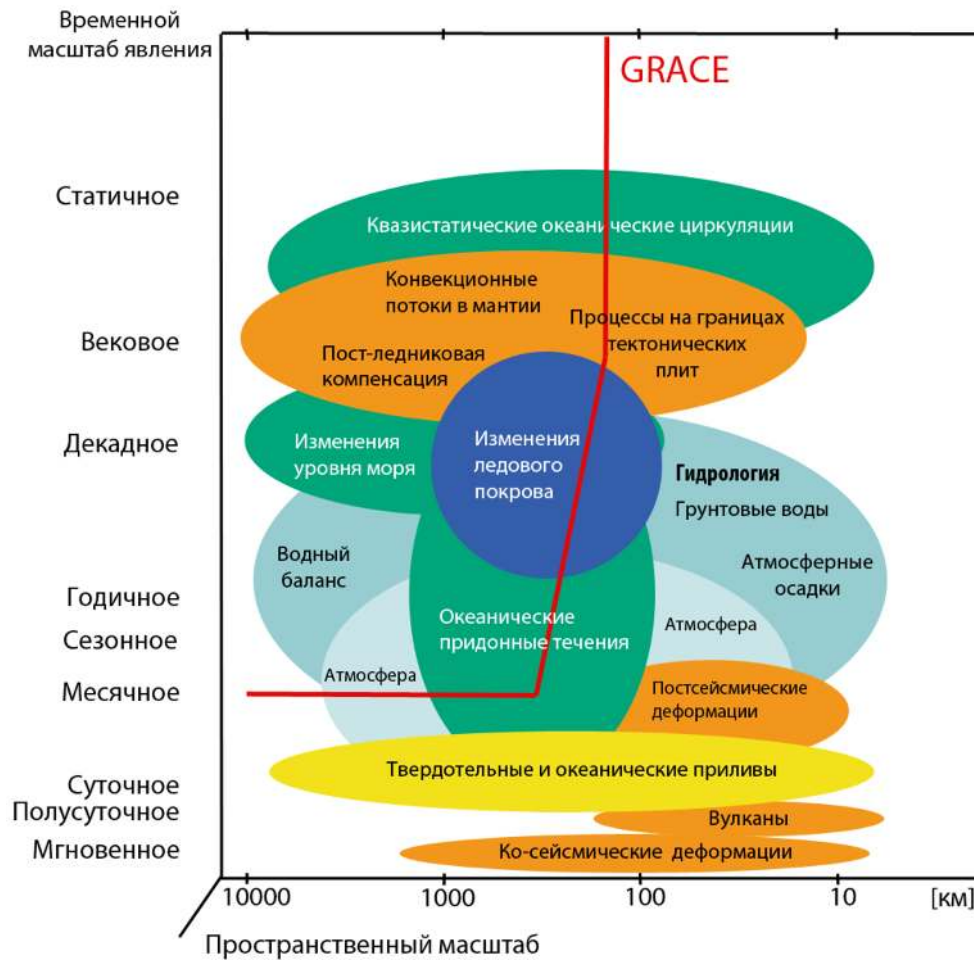


Рис. 1.5. Процессы, вызывающие изменение гравитационного поля Земли, которые могут быть определены с использованием данных миссии *GRACE*

В разделе 1.6 показано, что с использованием данных, получаемых в рамках функционирования спутниковой миссии *GRACE*, появилась возможность проведения исследований временных вариаций параметров гравитационного поля Земли с «высоким» пространственным и временным разрешением.

## 1.7. Выводы по главе 1

Представленный обзор результатов современных отечественных и зарубежных исследований, направленных на изучение сезонных изменений параметров гравитационного поля Земли и координат точек земной поверхности позволяет получить представление об основных направлениях исследований, достигнутых результатах и наличии проблемных мест, требующих дополнительной проработки.

Взаимосвязь фигуры и внешнего гравитационного поля Земли указывает на целесообразность использования комплексного подхода к изучению их изменений во времени, в том числе под влиянием сезонных факторов.

Для исследования вариаций гравитационного поля Земли в глобальном масштабе наиболее перспективным является использование данных, полученных с использованием новых средств космической геодезии: межспутниковых траекторных измерений дальности, а именно, миссией *Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE)*. В настоящее время накопился большой массив измерительных данных, на основе которых целесообразно проводить исследования связанные с изучением временных вариаций гравитационного поля Земли.

Подходящим методом для исследования вариаций гравитационного поля Земли является математическое моделирование. Формой представления данных, позволяющей отображать изменения гравитационного поля Земли – модель в виде сферических функций геопотенциала. Учет сезонных изменений гравитационного поля Земли целесообразно выполнять с использованием поправок в значения коэффициентов геопотенциала.

Ряд сезонных геодинамических явлений, влияющих на координаты точек земной поверхности, также целесообразно учитывать с использованием методов математического моделирования, в том числе основанных на данных наблюдений.

Теоретические выводы и методические приемы, используемые при вычис-

лении величины изменения координат точек земной поверхности могут быть проверены и подтверждены с использованием экспериментальных данных, полученных координатными методами космической геодезии.

## Глава 2

# Разработка методики геодезического обеспечения геодинамических исследований

### 2.1. Общие положения

Проведение геодинамических исследований с использованием геодезических методов требует соответствующего геодезического обеспечения, позволяющего получать достоверную и актуальную информацию о параметрах гравитационного поля Земли и координатах точек земной поверхности [41].

Таким образом, при реализации комплексной методики необходимо учитывать особенности, присущие исследуемому геодинамическому явлению, и предусмотреть возможность получения и обработки информации о процессах, детектируемых геодезическими средствами.

Выбор подходящей системы координат при решении научной проблемы является важной задачей, так как данный шаг позволяет еще на начальной стадии учесть многие особенности, присущие исследуемому явлению.

#### **Глобальная геоцентрическая система координат**

В соответствии с Соглашениями МСВЗ [71] для описания положения точек земной поверхности принято использовать Международную земную систему отсчета (*ITRS*).

Современное определение Международной земной системы отсчета (*ITRS*) было принято в 2007 году на Генеральной Ассамблее Международного Союза Геодезии и Геофизики. Условия, согласно которым устанавливается Международная земная система отсчета (*ITRS*), задаются следующим образом:

- начало системы отсчета находится в центре масс Земли, включая океан и атмосферу;

- единица длины – метр;
- ориентация системы задается в соответствии с международными соглашениями *BIH 1984.0*;
- эволюция системы со временем определяется под условием отсутствия вращения системы (*No-Net-Rotation*) по отношению к горизонтальным тектоническим движениям по всей Земле.

В настоящее время, наиболее точной практической реализацией Международной земной системы отсчета (*ITRS*) является Международная земная система координат (*ITRF*), которая задается обширной сетью геодезических пунктов, для которых определены координаты и линейные скорости изменения координат, приведенные на начальную эпоху [19, 32, 43, 80].

Параметры данной системы координат определяются как:

- начало системы координат *ITRF* задается под условием нулевого смещения и нулевых скоростей смещения на начальную эпоху системы координат, относительно решения полученного из анализа измерений лазерной локации спутников (ЛЛС) за длительный промежуток времени;
- масштабный коэффициент системы координат *ITRF* задается под условием его нулевой величины и нулевых скоростей его изменения на начальную эпоху системы координат, относительно среднего значения величины масштабного коэффициента, полученного из анализа измерений ЛЛС и радио интерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ);
- ориентация системы координат *ITRF* задается под условием нулевого разворота на начальную эпоху системы координат и нулевых скоростей разворота относительно ряда опорных пунктов, которые имеют долговременные ряды наблюдений и подтвердили свою стабильность.

## Локальная топоцентрическая система координат

При проведении исследования в локальной области оправдано использование топоцентрической системы координат ( $NEU$ ). Данный подход позволяет анализировать проявление геодинамического явления с использованием более простых математических выражений, так как производится раздельное исследование плановых и вертикальных координат [84].

Для преобразования координат из прямоугольной геоцентрической системы координат ( $XYZ$ ) в локальную топоцентрическую систему координат ( $NEU$ ) используется следующая матрица разворота:

$$\begin{pmatrix} N \\ E \\ U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \cos(\lambda) & -\sin(\varphi) \sin(\lambda) & \cos(\varphi) \\ -\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ \cos(\varphi) \cos(\lambda) & \cos(\varphi) \sin(\lambda) & \sin(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

В разделе 2.1 приведена общая информация о системах координат, которые наиболее часто используются при геодинамических исследованиях с использованием геодезических методов.

## 2.2. Методика вычисления параметров вариации гармонических коэффициентов геопотенциала

### 2.2.1. Общая постановка задачи

Методика вычисления параметров вариации гармонических коэффициентов геопотенциала основывается на установлении регрессионной зависимости между значениями гармонических коэффициентов геопотенциала ( $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ ) и моментами времени, к которым данные значения относятся [12–14, 36].

Таким образом, алгоритм реализации предлагаемой методики может быть представлен в виде следующих задач:

- предварительная обработка измерительной информации – определение вида регрессионной модели;

- вычисление регрессионных параметров в соответствии с принятой моделью процесса;
- проверка статистической значимости вычисленных регрессионных параметров, описывающих вариации коэффициентов геопотенциала.

### 2.2.2. Предварительная обработка измерительной информации

В процессе решения задачи предварительной обработки измерительной информации необходимо выполнить определение вида регрессионной модели.

Для того, чтобы используемая регрессионная модель максимально полно и корректно описывала изменение гармонических коэффициентов геопотенциала, ее построение необходимо основывать на реальной измерительной информации.

В данной работе априорной моделью изменения значения гармонического коэффициента геопотенциала принимается модель, содержащая постоянный параметр и параметр, линейно зависящий от времени:

$$K(t_i) = K^0(t_0) + K'(t_i - t_0) + \dots, \quad (2.2)$$

где

$K(t_i)$  – значение коэффициента на заданную эпоху;

$K^0$  – постоянное значение коэффициента на начальную эпоху  $t_0$ ;

$K'$  – скорость изменения значения коэффициента;

$(t_i - t_0)$  – разница моментов времени между заданной эпохой наблюдений и начальной эпохой.

Включение в априорную регрессионную модель члена, линейно зависящего от времени, сделано с целью учета долгопериодических («вековых») составляющих в изменении значения коэффициента.

Открытость правой части уравнения (2.2) указывает на то, что далее могут следовать дополнительные периодические члены, параметры которых следует установить.

Представление периодических членов выполнялось с использованием синфазной и квадратурной составляющих:

$$K^p(t) = K^{\cos} \cos(2\pi\nu t) + K^{\sin} \sin(2\pi\nu t), \quad (2.3)$$

где

$K^{\cos}$  – амплитуда синфазной составляющей периодического сигнала;

$K^{\sin}$  – амплитуда квадратурной составляющей периодического сигнала.

Для установления параметров дополнительных членов регрессионной модели выполняется исследование временных рядов гармонических коэффициентов геопотенциала с использованием метода спектрального анализа – быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Алгоритм анализа временных рядов состоит из следующих шагов [1–3]:

- **Центрирование временного ряда и исключение линейной составляющей**

С использованием процедуры описанной в разделе 2.2.3 выполняется оценивание параметров априорной регрессионной модели (2.2). Далее значения постоянной и линейной составляющих вычитаются из исходного временного ряда, согласно выражению:

$$K_o(t_i) = K(t_i) - K^0(t_0) - K'(t_i - t_0), \quad (2.4)$$

где  $K_o(t_i)$  – центрированный временной ряд значений гармонического коэффициента.

- **Вычисление значений периодограммы**

С использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) для временного ряда центрированных значений гармонического коэффициен-

та  $K_o(t_i)$  выполняется вычисление комплексных коэффициентов Фурье:

$$\mathcal{K}_k = \mathcal{F}(K_o(t_i)) = \sum_{k=0}^{N-1} K_o(t_i) e^{-j\frac{2\pi}{N}ik}, \quad (2.5)$$

после чего по значениям комплексных коэффициентов Фурье выполняется вычисление отсчетов периодограммы:

$$\mathcal{D}_k = \frac{1}{N^2} [(\operatorname{Re}\mathcal{K}_k)^2 + (\operatorname{Im}\mathcal{K}_k)^2], \quad (2.6)$$

соответствующие частотам  $\nu_k = \frac{k}{N\Delta t}$ , где  $k = 0, 1, \dots, N/2$ .

- **Определение значимых спектральных линий**

Для определения порога разделения детерминированного сигнала и шума в первую очередь необходимо оценить дисперсию ряда  $K_o(t_i)$ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^N K_o(t_i)}. \quad (2.7)$$

Далее следует вычисление значения периодограммы соответствующего порогу «сигнал-шум» при заданном уровне значимости  $q$  [2]:

$$\mathcal{D}_{s/n} = \sigma^2 \frac{L}{N}, \quad (2.8)$$

где значение  $L$  вычисляется в соответствии с формулой

$$L = -\ln(1 - (1 - q)^{\frac{2}{N-2}}) \quad (2.9)$$

Принадлежность спектральной линии детерминированному сигналу проверяется с использованием неравенства:

$$\mathcal{D}_k \geq \mathcal{D}_{s/n}. \quad (2.10)$$

Если значение отсчета периодограммы  $\mathcal{D}_k$  превышает пороговое значение  $\mathcal{D}_{s/n}$ , то это говорит о том, что данный спектральный пик с вероятностью  $p = 1 - q$  принадлежит детерминированному сигналу, а не шумовой составляющей.

- **Определение общих спектральных линий**

Определение и сравнение значимых спектральных линий в рядах значений гармонических коэффициентов разных степеней и порядков позволит выбрать общие периодические составляющие, соответствующие частотам  $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_k)$ .

Данную процедуру удобно реализовать с использованием построения гистограмм по данным спектральных линий, которые были признаны значимыми для всего множества коэффициентов  $\bar{C}_{nm}$  и  $\bar{S}_{nm}$ .

Таким образом, на основании анализа гистограмм делается вывод о наличии общих спектральных линий в рядах значений гармонических коэффициентов  $\bar{C}_{nm}$  и  $\bar{S}_{nm}$ .

В результате априорное уравнение регрессии (2.2) можно уточнить с учетом периодических членов и представить в виде:

$$K(t_i) = K^0(t_0) + K'(t_i - t_0) + K^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1(t_i - t_0)) + K^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1(t_i - t_0)) + \dots \\ + K^{\cos_k} \cos(2\pi\nu_k(t_i - t_0)) + K^{\sin_k} \sin(2\pi\nu_k(t_i - t_0)) \quad (2.11)$$

### 2.2.3. Вычисление регрессионных параметров гармонических коэффициентов геопотенциала

После того, как временные ряды значений гармонических коэффициентов прошли предварительную обработку и был выбран вид регрессионной модели, необходимо переходить к оцениванию регрессионных параметров.

Оценивание параметров уравнения регрессии выполняется по методу наименьших квадратов (МНК) с весами, обратно пропорциональными квадратам средних квадратических ошибок значений гармонических коэффициентов.

Для каждого гармонического коэффициента  $\bar{C}_{nm}$  и  $\bar{S}_{nm}$  можно составить уравнение:

$$y = Ax + v, \quad (2.12)$$

где

$y$  – вектор-столбец наблюдаемых значений коэффициента размерностью  $i \times 1$ , вида:

$$y = \left( K(t_1) \ K(t_2) \ \dots \ K(t_i) \right)^T; \quad (2.13)$$

$A$  – матрица коэффициентов подстановок свободной переменной размерностью  $i \times (2k + 2)$  ( $i$  – число наблюдаемых значений гармонического коэффициента, а  $2k + 2$  – число определяемых регрессионных параметров) строится на основе регрессионной модели (2.11) и имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & (t_1 - t_0) & \cos(2\pi\nu_1(t_1 - t_0)) & \dots & \sin(2\pi\nu_k(t_1 - t_0)) \\ 1 & (t_2 - t_0) & \cos(2\pi\nu_1(t_2 - t_0)) & \dots & \sin(2\pi\nu_k(t_2 - t_0)) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & (t_i - t_0) & \cos(2\pi\nu_1(t_i - t_0)) & \dots & \sin(2\pi\nu_k(t_i - t_0)) \end{pmatrix}; \quad (2.14)$$

$x$  – вектор-столбец определяемых параметров размерностью  $(2k + 2) \times 1$ , вида:

$$x = \left( K^0 \ K' \ K^{\cos_1} \ \dots \ K^{\sin_k} \right)^T. \quad (2.15)$$

Определение регрессионных параметров, характеризующих величину вариаций коэффициентов  $\bar{C}_{nm}$  и  $\bar{S}_{nm}$ , сводится к решению системы нормальных уравнений вида:

$$(A^T P A)x = A^T P y, \quad (2.16)$$

где

$P$  – весовая матрица наблюдаемых значений.

Определяемые параметры находятся из выражения:

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P y = Qb. \quad (2.17)$$

Далее выполняется вычисление среднеквадратической ошибки единицы веса и среднеквадратической ошибки каждого из определяемых параметров в соответствии с формулами:

$$\mu = \sqrt{\frac{v^T P v}{i - (2k + 2)}}, \quad (2.18)$$

$$m_K = \mu \sqrt{Q_{ii}}, \quad (2.19)$$

где

$v = Ax - y$  – значение невязки;

$Q_{ii}$  – диагональные элементы ковариационной матрицы.

#### 2.2.4. Проверка статистической значимости вычисленных регрессионных параметров

Для выявления несостоятельности вычисленной регрессионной модели в целом и каждого регрессионного параметра в отдельности, используется статистическая проверка значимости полученных оценок с использованием [6]:

- критерия Фишера;
- критерия Стьюдента.

Проверка статистической значимости регрессионной модели в целом выполняется с использованием критерия Фишера.

Выдвигается гипотеза о том, что регрессионная модель несостоятельна в целом и все зависимые коэффициенты уравнения регрессии (2.11) равны нулю, то есть:

$$[K', K^{\cos_1}, K^{\sin_1}, \dots, K^{\cos_k}, K^{\sin_k}] = 0. \quad (2.20)$$

Вычисление значения критерия Фишера выполняется по формуле:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \frac{f_2}{f_1}, \quad (2.21)$$

где  $R^2$  – коэффициент детерминации;

$f_1$  – число степеней свободы объясненной дисперсии, равное количеству переменных уравнения регрессии;

$f_2 = N - (2k + 1) - 1$  – число степеней свободы необъясненной дисперсии ( $N$  – количество экспериментально полученных значений,  $2k + 1$  – количество зависимых переменных в уравнении регрессии).

Вывод о принятии или отклонении гипотезы делается на основании сравнения значения критерия Фишера  $F$ , вычисленного по формуле (2.21), с табличным значением критерия Фишера  $F_{(\alpha, f_1, f_2)}$ , рассчитанным для заданного уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы ( $f_1$  и  $f_2$ ).

Если неравенство (2.22) не выполняется, то рассматриваемая гипотеза принимается и равенство (2.20) признается справедливым.

$$F > F_{(\alpha, f_1, f_2)} \quad (2.22)$$

Если же неравенство (2.22) выполняется и вычисленное значение критерия Фишера больше, чем табличное, то выдвигаемая гипотеза отклоняется и полученная оценка уравнения регрессии в целом признается значимой и надежной. Данный факт говорит о том, что доля «объясненной» дисперсии больше, чем доля остаточной «необъясненной» дисперсии.

После этого можно переходить к проверке статистической значимости каждого коэффициента регрессии в отдельности с использованием критерия Стьюдента.

Проверяется гипотеза о незначимости каждого коэффициента регрессии в отдельности, то есть незначимости отличия значения коэффициента от нуля:

$$K' = 0, K^{\cos_1} = 0, \dots, K^{\sin_k} = 0 \quad (2.23)$$

Вычисление значения критерия  $t_K$  выполняется в соответствии с формулой:

$$t_K = \frac{K}{m_K}, \quad (2.24)$$

где

$K$  – вычисленное значение коэффициента регрессии;

$m_K$  – СКО значения коэффициента регрессии  $K$ .

Заключение о принятии или отклонении гипотезы (2.23) делается на основании неравенства:

$$t_K > t_{(\alpha, f_2)}, \quad (2.25)$$

где  $t_{(\alpha, f_2)}$  – табличное значение t-критерия Стьюдента для заданного числа степеней свободы  $f_2$  и заданного уровня значимости.

Если неравенство (2.25) выполняется, то отличие значения регрессионного параметра от нуля признается статистически значимым и гипотеза (2.23) отклоняется. В противном случае гипотеза подтверждается и значение параметра принимается равным нулю.

В результате выполнения указанных действий для временных рядов гармонических коэффициентов геопотенциала формируются наборы регрессионных параметров, которые характеризуют вариации значений коэффициентов со временем ( $\bar{C}'_{nm} \bar{C}^{\cos_1}_{nm} \dots \bar{C}^{\sin_k}_{nm}$  и  $\bar{S}'_{nm} \bar{S}^{\cos_1}_{nm} \dots \bar{S}^{\sin_k}_{nm}$ ).

В разделе 2.2 приведена методика и описан алгоритм вычисления параметров вариации коэффициентов геопотенциала на основе анализа моделей геопотенциала, представленных в виде сферических гармоник.

## **2.3. Методика вычисления изменения координат точек земной поверхности под действием сезонных нагрузочных эффектов**

### **2.3.1. Общая постановка задачи**

Как упоминалось земная поверхность реагирует на кратковременное внешнее воздействие как упругое тело, то есть, после окончания действия внешней силы поверхность возвращается в первоначальное положение. По этой причине перераспределение масс на поверхности Земли становится причиной деформаций земной коры, в результате которых происходит изменение координат точек поверхности [34, 62].

Как правило, амплитуда смещения под действием сезонной нагрузки по величине не превосходит  $0,002 - 0,005$  м, но может достигать величины порядка десятка миллиметров. В связи с этим, данное явление может оказывать значительное влияние на результаты геодезических измерений [23, 26, 27, 64, 65].

Для того, чтобы оценить величину деформаций земной коры, необходимо иметь информацию об изменении количества поверхностных масс, изменение давления которых на земную поверхность и являются причиной периодических деформаций [22]. В качестве источника информации о количественных оценках изменения поверхностных масс в диссертационной работе используются данные о вариациях параметров гравитационного поля Земли, которые можно определить в соответствии с методикой, описанной в разделе 2.2.

### 2.3.2. Деформации земной поверхности, вызванные сезонными поверхностными нагрузками

Так как изменение гравитационного поля Земли происходит не только вследствие изменения нагрузочного потенциала, но и ввиду ряда других геодинимических явлений, то необходимо выделить именно ту часть изменения гравитационного поля Земли, которая обусловлена перемещением поверхностных масс.

Природа сезонных нагрузочных эффектов носит ярко выраженный периодический характер. По этой причине выделение основного переменного нагрузочного потенциала выполняется с использованием только периодических синфазных и квадратурных компонентов, принадлежащих целевому спектральному диапазону.

Таким образом, для вычисления полных значений коэффициентов нагрузочного потенциала  $\Delta\bar{C}_{nm}$  и  $\Delta\bar{S}_{nm}$  следует использовать только периодические составляющие, которые могут быть вычислены в соответствии с методикой приведенной в разделе 2.2 данной диссертационной работы.

Соответственно, значения коэффициентов нагрузочного потенциала  $\Delta\bar{C}_{nm}(t)$  и  $\Delta\bar{S}_{nm}(t)$  на момент времени  $t$  вычисляются согласно выражениям:

$$\begin{aligned} \Delta\bar{C}_{nm}(t) = & \bar{C}_{nm}^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1\Delta t) + \bar{C}_{nm}^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1\Delta t) + \dots \\ & + \bar{C}_{nm}^{\cos_k} \cos(2\pi\nu_k\Delta t) + \bar{C}_{nm}^{\sin_k} \sin(2\pi\nu_k\Delta t) \quad (2.26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\bar{S}_{nm}(t) = & \bar{S}_{nm}^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1\Delta t) + \bar{S}_{nm}^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1\Delta t) + \dots \\ & + \bar{S}_{nm}^{\cos_k} \cos(2\pi\nu_k\Delta t) + \bar{S}_{nm}^{\sin_k} \sin(2\pi\nu_k\Delta t) \quad (2.27) \end{aligned}$$

где

$\bar{C}_{nm}^{\cos_1}, \bar{S}_{nm}^{\cos_1}, \dots, \bar{C}_{nm}^{\sin_k}, \bar{S}_{nm}^{\sin_k}$  – периодические регрессионные параметры гармонических коэффициентов геопотенциала;

$\nu_1, \dots, \nu_n$  – частоты периодических составляющих;

$\Delta t = t - t_0$  – разница между моментом времени  $t$  и начальной эпохой  $t_0$ .

В соответствии с теорией нагрузочных деформаций, описанной в разделе 1.5, изменение коэффициентов нагрузочного потенциала  $\Delta \bar{C}_{nm}$  и  $\Delta \bar{S}_{nm}$ , связанных с перераспределением масс на поверхности Земли, вызовет деформации земной коры. Наиболее подходящей системой координат для описания изменения координат точек земной поверхности, вызванных деформацией, является топоцентрическая система координат  $NEU$ . Вычисление изменения координат для заданной точки в момент времени  $t$  выполняется в соответствии с выражениями [62]:

$$\Delta U_{load}(\varphi, \lambda, t) = R \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{h'_n}{1 + k'_n} \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda), \quad (2.28)$$

$$\Delta N_{load}(\varphi, \lambda, t) = -R \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{l'_n}{1 + k'_n} \frac{\partial \bar{P}_{nm}(\sin \varphi)}{\partial \varphi} (\Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda), \quad (2.29)$$

$$\Delta E_{load}(\varphi, \lambda, t) = \frac{R}{\cos \varphi} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \frac{ml'_n}{1 + k'_n} \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\Delta \bar{S}_{nm}(t) \cos m\lambda - \Delta \bar{C}_{nm}(t) \sin m\lambda), \quad (2.30)$$

где

$\varphi, \lambda$  – сферические геоцентрические координаты (широта и долгота) точки;

$t$  – момент времени;

$R_{\oplus}$  – средний радиус Земли;

$h'_n, l'_n$  и  $k'_n$  – нагрузочные числа Лява;

$\bar{P}_{nm}$  – полностью нормированные присоединенные функции Лежандра;

$\Delta\bar{C}_{nm}(t)$  и  $\Delta\bar{S}_{nm}(t)$  – значения гармонических коэффициентов нагрузочного потенциала.

### 2.3.3. Учет изменения положения геоцентра

Сезонное перераспределение поверхностных масс, помимо деформаций земной коры, также является причиной изменения положения геоцентра [31].

Так как при реализации метода космической геодезии «спутник – спутник» в качестве начала координат выбирается центр масс Земли, то гармонические коэффициенты геопотенциала  $\bar{C}_{10}$ ,  $\bar{C}_{11}$ ,  $\bar{S}_{11}$  равны нулю, следовательно отсутствует информация об изменении положения геоцентра. В то же время координатные методы космической геодезии чувствительны к перемещениям геоцентра, так как при их реализации используется как космический, так и наземный сегмент. Соответственно, информация об изменении положения геоцентра может быть получена с использованием указанных методов космической геодезии.

Как известно, между гармоническими коэффициентами геопотенциала первой степени  $\bar{C}_{10}$ ,  $\bar{C}_{11}$ ,  $\bar{S}_{11}$  и координатами геоцентра  $x_{\oplus}$ ,  $y_{\oplus}$ ,  $z_{\oplus}$  есть строгая зависимость:

$$\bar{C}_{10} = \frac{z_{\oplus}}{\sqrt{3}R_{\oplus}}, \bar{C}_{11} = \frac{x_{\oplus}}{\sqrt{3}R_{\oplus}}, \bar{S}_{11} = \frac{y_{\oplus}}{\sqrt{3}R_{\oplus}}, \quad (2.31)$$

где

$R_{\oplus}$  – средний экваториальный радиус Земли.

Аналогично подходу, описанному в разделе 2.2, при анализе временных рядов значений координат геоцентра необходимо установить регрессионную зависимость между значениями координат геоцентра и моментами времени, к которым данные значения относятся. Однако, в качестве регрессионной модели необходимо использовать выражение (2.11), определенное для рядов гармонических коэффициентов  $\bar{C}_{nm}$  и  $\bar{S}_{nm}$ . Данный подход позволит достигнуть макси-

мальной согласованности в определении геодинимических параметров, обусловленных одним и тем же явлением — сезонным перераспределением поверхностных масс.

Процедура оценивания параметров уравнения регрессии для координат геоцентра выполняется по методу наименьших квадратов (МНК), аналогично процедуре описанной в разделе 2.2.3.

Разница лишь в том, что  $y$  — вектор-столбец наблюдаемых значений составляется из временных рядов координат геоцентра.

С использованием вычисленных регрессионных параметров значения координат геоцентра  $\Delta x_{\oplus}(t)$ ,  $\Delta y_{\oplus}(t)$ ,  $\Delta z_{\oplus}(t)$  определяются на момент времени  $t$  согласно выражениям:

$$\begin{aligned} \Delta x_{\oplus}(t) = & x_{\oplus}^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1\Delta t) + x_{\oplus}^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1\Delta t) + \dots \\ & + x_{\oplus}^{\cos_n} \cos(2\pi\nu_n\Delta t) + x_{\oplus}^{\sin_n} \sin(2\pi\nu_n\Delta t), \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \Delta y_{\oplus}(t) = & y_{\oplus}^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1\Delta t) + y_{\oplus}^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1\Delta t) + \dots \\ & + y_{\oplus}^{\cos_n} \cos(2\pi\nu_n\Delta t) + y_{\oplus}^{\sin_n} \sin(2\pi\nu_n\Delta t), \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \Delta z_{\oplus}(t) = & z_{\oplus}^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1\Delta t) + z_{\oplus}^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1\Delta t) + \dots \\ & + z_{\oplus}^{\cos_n} \cos(2\pi\nu_n\Delta t) + z_{\oplus}^{\sin_n} \sin(2\pi\nu_n\Delta t), \end{aligned} \quad (2.34)$$

где

$x_{\oplus}^{\cos_1}, y_{\oplus}^{\cos_1}, z_{\oplus}^{\cos_1}, \dots, z_{\oplus}^{\sin_n}$  — периодические синфазные и квадратурные параметры вариаций координат геоцентра;

$\nu_1, \dots, \nu_n$  — частоты периодических составляющих;

$\Delta t = t - t_0$  — разница между моментом времени  $t$  и начальной эпохой  $t_0$ .

Таким образом, вычисление величины влияния изменения координат геоцентра на координаты точки в локальной топоцентрической системе  $NEU$  выполняется в соответствии с выражением (2.1) примет вид:

$$\begin{pmatrix} \Delta N_{\oplus}(\varphi, \lambda, t) \\ \Delta E_{\oplus}(\varphi, \lambda, t) \\ \Delta U_{\oplus}(\varphi, \lambda, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_{\oplus}(t) \\ \Delta y_{\oplus}(t) \\ \Delta z_{\oplus}(t) \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

где

$\varphi, \lambda$  – широта и долгота точки;

$\Delta x_{\oplus}, \Delta y_{\oplus}, \Delta z_{\oplus}$  – значения координат геоцентра в момент времени  $t$ .

#### 2.3.4. Комплексный учет изменения положения точек земной поверхности

Изменение координат точек земной поверхности с учетом деформаций, вызванных неприливными нагрузками, и с учетом вариаций положения геоцентра можно определить с использованием выражения:

$$\begin{pmatrix} \Delta N(\varphi, \lambda, t) \\ \Delta E(\varphi, \lambda, t) \\ \Delta U(\varphi, \lambda, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta N_{load}(\varphi, \lambda, t) \\ \Delta E_{load}(\varphi, \lambda, t) \\ \Delta U_{load}(\varphi, \lambda, t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta N_{\oplus}(\varphi, \lambda, t) \\ \Delta E_{\oplus}(\varphi, \lambda, t) \\ -\Delta U_{\oplus}(\varphi, \lambda, t) \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

где

$\Delta N_{load}, \Delta E_{load}, \Delta U_{load}$  – вариации координат точки земной поверхности, которые вычисляются в соответствии с разделом 2.3.2;

$\Delta N_{\oplus}, \Delta E_{\oplus}, \Delta U_{\oplus}$  – вариации координат точки на земной поверхности, которые вычисляются в соответствии с разделом 2.3.3.

## 2.4. Выводы по главе 2

Разработанная комплексная методика геодезического обеспечения геодинамических исследований является инструментом, позволяющим получать и

использовать при проведении геодинамических исследований данные об изменении во времени параметров глобального гравитационного поля Земли и координат точек земной поверхности под действием сезонных нагрузочных эффектов.

Входящая в состав комплексной методики частная методика определения параметров вариаций глобального гравитационного поля Земли с использованием моделей в виде сферических гармоник геопотенциала. Показано, что эта задача может решаться путем сопоставления и обработки разновременных моделей с использованием методов регрессионного, статистического и спектрального анализов. В рамках реализации методики предложен адаптивный алгоритм расчета параметров вариаций, который позволяет повысить точность и достоверность выводов о поведении гравитационного поля Земли на основе анализа исходной измерительной информации.

Еще одна частная методика предложена в рамках упомянутой комплексной методики, а именно, методика, обеспечивающая учет изменения координат пространственного положения точек земной поверхности под действием сезонных нагрузочных деформаций на основе данных о величине периодических вариаций гравитационного поля Земли, вызванных перераспределением поверхностных масс.

## Глава 3

# Исследование вопросов практической реализации разработанной комплексной методики

### 3.1. Вычисление временных вариаций коэффициентов геопотенциала

В данном разделе приведены результаты практического применения методики расчета регрессионных параметров вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала, описанной в разделе 2.2. Данная методика основывается на установлении регрессионной зависимости между значениями гармонических коэффициентов геопотенциала и моментами времени, к которым данные значения относятся.

Для реализации указанной методики необходимо наличие временных рядов измерительных данных, содержащих информацию о параметрах гравитационного поля Земли в глобальном масштабе. В данном случае предпочтительно использовать данные, полученные спутниковыми методами космической геодезии.

Как уже отмечалось ранее, наиболее широкое распространение получило представление гравитационного поля Земли в виде моделей сферических гармоник геопотенциала. Отличительной особенностью моделей геопотенциала, получаемых по данным миссии *GRACE*, является «высокое» временное разрешение, то есть модель строится на основании данных за ограниченный промежуток времени, как правило, один месяц.

При этом следует учитывать, что при создании моделей гравитационного поля Земли используются различные методики обработки данных, поэтому

нельзя говорить об идентичности моделей, построенных по одинаковым исходным данным. С учетом этого обстоятельства, в данном исследовании использовались модели, созданные в четырех ведущих мировых научных центрах:

- Исследовательская группа космической геодезии – *Le Groupe de Recherche de Geodesie Spatiale (GRGS)* Тулуза, Франция;
- Исследовательский центр наук о Земле – *GeoForschungsZentrum (GFZ)* Потсдам, Германия;
- Центр космических исследований – *Center for Space Research (CSR)* Остин, США;
- Лаборатория реактивного движения – *Jet Propulsion Laboratory (JPL)* Пасадена, США.

В таблице 3.1 приведена краткая информация о моделях гравитационного поля Земли, использованных в данном исследовании.

Таблица 3.1. Информация о моделях гравитационного поля Земли

	<i>GRGS</i>	<i>GFZ</i>	<i>CSR</i>	<i>JPL</i>
Данные за пе- риод:	08/2002 03/2015	04/2002 03/2016	04/2002 03/2016	04/2002 03/2016
Степень	80	90	96	90
$a_e$ (м)	6378136,46		6378136,3	
$GM_{\oplus}$ (м <sup>3</sup> /с <sup>2</sup> )	3,986004415 × 10 <sup>14</sup>			
Приливная система	Свободная от прилива		Нулевого прилива	

На основании моделей гравитационного поля Земли, предоставляемых указанными выше научными центрами, экспериментально определены значения

вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала.

### Оценивание параметров вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала по данным *GRGS*

В анализе использовались модели гравитационного поля Земли в виде сферических гармоник геопотенциала, построенные на основе ежемесячных данных миссии *GRACE* за период с августа 2002 по март 2015 года. Использовались коэффициенты до степени/порядка 80/80.

В соответствии с методикой, описанной в разделе 2.2, были построены временные ряды значений гармонических коэффициентов геопотенциала (для примера на рис. 3.1 приведены графики временных рядов коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

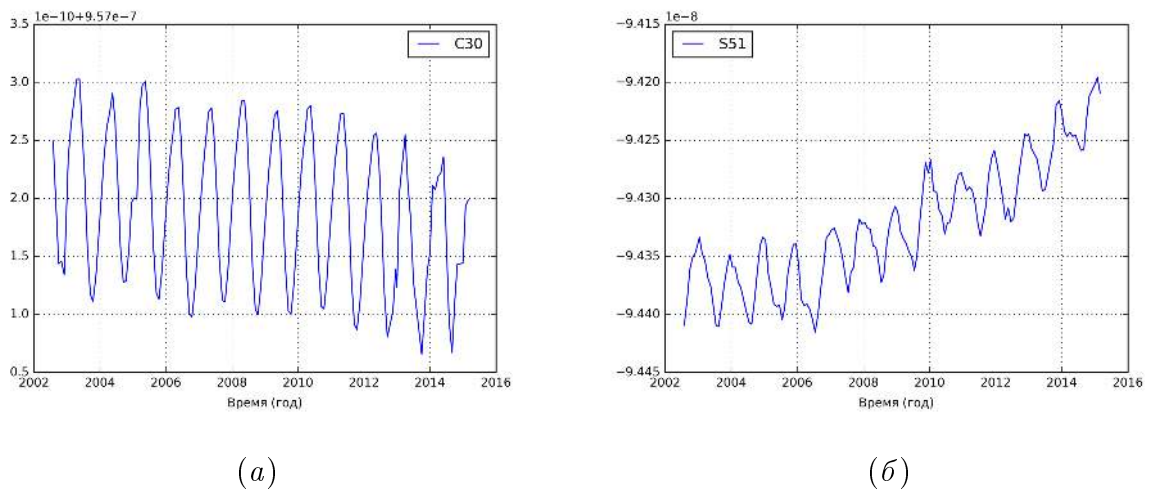


Рис. 3.1. Зависимость изменения значения коэффициента от времени: (a)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

Выполнен расчет значений периодограммы, оценены пороговые значения периодограммы «сигнал – шум» (на графиках отмечены красной пунктирной линией) и в соответствии с этим выбраны значимые спектральные линии (для примера на рис. 3.2 представлены графики периодограмм коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

С целью построения единой регрессионной модели и определения вида периодических членов, наилучшим образом подходящих для всего набора гармонических коэффициентов, построены гистограммы распределения отсчетов

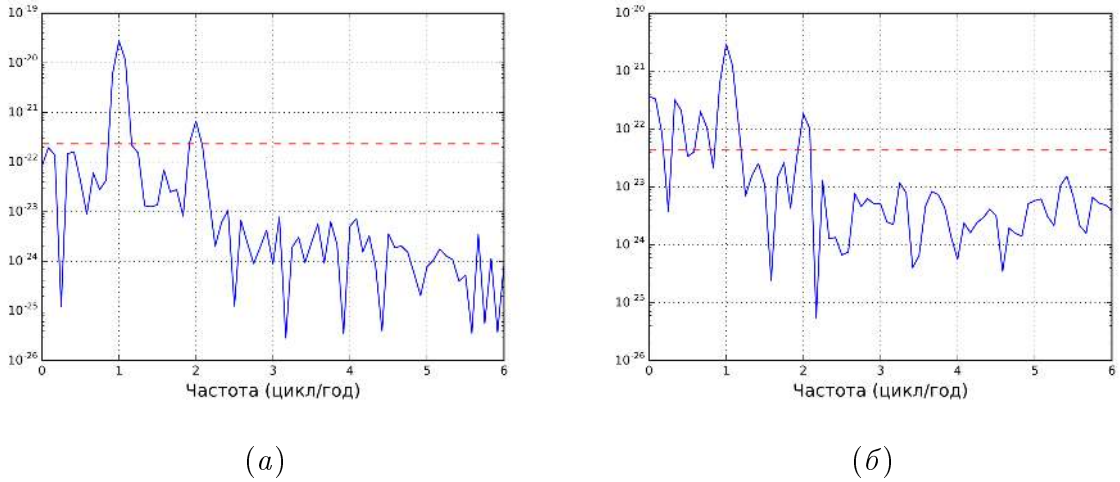


Рис. 3.2. Периодограмма значений гармонического коэффициента: (а)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

периодограммы. Как видно из графиков (рис. 3.3), в рядах коэффициентов геопотенциала ярко выражено присутствие периодических составляющих с периодами равными 0,5 и 1,0 год, а также присутствует остаточное влияние долгопериодической компоненты.

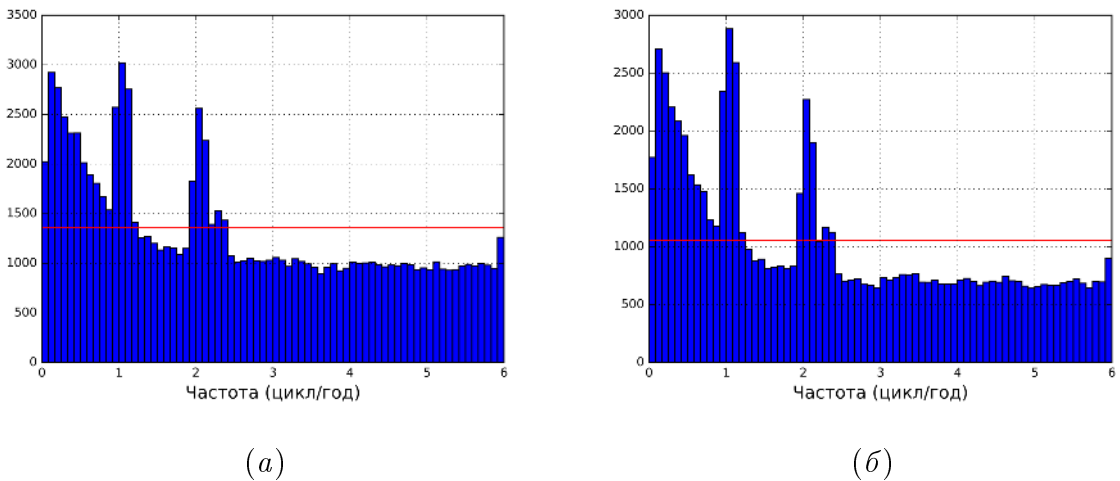


Рис. 3.3. Гистограмма распределения отсчетов периодограммы коэффициентов: (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

В результате модель уравнения регрессии (2.11), используемая для описания временных вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала, при-

мет вид:

$$K(t_i) = K^0(t_0) + K'(t_i - t_0) + K^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1(t_i - t_0)) + K^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1(t_i - t_0)) + \\ + K^{\cos_2} \cos(2\pi\nu_2(t_i - t_0)) + K^{\sin_2} \sin(2\pi\nu_2(t_i - t_0)) \quad (3.1)$$

Для реализации расчета регрессионных параметров с использованием МНК, на основании уравнения (3.1) составлены:

- вектор определяемых параметров

$$x^T = \left( K^0 \quad K' \quad K^{\cos_1} \quad K^{\sin_1} \quad K^{\cos_2} \quad K^{\sin_2} \right); \quad (3.2)$$

- матрица подстановок свободной переменной

$$A = \begin{pmatrix} 1 & (t_1 - t_0) & \cos(2\pi\nu_1(t_1 - t_0)) & \cdots & \sin(2\pi\nu_2(t_1 - t_0)) \\ 1 & (t_2 - t_0) & \cos(2\pi\nu_1(t_2 - t_0)) & \cdots & \sin(2\pi\nu_2(t_2 - t_0)) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & (t_i - t_0) & \cos(2\pi\nu_1(t_i - t_0)) & \cdots & \sin(2\pi\nu_2(t_i - t_0)) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Полученные в результате вычислений регрессионные параметры подвергались проверке статистической значимости с использованием критериев Фишера и Стьюдента, в соответствии с пунктом 2.2.4.

Все множество коэффициентов  $\bar{C}_{nm}$  и  $\bar{S}_{nm}$  (до степени/порядка 80/80) делилось на группы (10×10 коэффициентов). Внутри каждой группы оценивалось количество гармонических коэффициентов, для которых справедливо неравенство (2.22), то есть регрессионная модель в целом признавалась статистически значимой. Результаты данного статистического тестирования в графическом виде представлены на рис. 3.4.

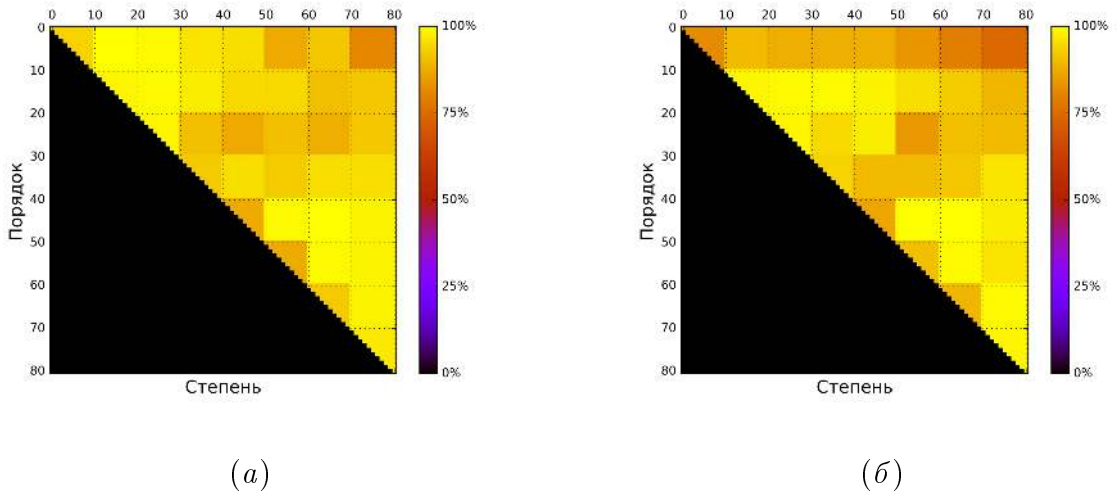


Рис. 3.4. Результаты проверки статистической значимости регрессионных параметров гармонических коэффициентов (с использованием критерия Фишера) (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

В результате анализа графиков (рис. 3.4) установлено, что почти 90% гармонических коэффициентов ( $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ ) до степени/порядка 80/80 прошли статистическое тестирование. Так как с использованием гармонических коэффициентов степени 80 описываются структуры гравитационного поля Земли, соответствующие пространственному разрешению  $\approx 250$  километров, то можно сделать вывод, что регрессионная модель (3.1), содержащая периодические компоненты, корректно описывает изменения гравитационного поля Земли в глобальном и региональном масштабах.

С целью наглядного представления величины исследуемых эффектов, для всего множества гармонических коэффициентов  $\bar{C}_{nm}$  и  $\bar{S}_{nm}$  было выполнено вычисление высоты квазигеоида с использованием каждого типа регрессионных параметров («вековых» и периодических) в отдельности.

$$\zeta(t) = \frac{GM_{\oplus}}{\gamma r} \sum_{n=2}^N \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) (\bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda + \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda) \quad (3.4)$$

В данном случае высота квазигеоида служит для представления величины влияния параметров вариаций гравитационного поля Земли в линейной мере.

### «Вековое» изменение высоты квазигеоида

На рис. 3.5 изображена карта «векового» изменения высоты квазигеоида, построенная по значениям регрессионных параметров  $\bar{C}'_{nm}$  и  $\bar{S}'_{nm}$ , которые характеризуют линейное изменение значений гармонических коэффициентов геопотенциала. В таблице 3.2 представлены статистические данные.

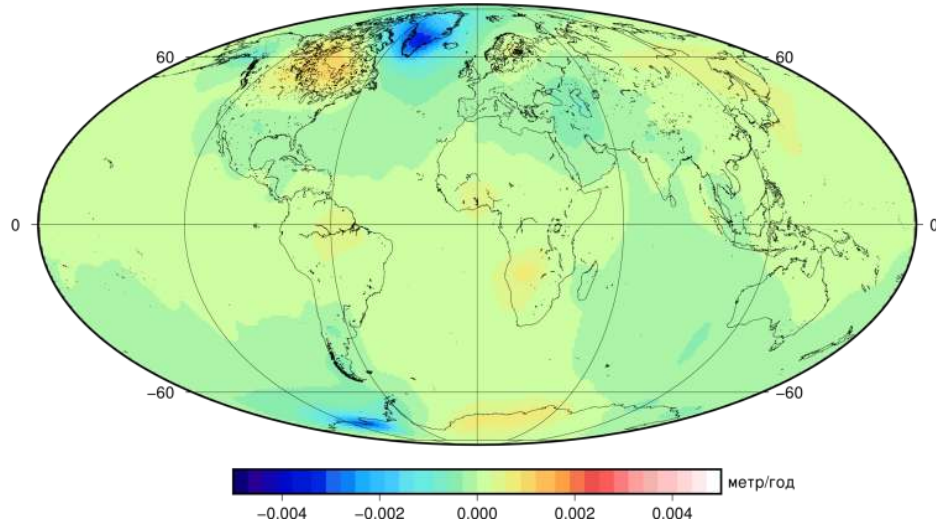


Рис. 3.5. Величина «векового» изменения высоты квазигеоида – параметр  $K'$

### Периодические изменения высоты квазигеоида

На рис. 3.6, 3.7, 3.8 и 3.9 представлены вычисленные амплитуды периодических изменений высоты квазигеоида (синфазные и квадратурные составляющие с периодом равным 1 году и 0,5 года). В таблице 3.2 приведены основные описательные статистики.

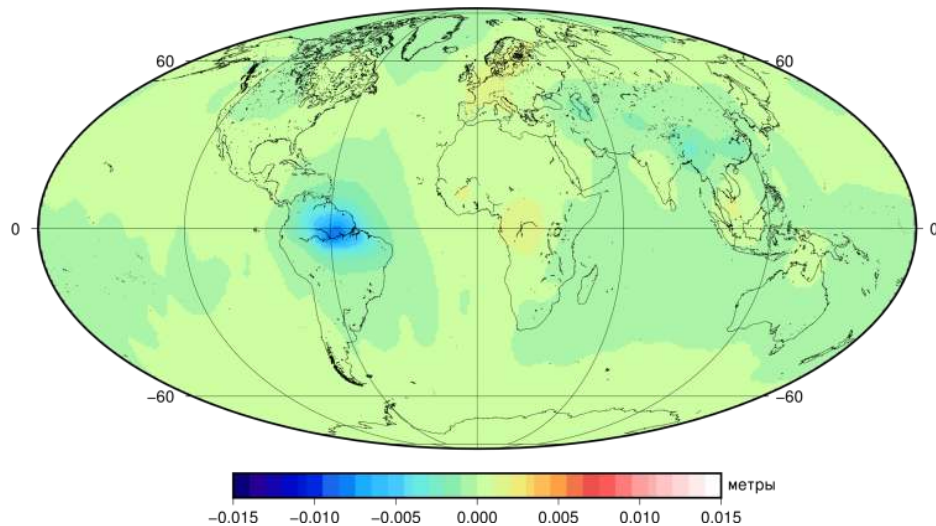


Рис. 3.6. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 1}$ )

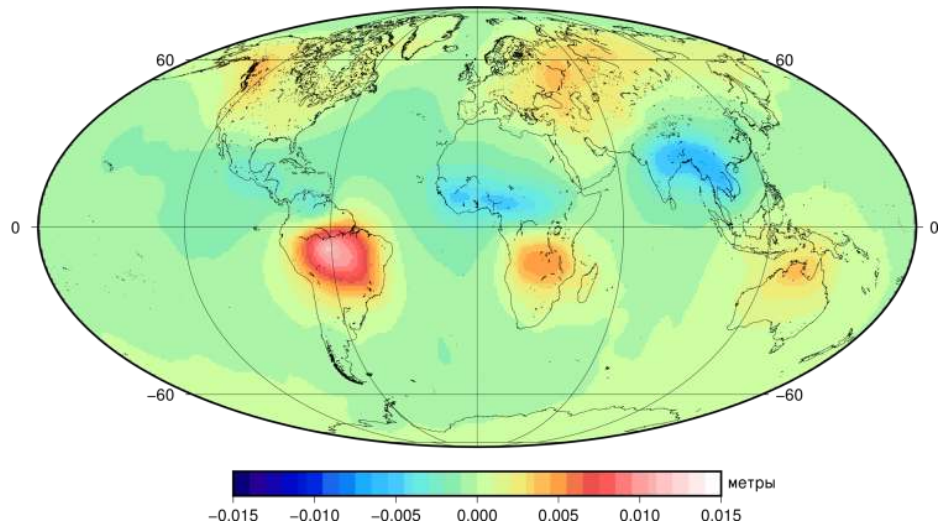


Рис. 3.7. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 1}$ )

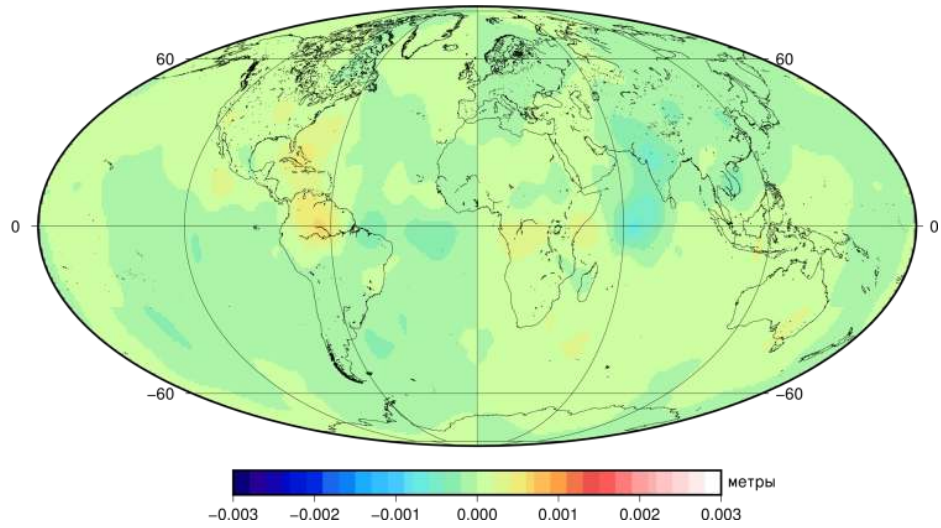


Рис. 3.8. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 2}$ )

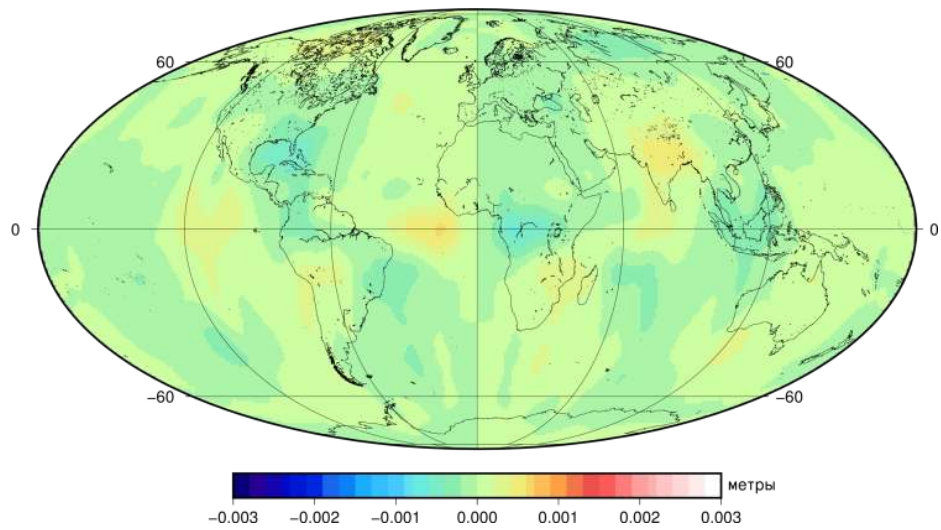


Рис. 3.9. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 2}$ )

Таблица 3.2. Статистические характеристики изменения высоты квазигеоида, определенные по данным *GRGS*

Параметр	Статистика	Значение (м/год)	Примечание
$K'$	Макс.	0,00121	в точке $53,5^\circ N; 281,5^\circ E$
	Мин.	-0,00487	в точке $-75,5^\circ N; 254,5^\circ E$
	Среднее	-0,00006	
	СКО	0,00048	
$K^{\cos_1}$	Макс.	0,00192	в точке $-1,5^\circ N; -18,5^\circ E$
	Мин.	-0,01017	в точке $-2,5^\circ N; 301,5^\circ E$
	Среднее	0,00004	
	СКО	0,00064	
$K^{\sin_1}$	Макс.	0,01232	в точке $-5,5^\circ N; 297,5^\circ E$
	Мин.	-0,00726	в точке $24,5^\circ N; 90,5^\circ E$
	Среднее	0,00008	
	СКО	0,00149	
$K^{\cos_2}$	Макс.	0,00086	в точке $-2,5^\circ N; 296,5^\circ E$
	Мин.	-0,00086	в точке $-2,5^\circ N; 63,5^\circ E$
	Среднее	$-3,0 \times 10^{-18}$	
	СКО	0,00012	
$K^{\sin_2}$	Макс.	0,00073	в точке $-0,5^\circ N; 344,5^\circ E$
	Мин.	-0,00073	в точке $-0,5^\circ N; 15,5^\circ E$
	Среднее	$-7,8 \times 10^{-18}$	
	СКО	0,00013	

Результаты оценивания параметров вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала по данным *GFZ*, *CSR* и *JPL* представлены в Приложениях А, Б и В.

## Сравнение оценок вариаций коэффициентов геопотенциала

В результате сравнения значений изменения высоты квазигеоида было установлено, что локализация и величина наиболее значимых эффектов, соответствующих «вековым» и периодическим вариациям гравитационного поля Земли имеют общий характер для результатов, полученных по данным четырех научных центров. Численные значения наиболее значительных «вековых» и периодических изменений высоты квазигеоида представлены в таблице 3.3.

Причиной «векового» изменения гравитационного поля Земли в северном полушарии, а именно, в Северной Америке, Гренландии и Фенноскандии, является постледниковое поднятие, а также процессы, связанные с изменением величины ледового покрова, происходящим в настоящее время. Несмотря на то, что величина эффекта имеет относительно небольшую величину, порядка нескольких миллиметров, стоит помнить, что данное явление имеет «аккумулирующий» эффект. Данные выводы подтверждаются результатами, полученными в ряде исследований [53, 61, 79, 87, 92, 99, 100].

Причиной возникновения периодических изменений гравитационного поля Земли (с периодами 0,5 и 1 год) является естественный процесс смены сезонов времени года. Локализация мест, соответствующих максимальным амплитудам изменения, соответствует районам, в которых происходят значительные перераспределения поверхностных масс, в основном связанных с гидрологическим режимом. Наиболее сильные периодические вариации гравитационного поля наблюдаются в районе Южной Америки, где величина амплитуды достигает 10 мм, как для синфазной, так и для квадратурной составляющих. Данные выводы согласуются с результатами исследований, проводимых ранее [30, 45] и др.

На основании этого можно сделать вывод: выявленные вариации гармонических коэффициентов геопотенциала отражают реальные изменения гравитационного поля Земли и не являются артефактами, присущими той или иной методике создания модели.

Таблица 3.3. Величины изменения высоты квазигеоида

Район	Параметр	Величина эффекта (м/год)
Гренландия	$K'$	-0,004
Северная Америка	$K'$	0,002
Фенноскандия	$K'$	0,002
Антарктида	$K'$	от -0,004 до 0,002
Район	Параметр	Величина эффекта (м)
Период 1 год		
Северная Америка	$K^{\sin_1}$	0,006
Центральная Америка	$K^{\sin_1}$	-0,005
Южная Америка	$K^{\sin_1}$	0,012
	$K^{\cos_1}$	-0,010
Центральная Евразия	$K^{\sin_1}$	0,006
Центральная Африка	$K^{\sin_1}$	-0,005
Южная Африка	$K^{\sin_1}$	0,007
Юго-Восточная Азия	$K^{\sin_1}$	-0,007
Австралия	$K^{\sin_1}$	0,006
Период 0,5 года		
Южная Америка	$K^{\sin_2}$	0,003
Африка	$K^{\sin_2}$	-0,002
	$K^{\cos_2}$	-0,002
полуостров Индостан	$K^{\sin_2}$	0,002
	$K^{\cos_2}$	-0,001

В разделе 3.1 приведены результаты экспериментального исследования методики оценивания временных вариаций коэффициентов геопотенциала. Проведена интерпретация результатов оценивания и определены вероятные причи-

ны возникновения данных вариаций параметров гравитационного поля Земли.

### 3.2. Вычисление нагрузочных деформаций земной коры

В данном разделе приведены результаты практического применения методики расчета величины изменения координат вследствие деформации земной коры, вызванной сезонными перераспределениями масс на поверхности Земли.

В соответствии с методикой, описанной в разделе 2.3, для вычисления нагрузочных деформаций земной коры необходимо использовать оценки периодических вариаций коэффициентов геопотенциала.

Вычисленные в разделе 3.1 по данным четырех научных центров периодические (полугодичные и годовые) параметры вариаций коэффициентов геопотенциала использовались для вычисления величины деформации земной коры. В соответствии с выражениями (2.26) и (2.27), изменение значений гармонических коэффициентов  $\Delta\bar{C}_{nm}$  и  $\Delta\bar{S}_{nm}$  на момент времени  $t$  следует вычислять по формулам:

$$\begin{aligned} \Delta\bar{C}_{nm}(t) = & \bar{C}_{nm}^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1\Delta t) + \bar{C}_{nm}^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1\Delta t) + \\ & + \bar{C}_{nm}^{\cos_2} \cos(2\pi\nu_2\Delta t) + \bar{C}_{nm}^{\sin_2} \sin(2\pi\nu_2\Delta t), \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta\bar{S}_{nm}(t) = & \bar{S}_{nm}^{\cos_1} \cos(2\pi\nu_1\Delta t) + \bar{S}_{nm}^{\sin_1} \sin(2\pi\nu_1\Delta t) + \\ & + \bar{S}_{nm}^{\cos_2} \cos(2\pi\nu_2\Delta t) + \bar{S}_{nm}^{\sin_2} \sin(2\pi\nu_2\Delta t), \end{aligned} \quad (3.6)$$

где

$\bar{C}_{nm}^{\cos_1}, \bar{S}_{nm}^{\cos_1}, \dots, \bar{S}_{nm}^{\sin_2}$  – наборы периодических параметров, определенные по данным четырех научных центров;

$\nu_1, \nu_2$  – частоты периодических параметров, соответствующие годичной и полугодичной составляющим.

Таким образом, в результате выполнения предыдущего шага были получены четыре набора (по количеству данных научных центров) временных рядов значений гармонических коэффициентов, описывающих изменение нагрузочно-го потенциала.

Далее, в соответствии выражениями (2.28), (2.29) и (2.30) для каждого набора гармонических коэффициентов выполнялись вычисления значений деформации земной коры, вызванных сезонным перераспределением поверхностных масс. На рис. 3.10 и 3.11 представлены карты изменения вертикальной координаты  $\Delta U$  на момент времени 01 января 2008 года.

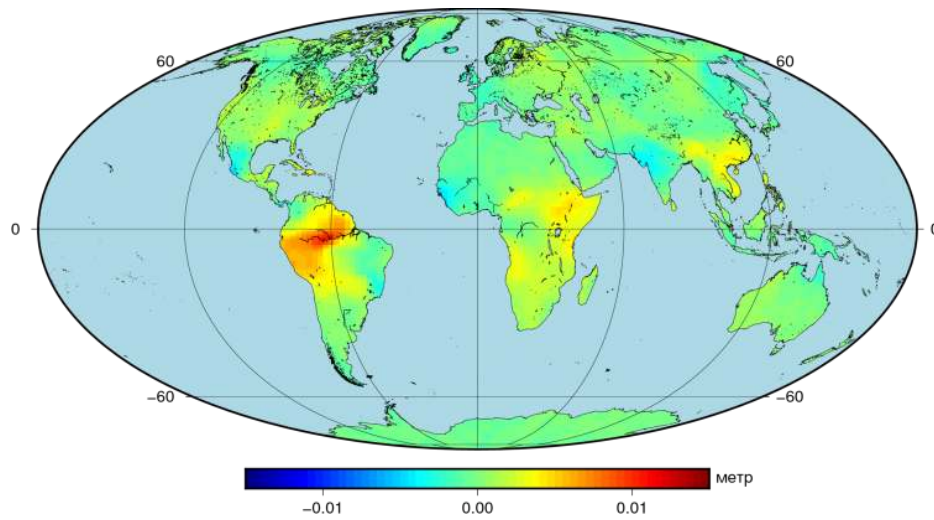


Рис. 3.10. Изменение вертикальной координаты  $\Delta U$  (синфазная составляющая)

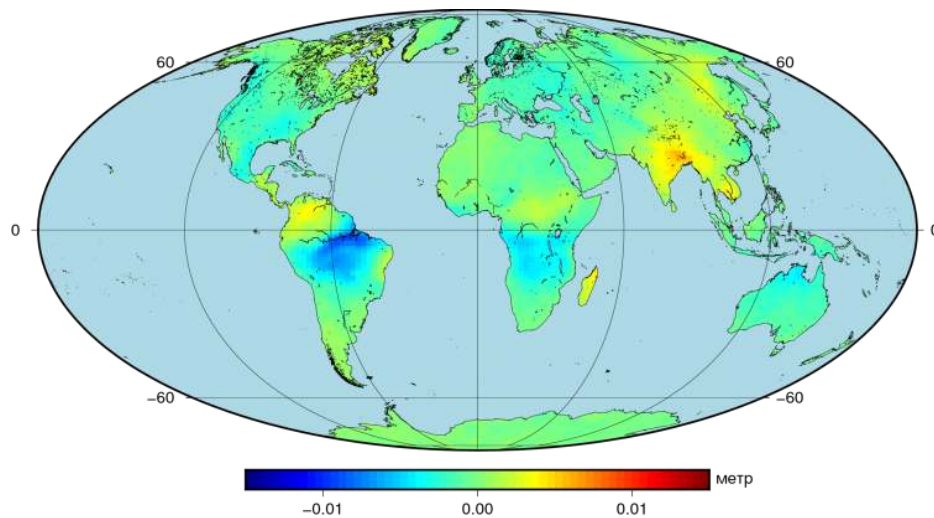


Рис. 3.11. Изменение вертикальной координаты  $\Delta U$  (квадратурная составляющая)

При вычислениях использовались нагрузочные числа Лява, рассчитанные

P. Gegout [21]. На графике (рис. 3.12) представлено изменение значений нагрузочных чисел Лява  $h'_n$ ,  $l'_n$ ,  $k'_n$ .

Так как с увеличением степени  $n$  нагрузочные числа  $l'_n$ ,  $k'_n$  стремятся к нулю, то для более наглядного представления используются модифицированные значения, которые получаются перемножением нагрузочного числа на его степень, то есть  $nl'_n$  и  $-nk'_n$  (значение числа  $k'_n$  умножается еще на  $-1$ ).

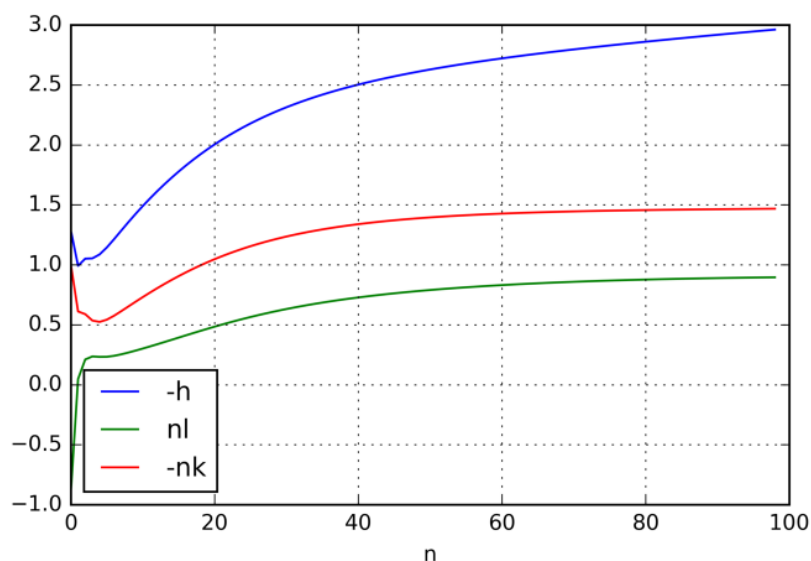


Рис. 3.12. Изменение значений нагрузочных чисел Лява в зависимости от степени  $n$

### Вычисление составляющих, обусловленных движением геоцентра

Для учета изменения координат геоцентра в диссертационной работе использовались результаты анализа измерений лазерной локации спутников *LAGEOS-1/2* [85, 86], полученные на сервере Астрономического Института Бернского Университета (*Astronomisches Institut Universitat Bern*) [20].

В соответствии с разделом 2.3.3 диссертационной работы, временные ряды координат геоцентра  $x_{\oplus}$ ,  $y_{\oplus}$ ,  $z_{\oplus}$  использовались для определения параметров вариаций, в соответствии с регрессионной моделью (3.1), полученной при анализе моделей геопотенциала в виде сферических функций. Идентичность регрессионных моделей, используемых при анализе гармонических коэффициентов и координат геоцентра, обеспечивает согласованность получаемых результатов. С ис-

пользованием вычисленных параметров, производилось вычисление модельных значений координат геоцентра для заданного момента времени. На графиках (рис. 3.13, 3.14, 3.15) представлены временные ряды измеренных и модельных значений координат геоцентра.

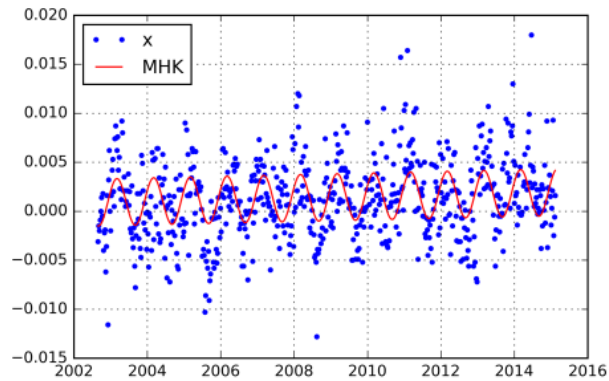


Рис. 3.13. Измеренные (синий) и модельные значения (красный) координат геоцентра  $x_{\oplus}$

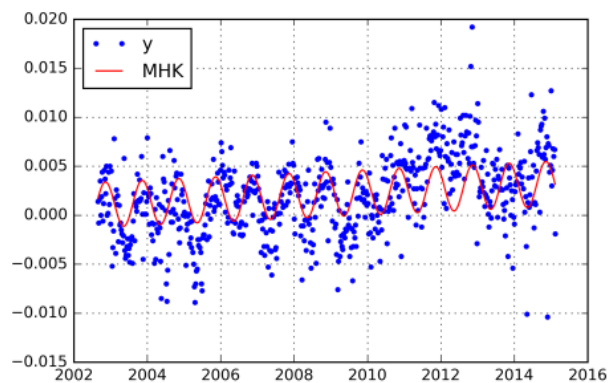


Рис. 3.14. Измеренные (синий) и модельные значения (красный) координат геоцентра  $y_{\oplus}$

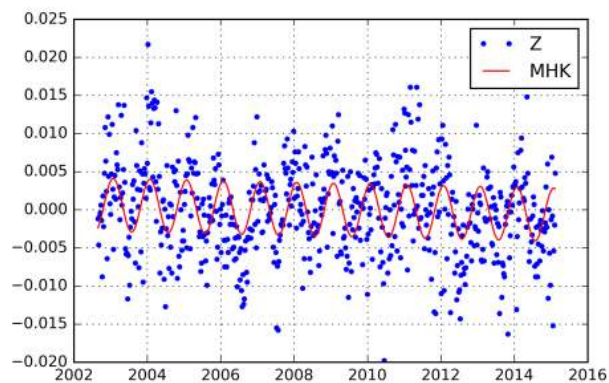


Рис. 3.15. Измеренные (синий) и модельные значения (красный) координат геоцентра  $z_{\oplus}$

## Комплексный учет изменения координат точек земной поверхности

В соответствии с разделом 2.3.4 был выполнен учет комплексного влияния деформаций земной коры и движения геоцентра на координаты точек земной поверхности.

На рис. 3.16 и 3.17 представлены карты изменения вертикальных координат  $\Delta U$  точек земной поверхности.

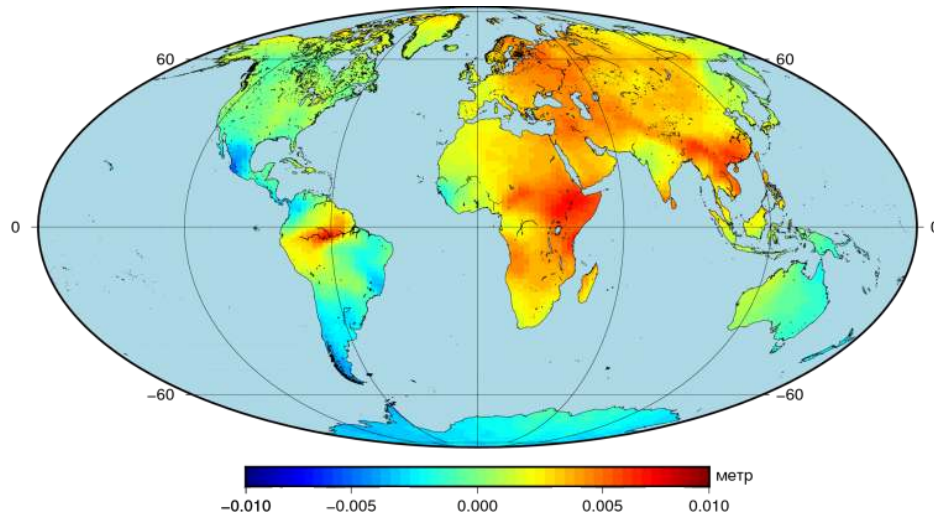


Рис. 3.16. Изменение вертикальных координат  $\Delta U$  (синфазная составляющая)

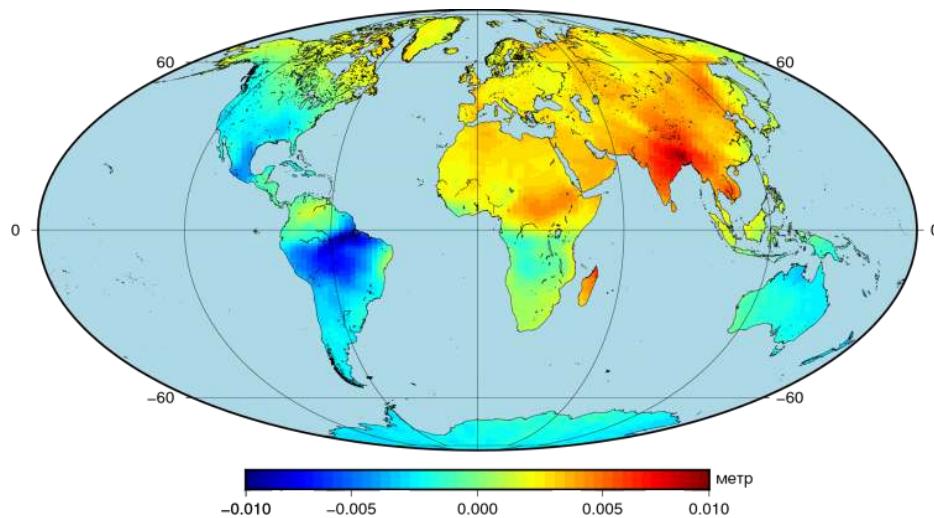


Рис. 3.17. Изменение вертикальных координат  $\Delta U$  (квадратурная составляющая)

## Сравнение оценок изменения координат точек земной поверхности, полученных по данным миссии *GRACE*, и по данным ГНСС

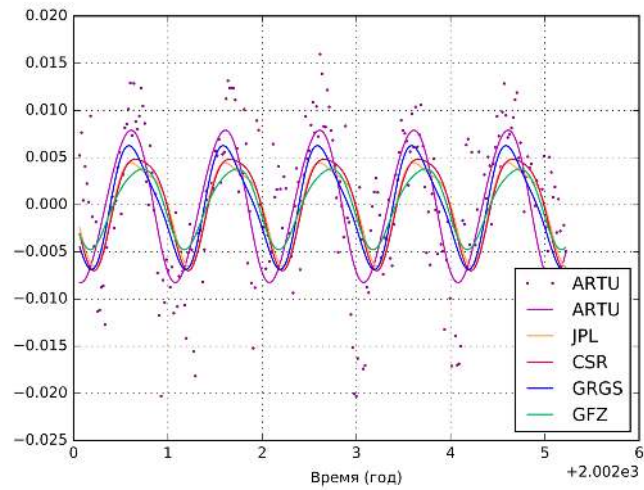
Как упоминалось ранее, для проверки корректности полученных оценок изменения координат под действием сезонной нагрузки, было выполнено сравнение с альтернативным источником информации, в качестве которого использовались оценки изменения координат ряда ГНСС-пунктов, входящих в Международную Службу ГНСС (*IGS*) [55, 58, 59, 90, 98]. Данные ГНСС-пункты имеют долговременные ряды наблюдений, на основании анализа которых, возможно проведение проверки достоверности оценок полученных с использованием разработанной методики.

Временные ряды координат пунктов представлены приведены в геоцентрической системе координат *XYZ*. Для дальнейшего анализа, данные ряды координат были преобразованы в локальную топоцентрическую систему координат *NEU* с использованием выражения 2.1.

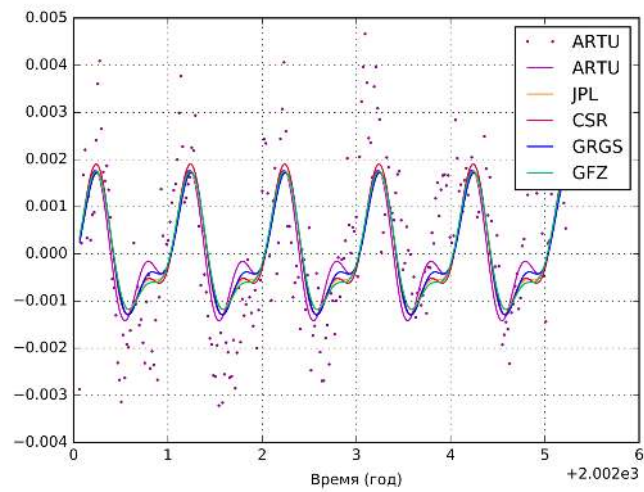
С целью строгого и согласованного сравнения оценок временных рядов координат пунктов, определенных средствами глобальных навигационных спутниковых систем, было выполнено оценивание регрессионных параметров изменения координат. С использованием метода наименьших квадратов на основе модели (3.1) были определены параметры, характеризующие линейное и периодические изменения временных рядов координат. Далее, в соответствии с этими параметрами, были вычислены значения координат ГНСС-пунктов.

Сравнению подлежали значения координат, полученных с использованием разработанной методики учета влияния нагрузочных эффектов и модельные значения координат пунктов Международной Службы ГНСС. Результаты сравнения представлены ниже в таблицах 3.4, 3.5 и 3.6.

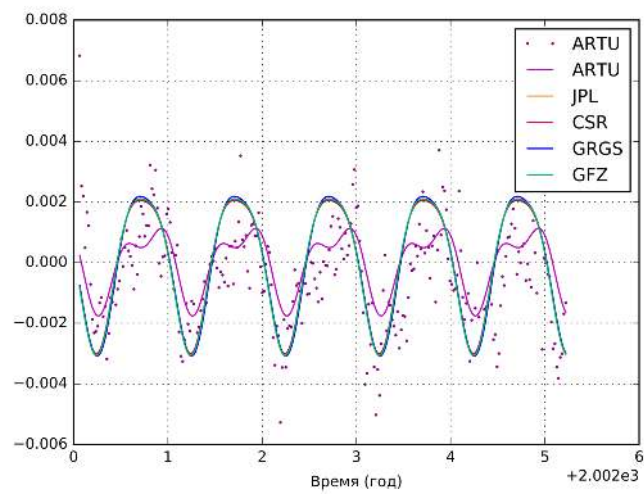
На графиках (рис. 3.18) представлены результаты сравнения изменения координат для пункта *ARTU*. В таблице 3.4 приведены статистические характеристики изменения координат для пункта *ARTU*.



(a)



(б)



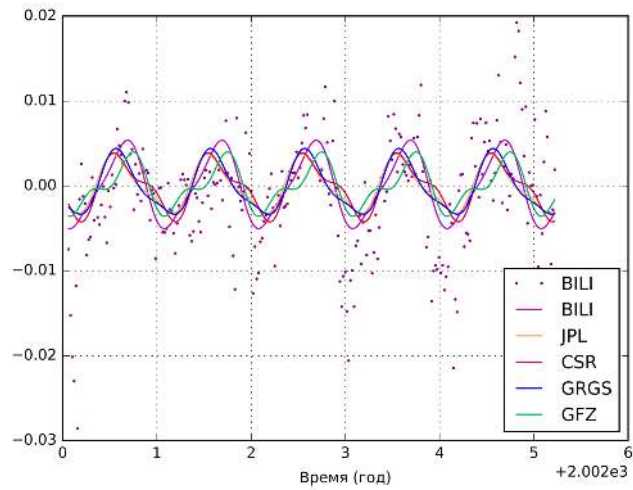
(в)

Рис. 3.18. Изменение координат пункта ARTU под действием нагрузки с учетом движения гецентра (a)  $\Delta U$ , (б)  $\Delta N$ , (в)  $\Delta E$

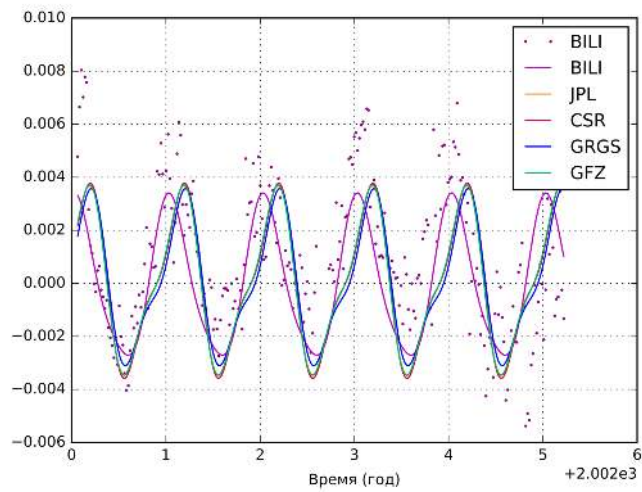
Таблица 3.4. Изменение координат пункта ARTU под действием нагрузки

Коорд	Тип	Макс.(м)	Мин.(м)	Среднее (м)	СКО (м)	Корр.
$\Delta U$	ГНСС	0,0079	-0,0083	$3,3 \times 10^{-5}$		
	GRGS	0,0063	-0,0069	$1,4 \times 10^{-5}$	0,0019	0,91
	GFZ	0,0038	-0,0048	$9,4 \times 10^{-6}$	0,0021	0,79
	CSR	0,0048	-0,0070	$6,8 \times 10^{-6}$	0,0023	0,73
	JPL	0,0045	-0,0065	$4,6 \times 10^{-6}$	0,0021	0,73
$\Delta N$	ГНСС	0,0018	-0,0014	$5,9 \times 10^{-8}$		
	GRGS	0,0017	-0,0013	$2,4 \times 10^{-7}$	0,0009	0,97
	GFZ	0,0017	-0,0012	$-4,7 \times 10^{-8}$	0,0009	0,96
	CSR	0,0019	-0,0013	$3,3 \times 10^{-7}$	0,0009	0,97
	JPL	0,0017	-0,0012	$-3,8 \times 10^{-8}$	0,0009	0,96
$\Delta E$	ГНСС	0,0011	-0,0017	$-2,8 \times 10^{-6}$		
	GRGS	0,0021	-0,0030	$4,1 \times 10^{-7}$	0,001	0,92
	GFZ	0,0021	-0,0031	$7,4 \times 10^{-7}$	0,0009	0,91
	CSR	0,0020	-0,0030	$7,4 \times 10^{-7}$	0,001	0,91
	JPL	0,0021	-0,0031	$6,7 \times 10^{-7}$	0,001	0,91

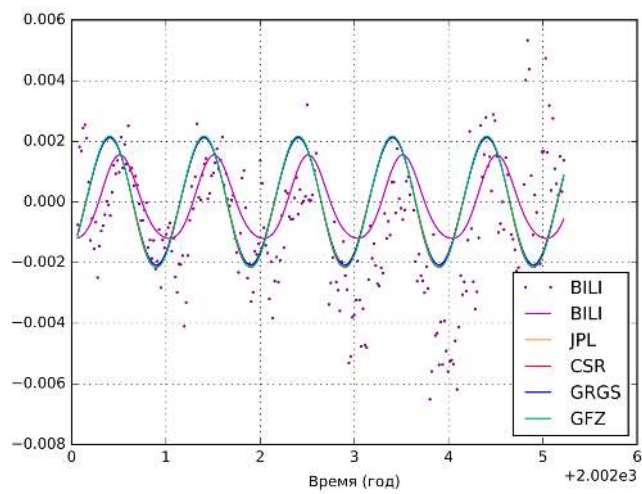
На графиках (рис. 3.19) представлены результаты сравнения изменения координат для пункта *BILI*. В таблице 3.5 приведены статистические характеристики изменения координат для пункта *BILI*.



(a)



(б)



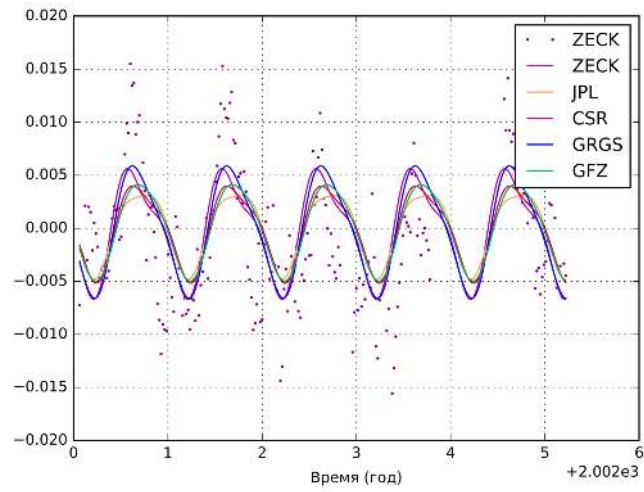
(в)

Рис. 3.19. Изменение координат пункта ВІІІ под действием нагрузки с учетом движения геоцентра (а)  $\Delta U$ , (б)  $\Delta N$ , (в)  $\Delta E$

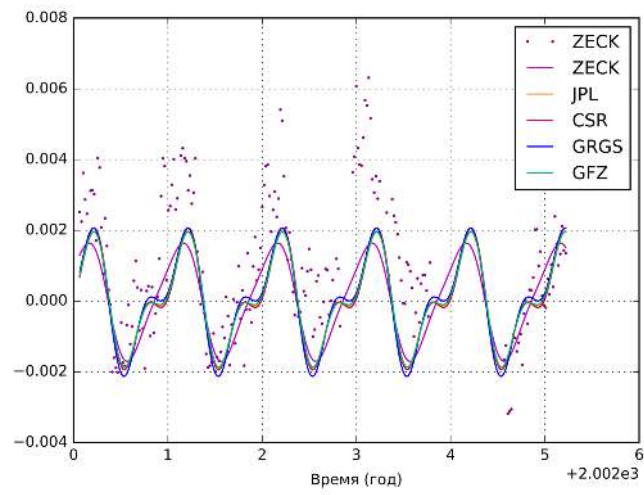
Таблица 3.5. Изменение координат пункта ВІІІ под действием нагрузки

Коорд	Тип	Макс.(м)	Мин.(м)	Среднее (м)	СКО (м)	Корр.
$\Delta U$	ГНСС	0,0054	-0,0050	$2,0 \times 10^{-5}$		
	GRGS	0,0044	-0,0034	$9,6 \times 10^{-6}$	0,0014	0,85
	GFZ	0,0040	-0,0036	$1,4 \times 10^{-5}$	0,0015	0,93
	CSR	0,0039	-0,0043	$6,1 \times 10^{-6}$	0,0015	0,81
	JPL	0,0038	-0,0033	$8,8 \times 10^{-6}$	0,0014	0,82
$\Delta N$	ГНСС	0,0034	-0,0027	$-1,5 \times 10^{-5}$		
	GRGS	0,0036	-0,0031	$-4,9 \times 10^{-6}$	0,0014	0,70
	GFZ	0,0037	-0,0035	$-7,0 \times 10^{-6}$	0,0013	0,78
	CSR	0,0039	-0,0036	$-6,6 \times 10^{-6}$	0,0013	0,76
	JPL	0,0037	-0,0034	$-6,9 \times 10^{-6}$	0,0014	0,78
$\Delta E$	ГНСС	0,0016	-0,0012	$5,2 \times 10^{-6}$	0,0010	1,0
	GRGS	0,0021	-0,0020	$6,3 \times 10^{-6}$	0,0008	0,74
	GFZ	0,0022	-0,0022	$6,5 \times 10^{-6}$	0,0008	0,74
	CSR	0,0021	-0,0021	$6,2 \times 10^{-6}$	0,0008	0,73
	JPL	0,0022	-0,0022	$6,0 \times 10^{-6}$	0,0008	0,72

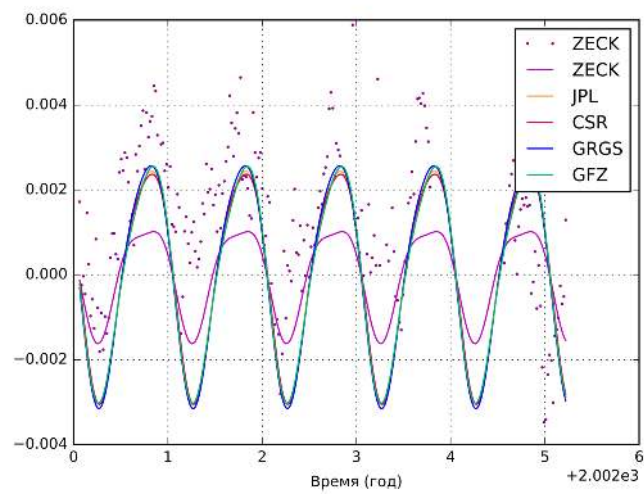
На графиках (рис. 3.20) представлены результаты сравнения изменения координат для пункта *ZECK*. В таблице 3.6 приведены статистические характеристики изменения координат для пункта *ZECK*.



(a)



(б)



(в)

Рис. 3.20. Изменение координат пункта ZECK под действием нагрузки с учетом движения геоцентра (a)  $\Delta U$ , (б)  $\Delta N$ , (в)  $\Delta E$

Таблица 3.6. Изменение координат пункта ZЕСК под действием нагрузки

Коорд	Тип	Макс.(м)	Мин.(м)	Среднее (м)	СКО (м)	Корр.
$\Delta U$	ГНСС	0,0056	-0,0067	$8,0 \times 10^{-6}$		
	GRGS	0,0059	-0,0066	$9,1 \times 10^{-6}$	0,0008	0,98
	GFZ	0,0041	-0,0050	$4,4 \times 10^{-6}$	0,0011	0,92
	CSR	0,0040	-0,0052	$2,8 \times 10^{-6}$	0,0011	0,95
	JPL	0,0031	-0,0048	$3,4 \times 10^{-6}$	0,0012	0,92
$\Delta N$	ГНСС	0,0016	-0,0017	$-4,7 \times 10^{-6}$		
	GRGS	0,0020	-0,0021	$-1,9 \times 10^{-6}$	0,0004	0,94
	GFZ	0,0019	-0,0018	$-1,6 \times 10^{-6}$	0,0004	0,94
	CSR	0,0021	-0,0019	$-1,3 \times 10^{-6}$	0,0004	0,92
	JPL	0,0019	-0,0019	$-1,3 \times 10^{-6}$	0,0004	0,93
$\Delta E$	ГНСС	0,0010	-0,0016	$-9,7 \times 10^{-6}$		
	GRGS	0,0025	-0,0031	$-1,9 \times 10^{-6}$	0,0008	0,98
	GFZ	0,0026	-0,0030	$-2,4 \times 10^{-6}$	0,0007	0,98
	CSR	0,0023	-0,0030	$-2,5 \times 10^{-6}$	0,0008	0,98
	JPL	0,0024	-0,0030	$-2,0 \times 10^{-6}$	0,0008	0,98

### 3.3. Выводы по главе 3

Выполненное в данном разделе работы экспериментальное исследование вопроса практической реализации разработанной комплексной методики позволило получить и сопоставить между собой количественные оценки временных вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала по данным моделей гравитационного поля Земли, полученных четырьмя ведущими мировыми научными центрами с использованием новых данных космической геодезии, а именно, данных миссии *GRACE* с периодичностью один месяц.

Статистический анализ полученных временных вариаций гармонических

коэффициентов геопотенциала показал, что от 60% до 90% оценок вековых и периодических вариаций коэффициентов геопотенциала оказались статистически значимыми. На основании этого можно сделать вывод, что заключение о величине вариаций следует строить из обобщения результатов, полученных по данным различных научных центров.

Комплексной оценкой изменения коэффициентов геопотенциала может служить вычисленное модельное изменение высоты геоида. Согласно полученным данным:

- скорость «векового» изменения высоты квазигеоида в целом по земному шару составляет от  $-0,0048$  до  $0,002$  метров в год;
- амплитуда периодического годового изменения высоты квазигеоида в целом по земному шару составляет от  $-0,01$  до  $0,012$  метров;
- амплитуда периодического полугодового изменения высоты квазигеоида в целом по земному шару составляет от  $-0,002$  до  $0,003$  метров.

По результатам экспериментального исследования применения методики учета изменения координат точек земной поверхности позволяет учитывать величину деформаций земной коры с относительной погрешностью не превышающей в среднем 20%.

## Заключение

В **итоге** выполнения настоящей диссертационной работы с целью расширения в методологическом отношении возможностей учета изменений во времени параметров гравитационного поля Земли и координат точек земной поверхности, вызываемых естественными сезонными процессами перераспределения масс, решены задачи разработки комплексной методики учета сезонных геодинамических эффектов с использованием данных о гравитационном поле Земли и проведено её экспериментальное исследование.

Разработанная комплексная методика включает:

- методику оценивания вариаций коэффициентов геопотенциала, которая позволяет учитывать изменение гравитационного поля Земли во времени. Предложен алгоритм реализации методики, с использованием которого возможно учитывать как линейные, так и периодические изменения параметров в виде поправок к гармоническим коэффициентам геопотенциала;
- методику учета изменения координат точек земной поверхности под действием нагрузочных деформаций земной коры, с использованием данных об изменении гравитационного поля Земли вызванного сезонным перераспределением масс на земной поверхности.

На основании результатов решения вышеуказанных задач сделаны следующие основные **выводы**:

- комплексная методика позволяет учитывать сезонные геодинамические явления, выражающиеся в изменении параметров гравитационного поля Земли и координат точек земной поверхности, обусловленные действием нагрузочного влияния поверхностных масс. Данная методика повышает достоверность, точность и полноту информации о гравитационном поле Земли и координатах точек земной поверхности в глобальном пространственном масштабе;

- применение методики вычисления временных вариаций коэффициентов геопотенциала позволило выявить ограничения, которые показывают пространственную чувствительность моделей в виде сферических гармоник геопотенциала полученных с использованием метода «спутник – спутник» в рамках космической миссии *GRACE*;
- разработанная методика учета изменения координат точек земной поверхности позволяет на основании информации об изменении параметров гравитационного поля Земли выполнять расчет величины деформации земной коры. По экспериментальным результатам применения, данная методика позволяет учитывать указанные изменения координат точек с относительной погрешностью, не превышающей в среднем 20%.

В диссертационной работе приведены **рекомендации** по использованию разработанной комплексной методики. Предложены алгоритмы, реализующие данную методику. Даны рекомендации по выбору и комбинированию данных о гравитационном поле Земли в виде сферических гармоник геопотенциала.

Обобщение основных положений и выводов позволило определить следующие **перспективные направления** развития исследований по тематике диссертационной работы:

- совершенствование методики с целью учета межсезонного изменения параметров гравитационного поля Земли;
- использование данных о гравитационном поле Земли, полученных в рамках реализации других космических проектов (спутниковая градиентометрия и др.);
- учет локальных особенностей строения земной коры при вычислении деформаций земной поверхности под действием нагрузочных эффектов.

## Список литературы

1. Витязев В. В. Анализ неравномерных временных рядов: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. – 68 с.
2. Витязев В. В. Спектрально-корреляционный анализ равномерных временных рядов: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. – 48 с.
3. Витязев В. В. Вейвлет-анализ временных рядов: Учеб. пособие. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2001. – 58 с.
4. Габсатаров Ю. В. Кинематика микроплит в северо-восточной Азии: дис. кандидата физико-математических наук: 25.00.10. – М., 2015. – 193 с.
5. Гусев И. В. Разработка методики учета эффектов от приливов в движении ИСЗ: дис. кандидата технических наук: 25.00.32. – М., 2013. – 197 с.
6. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: Физматлит, 2006. – 816 с.
7. Мазуров Б. Т., Дорогова И. Е. Геодинамика и геодезические методы ее изучения. Учебное пособие. – Новосибирск: СГГА, 2014. – 175 с.
8. Молоденский М. С. Современные задачи изучения фигуры Земли // Геодезия и картография. – 1958. № 7. С. 3-5.
9. Непоклонов В. Б. Компьютерные модели аномального гравитационного поля Земли // Изв. вузов. «Геодезия и аэрофотосъемка». – 1998. № 6. С. 104-106.
10. Непоклонов В. Б., Лидовская Е. А., **Спесивцев А. А.** Оценка качества моделей гравитационного поля Земли // Изв. вузов. «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2014. № 2. С. 24-32.
11. Пеллинен Л. П. Высшая геодезия (Теоретическая геодезия). – М.: Недра, 1978. – 264 с.
12. **Спесивцев А. А.**, Непоклонов В. Б. Создание цифровой модели современных движений земной коры на территорию России // Сборник статей по итогам научно-технических конференций // Приложение к журналу Известия

- стия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2013. – № 6. – Вып. 6. с. 15-20.
13. **Спесивцев А. А.** Изменения гравитационного поля земли, определенные по данным спутниковой миссии *GRACE* // Научная конференция молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН: Тезисы докладов и программа Конференции. ИФЗ РАН, Москва, 25-26 апреля 2016 г. / М.:ИФЗ РАН, 2016, С. 64.
  14. **Спесивцев А. А.** Исследование вариаций гравитационного поля Земли по данным космической геодезии // Геодезия и картография. – 2016. № 9. С. 5-9.
  15. Стеблов Г. М. Крупномасштабная геодинамика на основе космической геодезии: дис. доктора физико-математических наук: 25.00.10. – М., 2004. – 203 с.
  16. Торге В. Гравиметрия: Пер. с англ. – М., Мир, 1999. – 429 с., ил.
  17. Эбауэр К. В. Высокоточное определение динамических параметров Земли с использованием данных лазерной локации околоземных спутников: дис. кандидата физико-математических наук: 01.03.01. – М., 2015. – 145 с.
  18. Яшкин С. Н. Спутниковая градиентометрия и системы «спутник-спутник»: Учеб. пособие. – М.: Издательство МИИГАиК, 2009. – 112 с.
  19. Altamimi Z., Collilieux X. and Metivier L. ITRF combination: theoretical and practical considerations and lessons from ITRF2008 // Reference Frames for Applications in Geosciences. International Association of Geodesy Symposia. Vol. 138. Springer Berlin Heidelberg, 2013. pp. 7-12.
  20. Astronomisches Institut Universitat Bern [электронный ресурс]. [ftp://ftp.unibe.ch/aiub/GRAVITY/GEOCENTER/GEOC\\_SLR.GCC](ftp://ftp.unibe.ch/aiub/GRAVITY/GEOCENTER/GEOC_SLR.GCC) (дата обращения 22.03.2017).
  21. Atmospheric pressure Loading Service [электронный ресурс]. URL: [http://gemini.gsfc.nasa.gov/aplo/Load\\_Love2\\_CM.dat](http://gemini.gsfc.nasa.gov/aplo/Load_Love2_CM.dat) (дата обращения 16.03.2017).
  22. Blewitt G., Lavallee D., Clarke P. and Nurutdinov K. A New Global Mode of Earth Deformation: Seasonal Cycle Detected // Science, 2001. Vol. 294. pp. 2342-2345.

23. Blewitt G., Lavallee D. Effect of annual signals on geodetic velocity // Journal of Geophysical Research, 2002. Vol. 107, No. B7.
24. Blewitt G. Self-consistency in reference frames, geocenter definition, and surface loading of the solid Earth // Journal of Geophysical Research, 2003. Vol. 108, No. B2. p. 2103.
25. Blewitt G., Clarke P. Inversion of Earth's changing shape to weigh sea level in static equilibrium with surface mass redistribution // Journal of Geophysical Research, 2003. Vol. 108, No. B6. p. 2311.
26. Blewitt G. Fundamental ambiguity in the definition of vertical motion // Cahiers du Centre Europeen de Geodynamique et de Seismologie, 2004. Vol. 23. pp. 1-4.
27. Blewitt G., Kreemer C., Hammond W. C. and Gazeaux J. MIDAS robust trend estimator for accurate GPS station velocities without step detection // Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2016.
28. Blossfeld M., Seitz M., Angermann D. Non-linear station motions in epoch and multi-year reference frames // Journal of Geodesy, 2014. Vol. 88. No. 1. pp. 45-63.
29. Blossfeld M., Seitz M., Angermann D. Epoch Reference Frames as Short-Term Realizations of the ITRS – Datum stability versus sampling // IAG 150 years. International Association of Geodesy Symposia. Vol. 143. Springer, 2015. pp. 27-32.
30. Chen Q., van Dam T., Sneeuw N., Collilieux X., Weigelt M. and Reischung P. Singular spectrum analysis for modeling seasonal signals from GPS time series // Journal of Geodynamics, 2013. Vol. 72. pp. 25-35.
31. Cheng, M. K., J. C. Ries, and B. D. Tapley. Geocenter variations from analysis of SLR data // Reference Frames for Applications in Geosciences. International Association of Geodesy Symposia. Vol. 138. Springer Berlin Heidelberg, 2013. pp. 19-25.
32. Collilieux X., Altamimi Z. External Evaluation of the Origin and Scale of the International Terrestrial Reference Frame // Reference Frames for Applications

- in Geosciences. International Association of Geodesy Symposia, Vol. 138. Springer Berlin Heidelberg, 2013. pp. 27-31.
33. Darwin G. H. On variations in the vertical due to elasticity of the Earth's Surface // The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. Taylor & Francis, 1882. Vol. 14, No. 90. pp. 409-427.
  34. Davies P., Blewitt G. Methodology for global geodetic time series estimation: A new tool for geodynamics // Journal of Geophysical Research, 2000. Vol. 105. No. B5. pp. 11083-11100.
  35. Davis J. L., Elesegui P., Mitrovica J. X. and Tamisiea M. E. Climate-driven deformation of the solid Earth from GRACE and GPS // Geophysical Research Letters, 2004. Vol. 31, No. L24605.
  36. Davis J. L., Tamisiea M. E., Elsegui P., Mitrovica J. X. and Hill E. M. A statistical filtering approach for Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) gravity data // Journal of Geophysical Research, 2008. Vol. 113, No. 04410.
  37. Davis J. L., Wernicke B. p. and Tamisiea M. E. On seasonal signals in geodetic time series // Journal of Geophysical Research, 2012. Vol. 117, No. 01403.
  38. DeMets C., Gordon R. G., Argus D. F. and Stein S. Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimates of current plate motions // Geophysical Research Letters, 1994. Vol. 21. No. 20. pp. 2191-2194.
  39. Desai S. D. Observing the pole tide with satellite altimetry // J. Geophys. Res., 2002. Vol. 107. No. C11. P. 3186.
  40. Dill R., Klemann V., Martinec Z. and Tesauro M. Applying local Green's functions to study the influence of the crustal structure on hydrological loading displacements // Journal of Geodynamics, 2015. Vol. 88. pp. 14-22.
  41. Drewes H., Meisel B. The Kinematic Reference Frame for ITRF // Proceedings IERS Workshop, Potsdam, 2005.
  42. Drewes H. The actual plate kinematic and crustal deformation model APKIM2005 as basis for a non-rotating ITRF // Geodetic Reference Frames.

- International Association of Geodesy Symposia, Vol. 134. Springer Berlin Heidelberg, 2009. pp. 95-99.
43. Drewes H., Angermann D., and Seitz M. Alternative Definitions of the Terrestrial Reference System and its Realization in Reference Frames // Reference Frames for Applications in Geosciences. International Association of Geodesy Symposia, Vol. 138. Springer Berlin Heidelberg, 2013. pp. 39-44.
  44. Dziewonski A. M., Anderson D. L. Preliminary reference Earth model // Physics of the earth and planetary interiors, 1981. Vol. 25. № 4. pp. 297-356.
  45. Doll P., Fritsche M., Eicker A. and Schmied H. M. Seasonal water storage variations as impacted by water abstractions: comparing the output of a global hydrological model with GRACE and GPS observations // Surv. Geophys., 2014.
  46. EOST Loading Service [электронный ресурс]. URL: <http://loading.u-strasbg.fr> (дата обращения 17.02.2017).
  47. Farrell W.E. Deformation of the earth by surface loads // Reviews of Geophysics and Space Physics, 1972. Vol. 10. No. 3. pp. 761-797.
  48. Fritsche M., Dietrich R., Rulke A., Rothacher M. and Steigenberger P. Low-degree earth deformation from reprocessed GPS observations // GPS Solution, 2010. Vol. 14. pp. 165-175.
  49. Fritsche M., Doll P. and Dietrich R. Global-scale validation of model-based load deformation of the Earth's crust from continental watermass and atmospheric pressure variations using GPS // Journal of Geodynamics, 2012. Vol. 59-60. pp. 133-142.
  50. Fritsche M., Sosnica K., Rodriguez-Solano C. J., Steigenberger P., Wang K., Dietrich R., Dach R., Hugentobler U. and Rothacher M. Homogeneous reprocessing of GPS, GLONASS and SLR observations // Journal of Geodesy, 2014. Vol. 88. pp. 625-642.
  51. GGOS Atmosphere [электронный ресурс]. URL: <http://ggosatm.hg.tuwien.ac.at> (дата обращения 16.02.2017).

52. GRACE: Gravity Recovery and Climate Experiment URL: <http://www2.csr.utexas.edu/grace/> (дата обращения 17.02.2017).
53. Hill E. M., Davis J. L., Tamisiea M. E. and Lidberg M. Combination of geodetic observations and models for glacial isostatic adjustment fields in Fennoscandia // Journal of Geophysical Research, 2010. Vol. 115, No. B07403.
54. Hirt C., Burki B., Somieski A., Seeber G. (2010) Modern Determination of vertical deflections using digital zenith cameras // Journal Surveying Engineering, 2010. Vol. 136. No. 1. pp. 1-12.
55. Horwath M., Rulke A., Fritsche M., and Dietrich R. Mass Variation Signals in GRACE Products and in Crustal Deformations from GPS: A Comparison // System Earth via Geodetic-Geophysical Space Techniques. Advanced Technologies in Earth Sciences, 2010. pp. 399-406.
56. International Center for Global Earth Models (ICGEM) [электронный ресурс]. URL: <http://icgem.gfz-potsdam.de/> (дата обращения 16.02.2017).
57. Ilk K. H., Flury J., Rummel R., Schwintzer P., Bosch W., Haas C., Schroter J., Stammer D., Zahel W., Miller H., Dietrich R., Huybrechts P., Schmeling H., Wolf D., Gotze H. J., Riegger J., Bardossy A., Guntner A., Gruber T. Mass transport and mass distribution in the Earth system. Contribution of the new generation of satellite gravity and altimetry missions to geosciences. Potsdam: Technische Universitat Munchen and GeoForschungsZentrum, 2004. 160 p.
58. Jansen M. J. F., Kusche J., Schrama E. J. O. Low-degree load harmonic coefficients from combining GRACE, GPS time series and a-priori dynamics // Proceedings International Association of Geodesy Symposium, 2006.
59. Jin S., Zhang L., Feng G. Earth's surface fluid variations and deformations from GPS and GRACE in global warming // Proceeding of Geoinformatics, IEEE Geoscience and Remote Sensing Society (GRSS). Shanghai, China, 2011.
60. Jin S., van Dam T. and Wdowinski S. Observing and understanding the Earth system variations from space geodesy // Journal of Geodynamics, 2013. Vol. 72. pp. 1-10.

61. King M. A., Altamimi Z., Boehm J., Bos M., Dach R., Elosegui P., Fund F., Hernandez-Pajares M., Lavallee D., Cerveria P.J. and Penna N. Improved constraints on models of glacial isostatic adjustment: a review of the contribution of ground-based geodetic observations // *Surveys in geophysics*, 2010. Vol. 31, No. 5. pp. 465-507.
62. Kusche J. E., Schrama E. J. Surface mass redistribution inversion from global GPS deformation and Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) gravity data // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2005. Vol. 110, No. B09409.
63. Lyard F., Lefevre F., Letellier T. and Francis O., Modelling the global ocean tides: insights from FES2004 // *Ocean Dynamics*, 2006. Vol. 56. pp. 394-415.
64. Lehmann R. Detection of a sinusoidal oscillation of unknown frequency in a time series – a geodetic approach // *Journal of Geodetic Science*, 2014. Vol. 4, No. 1. pp. 136-149.
65. Liu R., Li J., Fok H. S., Shum C. K. and Li Z. Earth surface deformation in the north China plain detected by joint analysis of GRACE and GPS data // *Sensors*, 2014. Vol. 14, No. 10. pp. 19861-19876.
66. Longman I. M. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads: 2. Theory // *Journal of Geophysical Research*, 1962. Vol. 67, No. 2. pp. 845-850.
67. Longman I. M. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads: 2. Computations and numerical results // *Journal of Geophysical Research*, 1963. Vol. 68, No. 2. pp. 485-496.
68. Longman I. M. Computation of Love Numbers and Load Deformation Coefficients for a Model Earth // *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 1966. Vol. 11, No. 1. pp. 133-137.
69. Love A. E. Some problems of geodynamics. Cambridge University Press, London, 1911. pp. 180.
70. Pagiatakis S. D. The response of a realistic Earth to ocean tide loading //

- Geophysical Journal International, 1990. Vol. 103, No. 2. pp. 541-560.
71. Petit G., Luzum B. (eds.) IERS Conventions 2010. – Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. – pp. 180.
  72. Plank L., Spicakova H., Bohm J., Nilsson T., Pany A. and Schuh H. Systematic Errors of a VLBI Determined TRF Investigated by Simulations // Reference Frames for Applications in Geosciences. International Association of Geodesy Symposia, Vol. 138. Springer Berlin Heidelberg, 2013. pp. 197-202.
  73. Petrov L., Ma C. Study of harmonic site position variations determined by very long baseline interferometry // Journal of Geophysical Research, 2003. Vol. 108, No. B42190.
  74. Petrov L., Boy J. P. Study of the atmospheric pressure loading signal in VLBI observations // Journal of Geophysical Research, 2004. Vol. 109, No. B03405.
  75. Petrov L. The international mass loading service // International Association of Geodesy Symposia. Springer Berlin Heidelberg, 2015. pp. 1-5.
  76. Plag H.P., van Dam T. Solid Earth deformation and gravity changes due to surface loading: Status and scientific problems // IERS Workshop on Combination Research and Global Geophysical Fluids, Munich 2002.
  77. Plag H. P., Pearlman M. Global geodetic observing system: Meeting the requirements of a global society on a changing planet in 2020. Berlin: Springer Science & Business Media, 2009. pp. 367.
  78. Purcell A., Dehecq A., Tregoning P., Potter E. K., McClusky S. C. and Lambeck K. Relationship between glacial isostatic adjustment and gravity perturbations observed by GRACE // Geophys. Res. Lett., 2011. Vol. 38, No. L18305.
  79. Rangelova E., Sideris M. G. Contributions of terrestrial and GRACE data to the study of the secular geoid changes in North America // Journal of Geodynamics, 2008. Vol. 46, No. 3. pp. 131-143.
  80. Rebischung P., Garayt B. Recent results from the IGS terrestrial frame combinations // Reference Frames for Applications in Geosciences. International

- Association of Geodesy Symposia, Vol. 138. Springer Berlin Heidelberg, 2013. pp. 69-74.
81. Rietbroek R., Fritsche M., Dahle C., Brunnabend S. E., Behnisch M., Kusche J., Flechtner F., Schroter J., Dietrich R. Can GPS-Derived Surface Loading Bridge a GRACE Mission Gap? // *Surveys in Geophysics*, 2014. Vol. 35, No. 6. pp. 1267-1283.
  82. Roggenbuck O., Thaller D., Engelhardt G., Franke S., Dach R. and Steigenberger P. Loading-induced deformation due to atmosphere, ocean and hydrology: model comparisons and the impact on global SLR, VLBI and GNSS solutions // *International Association of Geodesy Symposia*, Vol. 146. Springer Berlin Heidelberg, 2015. pp.1-7.
  83. Sciarretta C., Luceri V. and Bianco G. Small Trends and Oscillations in the 25 Year ILRS Translations and Scale Time Series // *Reference Frames for Applications in Geosciences. International Association of Geodesy Symposia*, Vol. 138. Springer Berlin Heidelberg, 2013. pp. 81-86.
  84. Seeber G. *Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications*. – Berlin, New York: Walter de Gmyter, 2003. – pp. 593.
  85. Sosnica K., Jaggi A., Thaller D., Dach R. and Beutler G. Contribution of Starlette, Stella, and AJISAI to the SLR-derived global reference frame // *Journal of Geodesy*, 2014. Vol. 88, No. 8. pp. 789-804.
  86. Sosnica K., Jaggi A., Meyer U., Thaller D., Beutler G., Arnold D. and Dach R. Time variable Earth's gravity field from SLR satellites // *Journal of Geodesy*, 2015. Vol. 89, No. 10. pp. 945-960.
  87. Steffen H., Denker H., and Muller J. Glacial isostatic adjustment in Fennoscandia from GRACE data and comparison with geodynamical models // *Journal of Geodynamics*, 2008. Vol. 46. pp. 155-164.
  88. Tapley B. D., Bettadpur S., Watkins M. and Reigber C. The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results // *Geophysical Research Letters*, 2004. Vol. 31, No. L09607.

89. Tapley B. D., Bettadpur S., Ries J. C., Thompson P. F. and Watkins M. M. GRACE measurements of mass variability in the Earth system // *Science*, 2004. Vol. 305. pp. 503-505.
90. Tesmer V., Steigenberger P., van Dam T. and Mayer-Gurr T. Vertical deformations from homogeneously processed GRACE and global GPS long-term series // *Journal of Geodesy*, 2011. Vol. 85, No. 5. pp. 291-310.
91. Tregoning P., van Dam T. Atmospheric pressure loading corrections applied to GPS data at the observation level // *Geophysical Research Letters*, 2005. Vol. 32, No. L22310.
92. Tregoning P., Ramillien G., McQueen R. and Zwartz D. Glacial isostatic adjustment and nonstationary signals observed by GRACE // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2009. Vol. 114, No. B6406.
93. Van Camp M., Williams S. D. P. and Francis O. Uncertainty of absolute gravity measurements // *J. Geophys. Res.*, 2005. Vol. 110, No. B05406.
94. Van Camp M., de Viron O., Scherneck H.-G., Hinzen K.-G., Williams S. D. P., Lecocq T., Quinif Y. and Camelbeeck T. Repeated absolute gravity measurements for monitoring slow intraplate vertical deformation in western Europe // *J. Geophys. Res.*, 2011. Vol. 116, No. B08402.
95. van Dam T. M., Wahr J. M. Displacements of the Earth's surface due to atmospheric loading: Effects on gravity and baseline measurements // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1987. Vol. 92, No. B2. pp. 1281-1286.
96. van Dam T. M., Blewitt G. and Heflin M. B. Atmospheric pressure loading effects on Global Positioning System coordinate determinations // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1994. Vol. 99, No. B12. pp. 23939-23950.
97. van Dam T. M., Herring T. A. Detection of atmospheric pressure loading using very long baseline interferometry measurements // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1994. Vol. 99, No. B3. pp. 4505-4517.
98. van Dam T. M., Wahr J. M. and Lavallee D. A comparison of annual vertical crustal displacements from GPS and Gravity Recovery and Climate Experiment

- (GRACE) over Europe // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2007. Vol. 112, No. B03404.
99. van der Wal W., Wu P., Sideris M. G. and Shum C. K. Use of GRACE determined secular gravity rates for glacial isostatic adjustment studies in North-America // *Journal of Geodynamics*, 2008. Vol. 46, No. 3. pp. 144-154.
  100. Velicogna I., Wahr J. Greenland mass balance from GRACE // *Geophysical Research Letters*, 2005. Vol. 32, No. L18505.
  101. Wahr J., Swenson S., Zlotnicki V. and Velicogna I. Time-variable gravity from GRACE: First results // *Geophysical Research Letters*, 2004. Vol. 31, No. L11501.
  102. Wang H., Xiang L., Jia L., Jiang L., Wang Z., Hu B., Gao P. Load Love numbers and Green's functions for elastic Earth models PREM, iasp91, ak135, and modified models with refined crustal structure from Crust 2.0 // *Computers & Geosciences*, 2012. Vol. 49. pp. 190-199.
  103. Zerbini S., Richter B., Negusini M., Romagnoli C., Simon D., Domenichini F. and Schwahn W. Height and gravity variations by continuous GPS, gravity and environmental parameter observations in the southern Po Plain, near Bologna, Italy // *Earth and Planetary Science Letters*, 2001. Vol. 192, No. 3. pp. 267-279.
  104. Zhang T.Y., Jin S. G. Estimate of glacial isostatic adjustment uplift rate in the Tibetan Plateau from GRACE and GIA models // *Journal of Geodynamics*, 2013. Vol. 72. pp. 59-66.

## Приложение А

### Оценивание параметров вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала по данным *GFZ*

В анализе использовались модели гравитационного поля Земли в виде сферических гармоник геопотенциала, построенные по данным миссии *GRACE* за период с апреля 2002 по март 2016 года. Использовались коэффициенты до степени/порядка 90/90.

В соответствии с методикой были построены временные ряды значений гармонических коэффициентов геопотенциала (для примера на рис. А.1 приведены графики временных рядов коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

Из сравнения графиков временных рядов коэффициента  $\bar{C}_{30}$ , построенных по данным научных центров *GRGS* и *GFZ* (рис. 3.1 и А.1) можно заметить, что значения данных *GFZ* имеют большую шумовую составляющую.

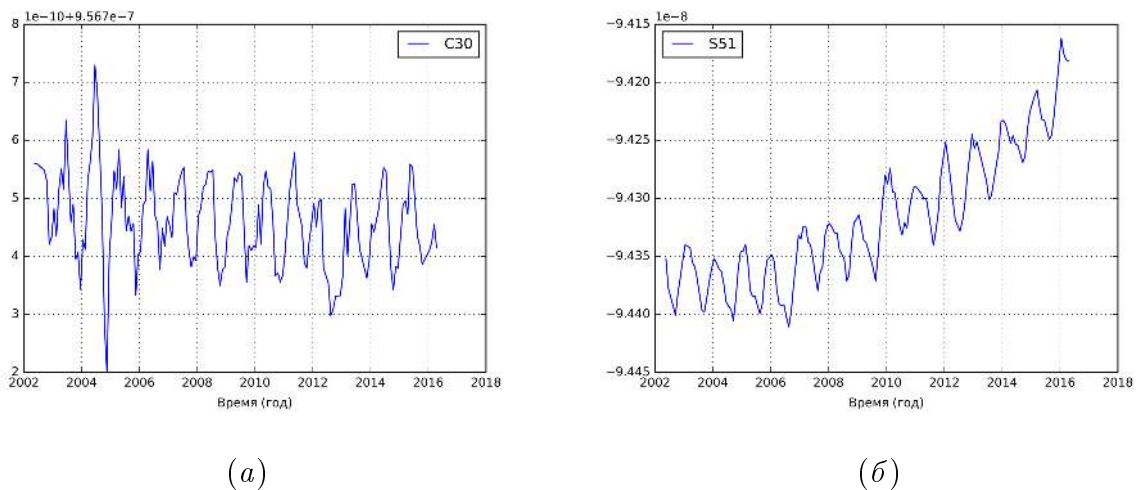


Рис. А.1. Зависимость изменения значения коэффициента от времени: (а)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

Выполнен расчет значений периодограммы, оценены пороговые значения периодограммы «сигнал – шум» (на графиках отмечены красной пунктирной линией) и в соответствии с этим выбраны значимые спектральные линии (для примера на рис. А.2 представлены графики периодограмм коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

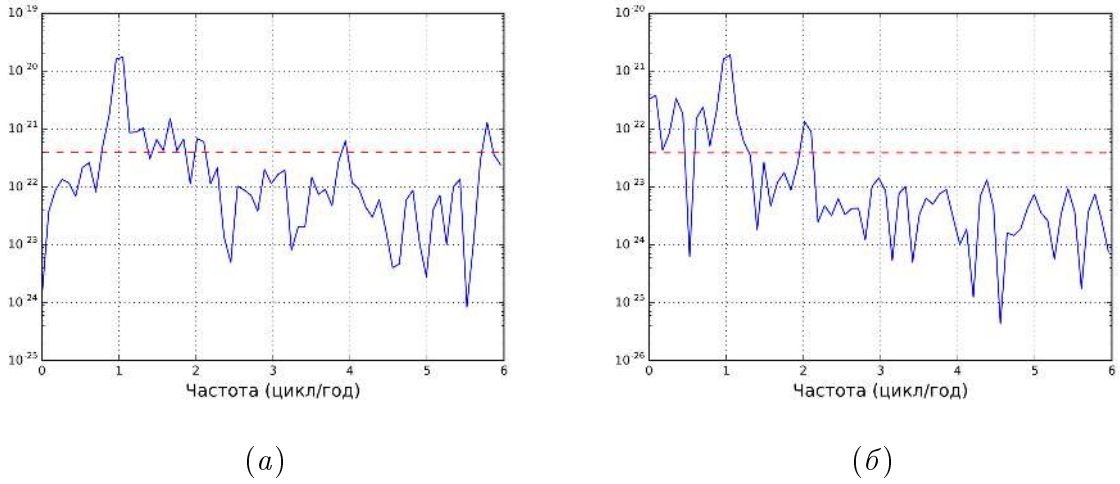


Рис. А.2. Периодограмма значений гармонического коэффициента: (а)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

Как видно из графиков гистограмм распределения отсчетов периодограммы (рис. А.3), наиболее ярко выражено присутствие периодической составляющей с периодом равными 1,0 году и долгопериодической компоненты. Однако, компонента с периодом 0,5 года также обнаруживается в рядах значений периодограммы на уровне, превосходящем пороговое значение.

Таким образом, модель уравнения регрессии и вектор определяемых параметров примут вид, аналогичный выражениям (3.1) и (3.2).

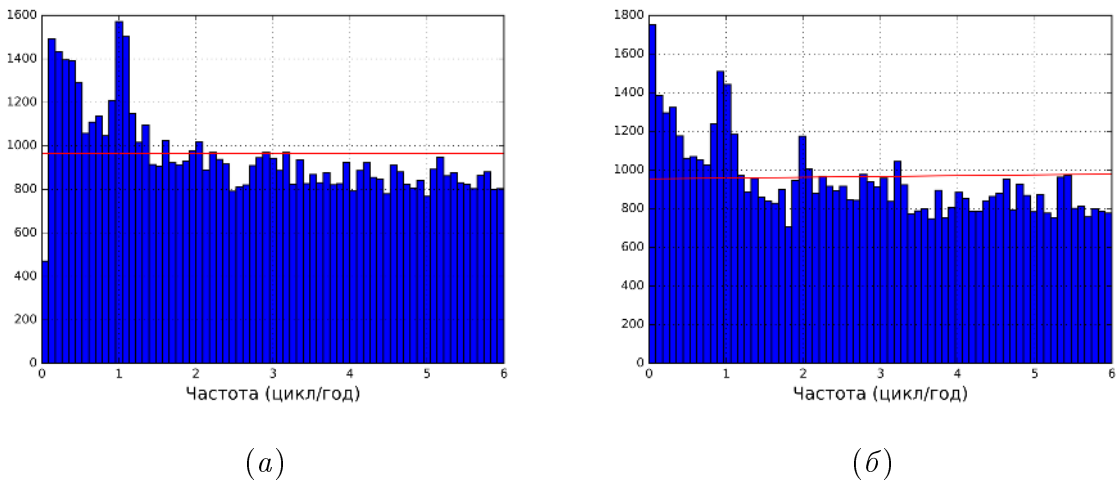


Рис. А.3. Гистограмма распределения отсчетов периодограммы коэффициентов (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

Вычисленные в соответствии с пунктом 2.2.3, регрессионные параметры подвергались проверке статистической значимости с использованием критериев

Фишера и Стьюдента. Результаты тестирования в графическом виде приведены на рис. А.4. Из анализа графиков видно, что данное тестирование наиболее успешно прошли гармонические коэффициенты до степени/порядка 40/40. Пространственное разрешение, которое достигается с использованием коэффициентов степени/порядка 40/40 приблизительно составляет 450 километров, что соответствует региональному масштабу явления.

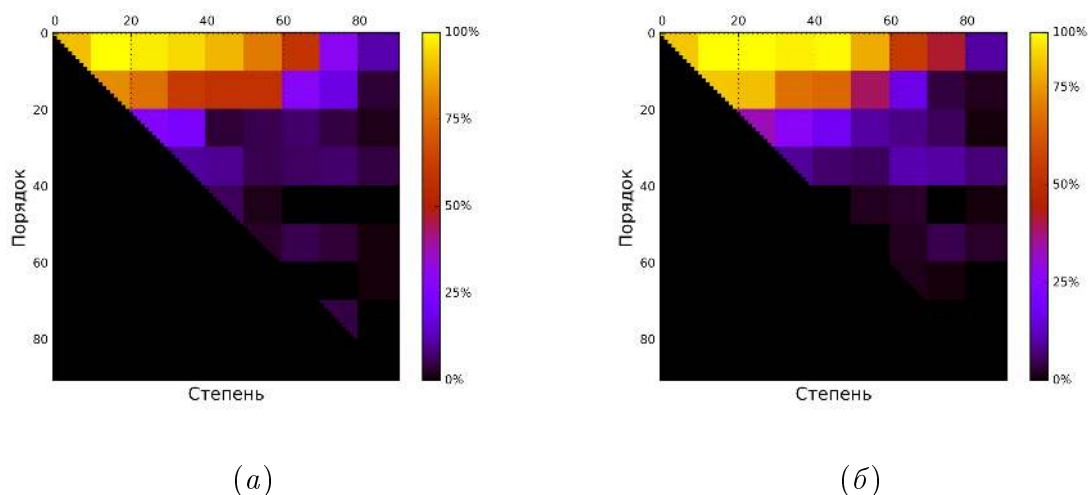


Рис. А.4. Результаты проверки статистической значимости регрессионных параметров гармонических коэффициентов (с использованием критерия Фишера) (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

При вычислении карт «векового» и периодических изменений высоты квазигеоида использовались только те регрессионные параметры, которые прошли статистическое тестирование.

### «Вековое» изменение высоты квазигеоида

На рис. А.5 представлена карта «векового» изменения высоты квазигеоида. В целом, локализация проявления эффекта имеет схожий характер с данными, изображенными на рис. А.5, а в таблице А.1 представлены основные описательные статистики.

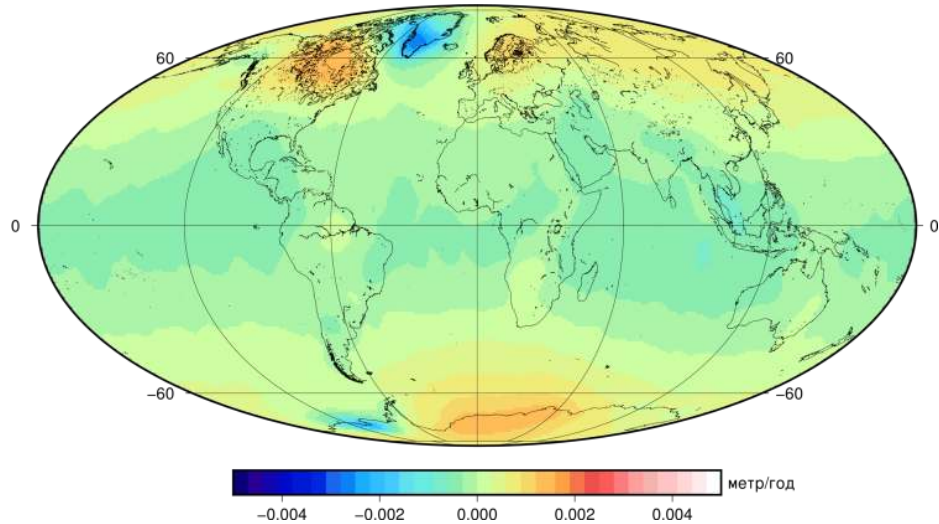


Рис. А.5. Величина «векового» изменения высоты квазигеоида – параметр  $K'$

### Периодические изменения высоты квазигеоида

На рис. А.6, А.7, А.8 и А.9 представлены вычисленные амплитуды периодических изменений высоты квазигеоида (синфазные и квадратурные составляющие с периодом равным 1 году и 0,5 года). В таблице А.1 приведены основные описательные статистики.

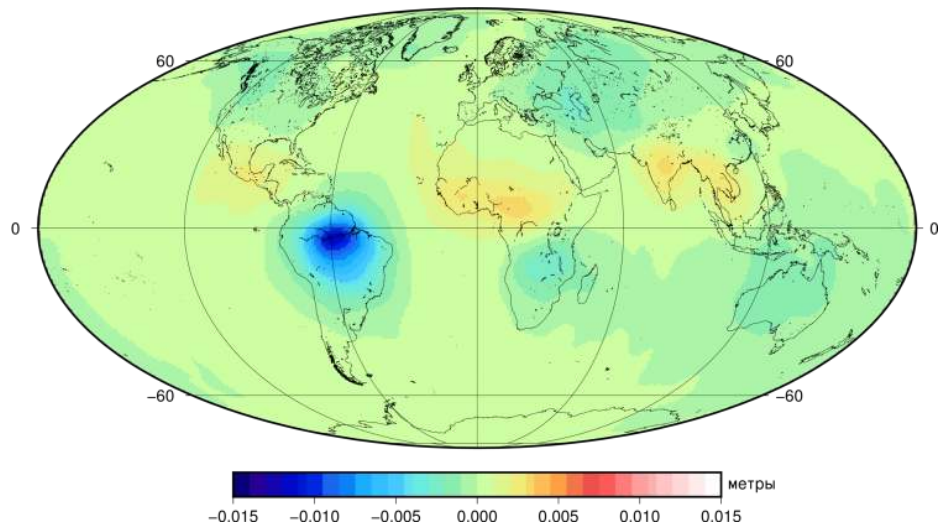


Рис. А.6. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 1}$ )

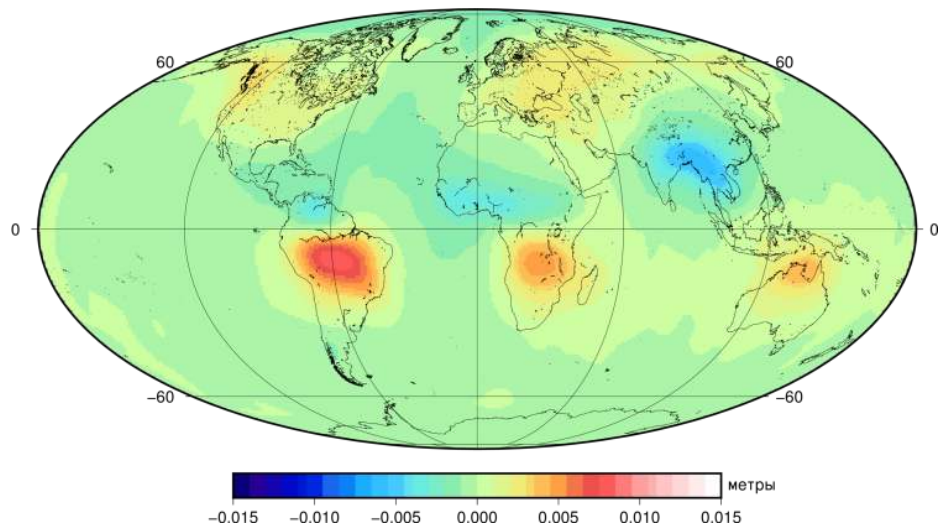


Рис. А.7. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 1}$ )

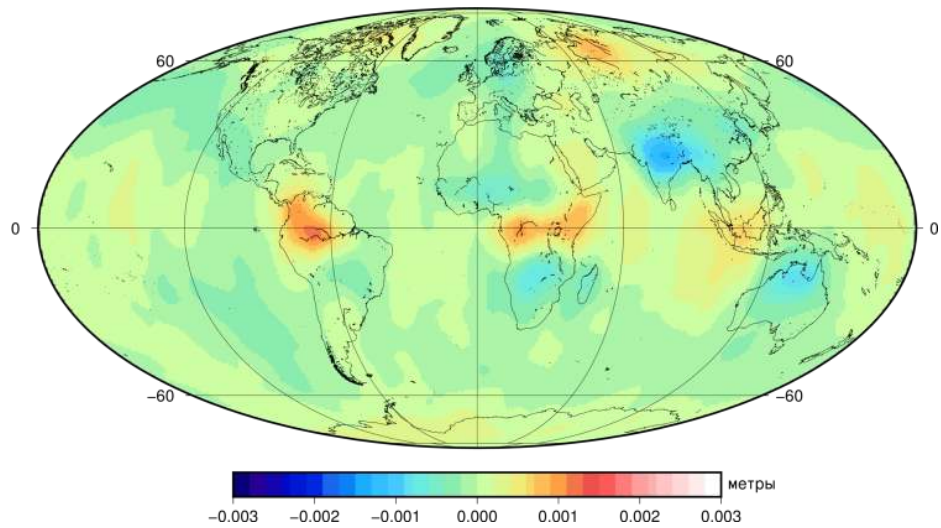


Рис. А.8. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 1}$ )

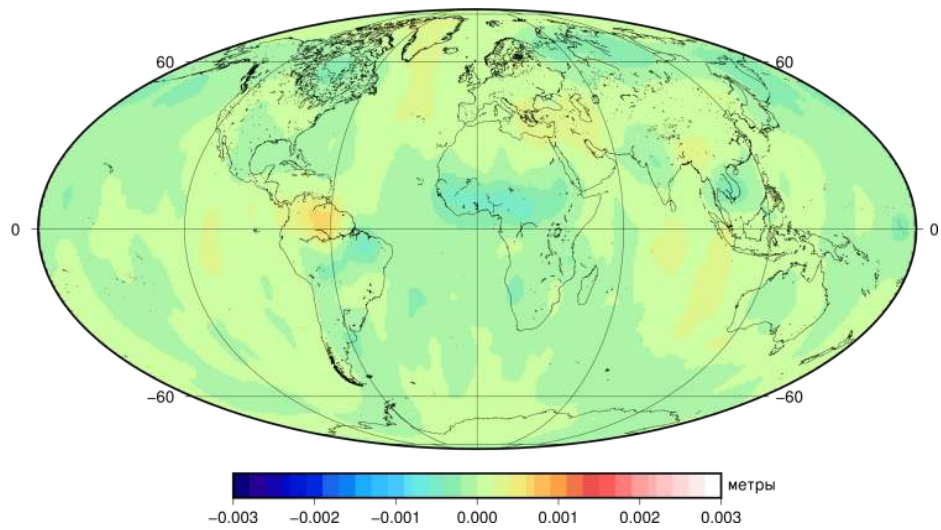


Рис. А.9. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 1}$ )

Таблица А.1. Статистические характеристики изменения высоты квазигеоида, определенные по данным *GFZ*

Параметр	Статистика	Значение (м/год)	Примечание
$K'$	Макс.	0,00187	в точке $-69,5^\circ N; 44,5^\circ E$
	Мин.	-0,00434	в точке $-75,5^\circ N; 254,5^\circ E$
	Среднее	-0,00014	
	СКО	0,00056	
$K^{\cos_1}$	Макс.	0,00418	в точке $7,5^\circ N; 14,5^\circ E$
	Мин.	-0,01415	в точке $-3,5^\circ N; 302,5^\circ E$
	Среднее	$1,2 \times 10^{-5}$	
	СКО	0,00106	
$K^{\sin_1}$	Макс.	0,00881	в точке $-8,5^\circ N; 301,5^\circ E$
	Мин.	-0,00681	в точке $25,5^\circ N; 91,5^\circ E$
	Среднее	-0,00012	
	СКО	0,00127	
$K^{\cos_2}$	Макс.	0,00141	в точке $-3,5^\circ N; 292,5^\circ E$
	Мин.	-0,00159	в точке $22,5^\circ N; 82,5^\circ E$
	Среднее	$2,5 \times 10^{-5}$	
	СКО	0,00025	
$K^{\sin_2}$	Макс.	0,00146	в точке $-33,5^\circ N; 98,5^\circ E$
	Мин.	-0,00143	в точке $34,5^\circ N; 210,5^\circ E$
	Среднее	$4,7 \times 10^{-6}$	
	СКО	0,00028	

## Приложение Б

### Оценивание параметров вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала по данным *CSR*

В анализе использовались модели гравитационного поля Земли в виде сферических гармоник геопотенциала, построенные на основе ежемесячных данных миссии *GRACE* за период с апреля 2002 по март 2016 года. Использовались коэффициенты до степени/порядка 96/96.

В соответствии с методикой, описанной в разделе 2.2, были построены временные ряды значений гармонических коэффициентов геопотенциала (для примера на рис. Б.1 приведены графики временных рядов коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

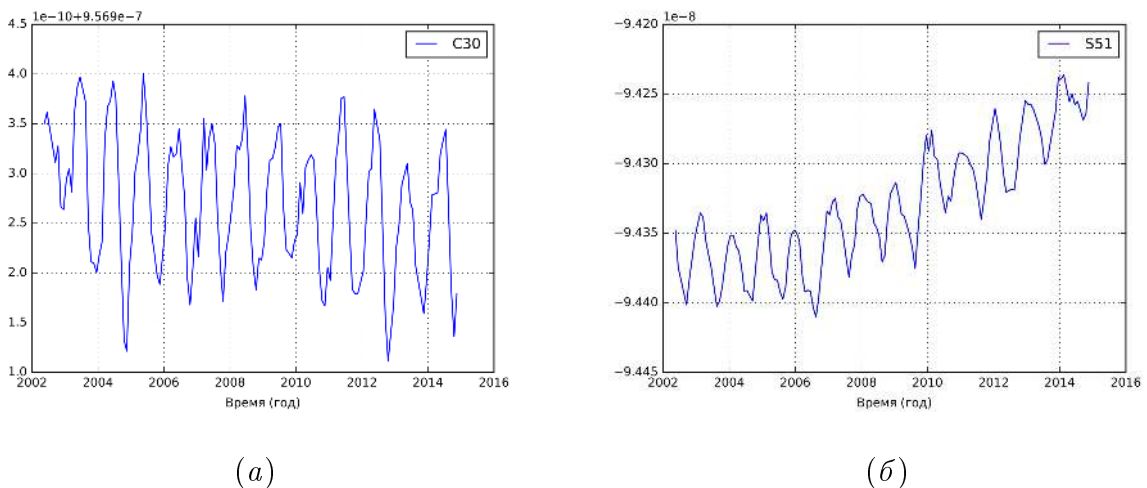


Рис. Б.1. Зависимость изменения значения коэффициента от времени: (a)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

Выполнен расчет значений периодограммы, оценены пороговые значения периодограммы «сигнал – шум» (на графиках отмечены красной пунктирной линией) и в соответствии с этим выбраны значимые спектральные линии (для примера на рис. Б.2 представлены графики периодограмм коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

Как видно из графиков гистограмм распределения отсчетов периодограммы (рис. Б.3), наиболее ярко выражено присутствие периодической составляю-

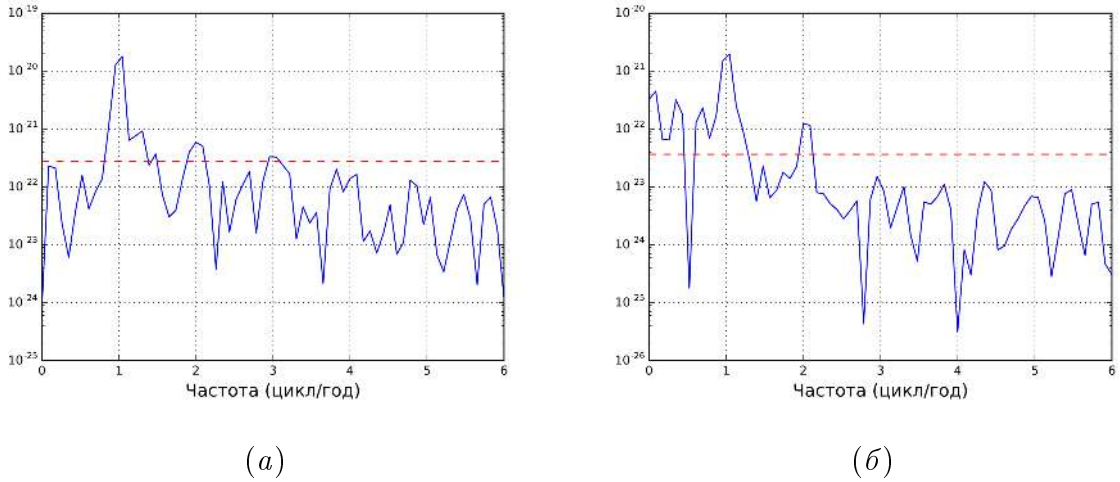


Рис. Б.2. Периодограмма значений гармонического коэффициента: (а)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

щей с периодом равными 1,0 году и долгопериодической компоненты. Однако, компонента с периодом 0,5 года также обнаруживается в рядах значений периодограммы на уровне, превосходящем пороговое значение.

Таким образом, модель уравнения регрессии и вектор определяемых параметров примут вид, аналогичный выражениям (3.1) и (3.2).

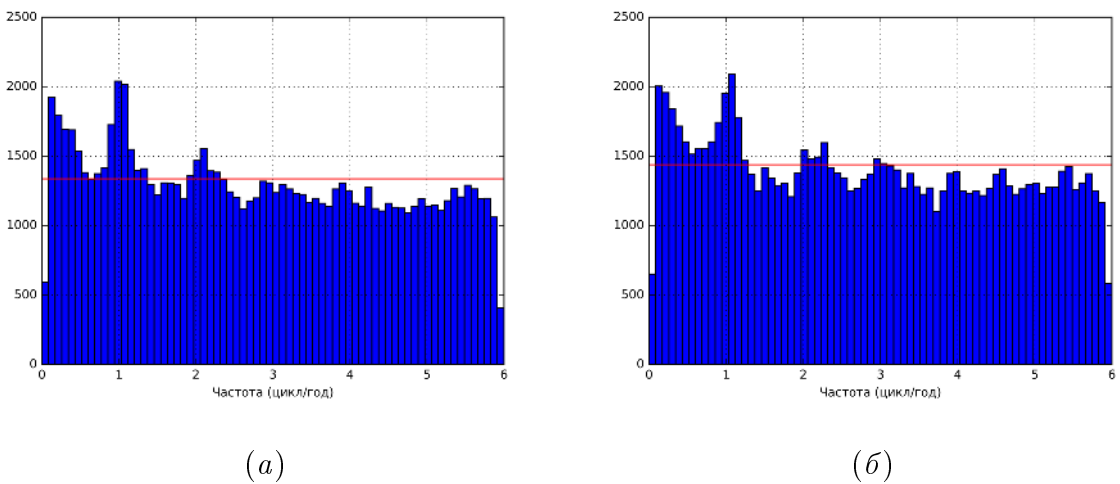


Рис. Б.3. Гистограмма распределения отсчетов периодограммы коэффициентов (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

Вычисленные в соответствии с пунктом 2.2.3, регрессионные параметры подвергались проверке статистической значимости с использованием критериев Фишера и Стьюдента. Результаты тестирования в графическом виде приведены на рис. Б.4. Из анализа графиков видно, что данное тестирование наиболее

успешно прошли гармонические коэффициенты до степени/порядка 40/40. Пространственное разрешение, которое достигается с использованием коэффициентов степени/порядка 40/40 приблизительно составляет 450 километров, что соответствует региональному масштабу явления.

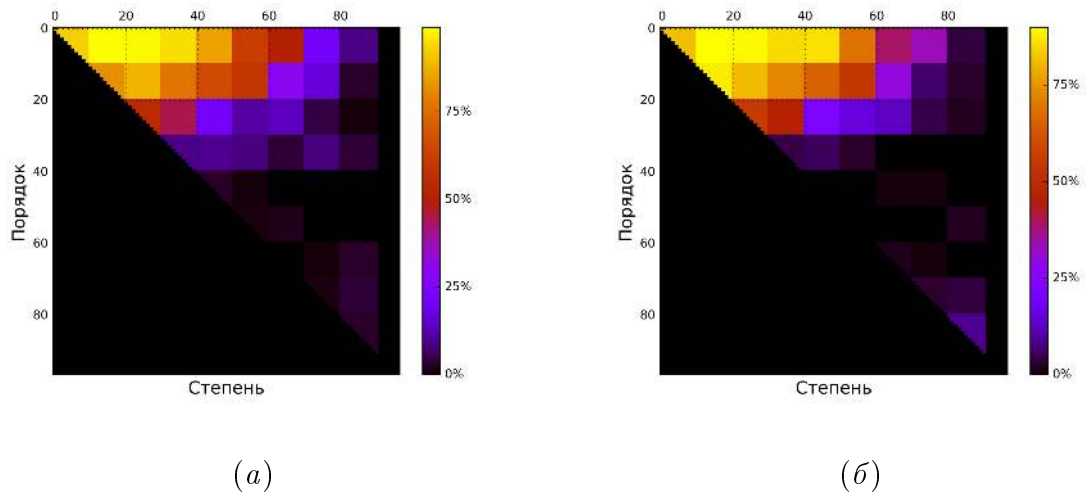


Рис. Б.4. Результаты проверки статистической значимости регрессионных параметров гармонических коэффициентов (с использованием критерия Фишера) (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

При вычислении карт «векового» и периодических изменений высоты квазигеоида использовались только те регрессионные параметры, которые прошли статистическое тестирование.

### «Вековое» изменение высоты квазигеоида

На рис. Б.5 представлена карта «векового» изменения высоты квазигеоида. В целом, локализация проявления эффекта имеет схожий характер с данными, изображенными на рис. Б.5, а в таблице Б.1 представлены основные описательные статистики.

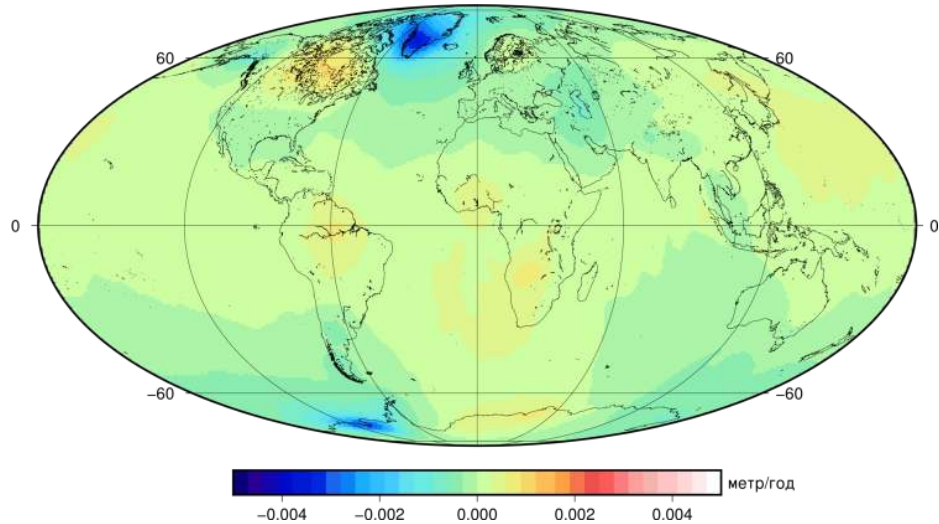


Рис. Б.5. Величина «векового» изменения высоты квазигеоида – параметр  $K'$

### Периодические изменения высоты квазигеоида

На рис. Б.6, Б.7, Б.8 и Б.9 представлены вычисленные амплитуды периодических изменений высоты квазигеоида (синфазные и квадратурные составляющие с периодом равным 1 году и 0,5 года). В таблице Б.1 приведены основные описательные статистики.

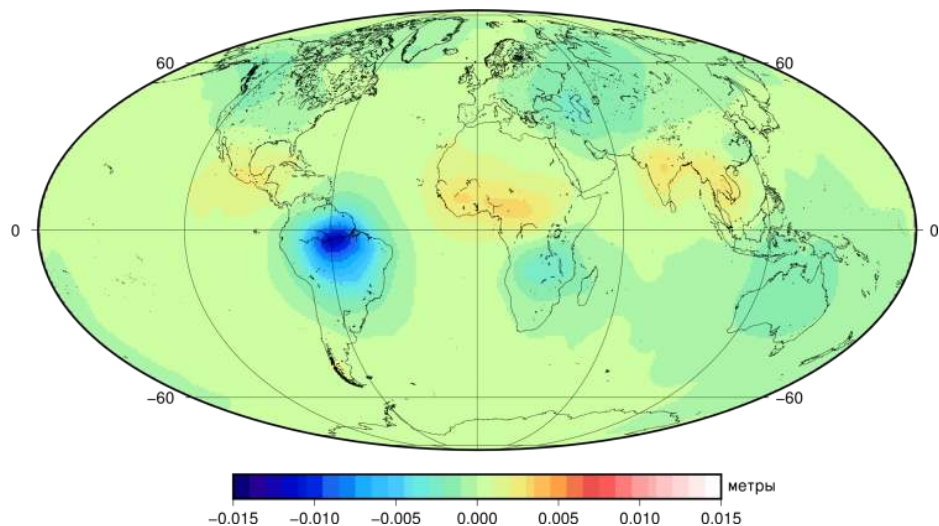


Рис. Б.6. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 1}$ )

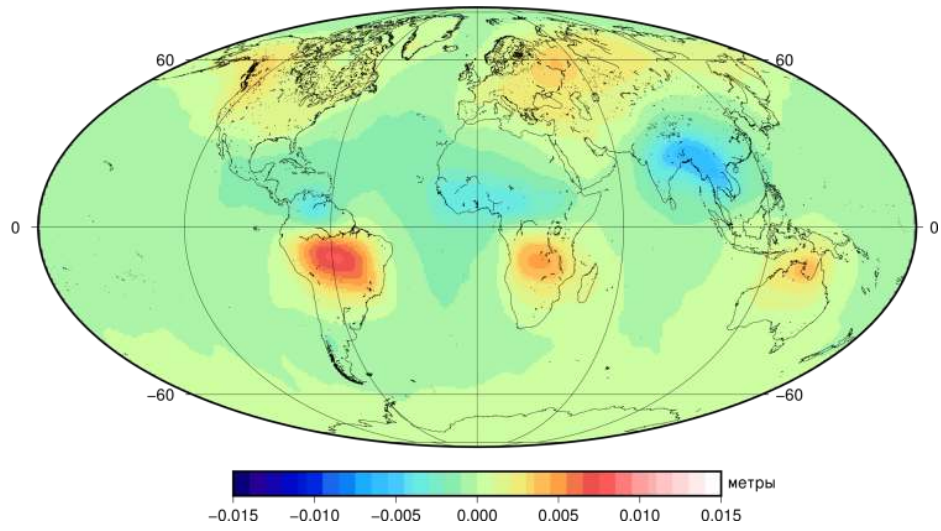


Рис. Б.7. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 1}$ )

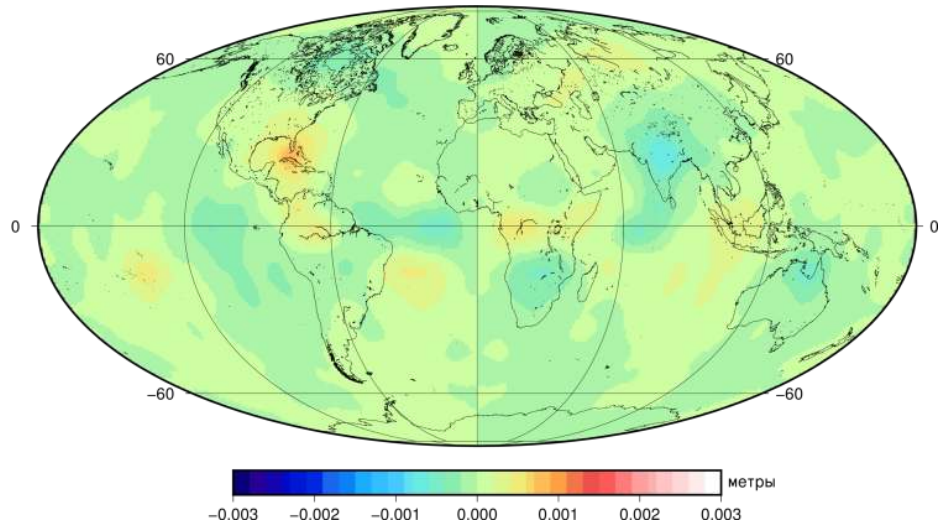


Рис. Б.8. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 1}$ )

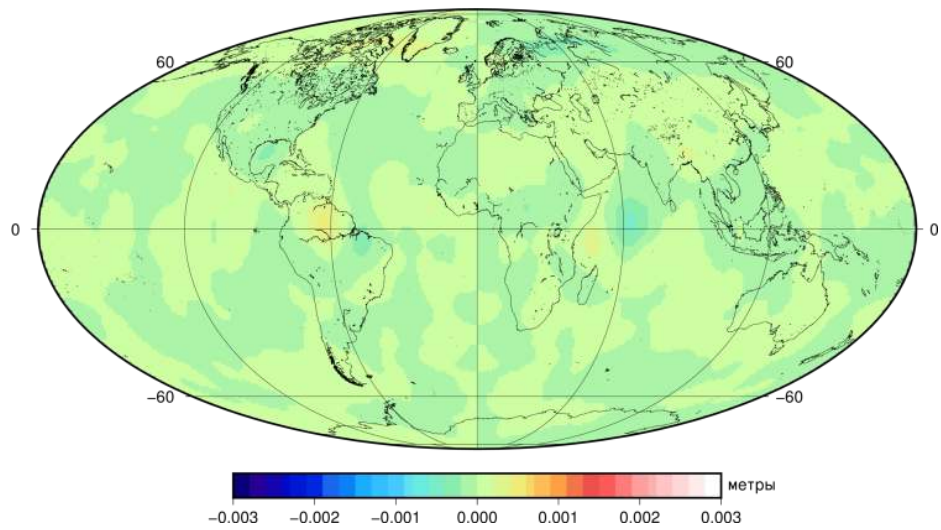


Рис. Б.9. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 1}$ )

Таблица Б.1. Статистические характеристики изменения высоты квазигеоида, определенные по данным *GFZ*

Параметр	Статистика	Значение (м/год)	Примечание
$K'$	Макс.	0,00187	в точке $-69,5^\circ N; 44,5^\circ E$
	Мин.	-0,00434	в точке $-75,5^\circ N; 254,5^\circ E$
	Среднее	-0,00014	
	СКО	0,00056	
$K^{\cos_1}$	Макс.	0,00418	в точке $7,5^\circ N; 14,5^\circ E$
	Мин.	-0,01415	в точке $-3,5^\circ N; 302,5^\circ E$
	Среднее	$1,2 \times 10^{-5}$	
	СКО	0,00106	
$K^{\sin_1}$	Макс.	0,00881	в точке $-8,5^\circ N; 301,5^\circ E$
	Мин.	-0,00681	в точке $25,5^\circ N; 91,5^\circ E$
	Среднее	-0,00012	
	СКО	0,00127	
$K^{\cos_2}$	Макс.	0,00141	в точке $-3,5^\circ N; 292,5^\circ E$
	Мин.	-0,00159	в точке $22,5^\circ N; 82,5^\circ E$
	Среднее	$2,5 \times 10^{-5}$	
	СКО	0,00025	
$K^{\sin_2}$	Макс.	0,00146	в точке $-33,5^\circ N; 98,5^\circ E$
	Мин.	-0,00143	в точке $34,5^\circ N; 210,5^\circ E$
	Среднее	$4,7 \times 10^{-6}$	
	СКО	0,00028	

## Приложение В

### Оценивание параметров вариаций гармонических коэффициентов геопотенциала по данным *JPL*

В анализе использовались модели гравитационного поля Земли в виде сферических гармоник геопотенциала, построенные на основе ежемесячных данных миссии *GRACE* за период с апреля 2002 по март 2016 года. Использовались коэффициенты до степени/порядка 90/90.

В соответствии с методикой, описанной в разделе 2.2, были построены временные ряды значений гармонических коэффициентов геопотенциала (для примера на рис. В.1 приведены графики временных рядов коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

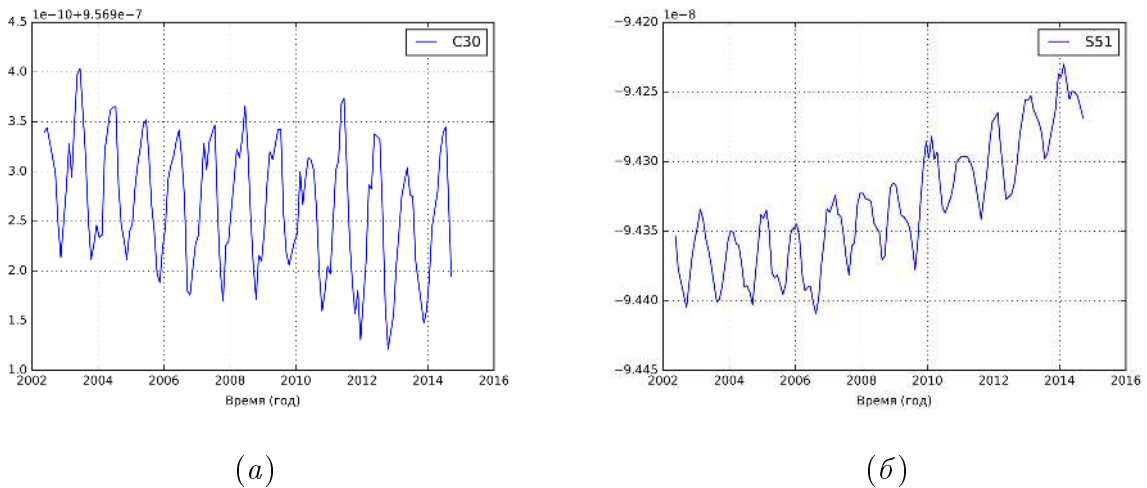


Рис. В.1. Зависимость изменения значения коэффициента от времени: (a)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

Выполнен расчет значений периодограммы, оценены пороговые значения периодограммы «сигнал – шум» (на графиках отмечены красной пунктирной линией) и в соответствии с этим выбраны значимые спектральные линии (для примера на рис. В.2 представлены графики периодограмм коэффициентов  $\bar{C}_{30}$  и  $\bar{S}_{51}$ ).

Как видно из графиков гистограмм распределения отсчетов периодограммы (рис. В.3), наиболее ярко выражено присутствие периодической составляю-

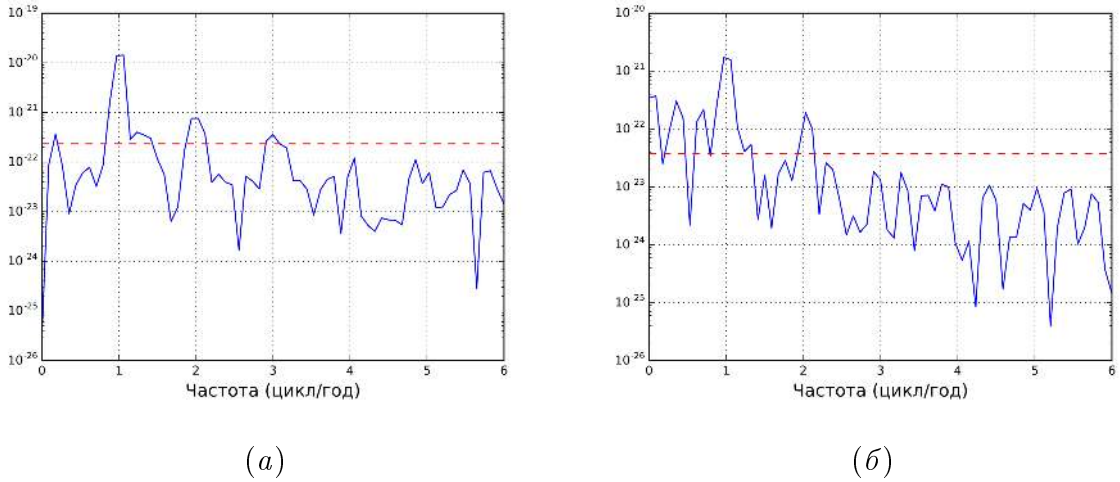


Рис. В.2. Периодограмма значений гармонического коэффициента: (а)  $\bar{C}_{30}$ , (б)  $\bar{S}_{51}$

щей с периодом равными 1,0 году и долгопериодической компоненты. Однако, компонента с периодом 0,5 года также обнаруживается в рядах значений периодограммы на уровне, превосходящем пороговое значение.

Таким образом, модель уравнения регрессии и вектор определяемых параметров примут вид, аналогичный выражениям (3.1) и (3.2).

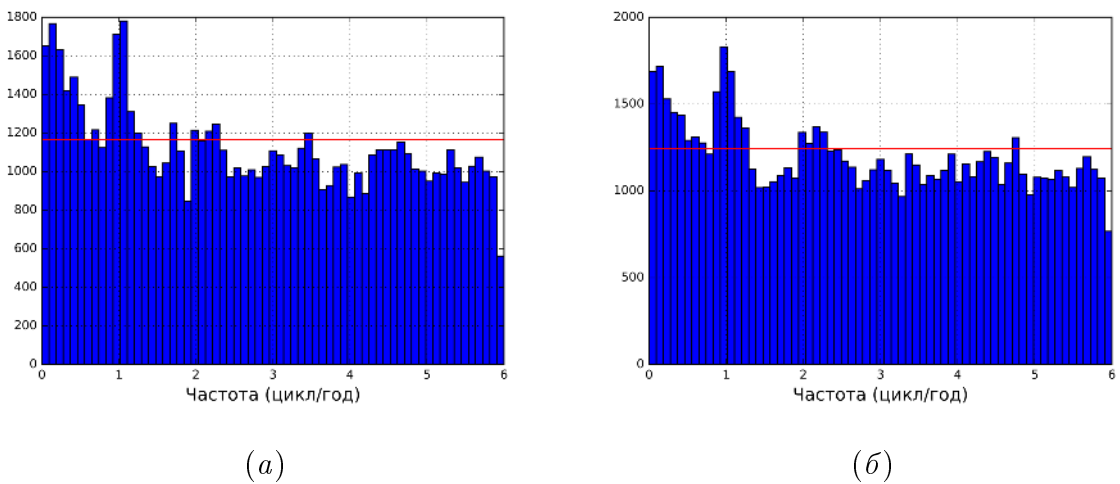


Рис. В.3. Гистограмма распределения отсчетов периодограммы коэффициентов (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

Вычисленные в соответствии с пунктом 2.2.3, регрессионные параметры подвергались проверке статистической значимости с использованием критериев Фишера и Стьюдента. Результаты тестирования в графическом виде приведены на рис. В.4. Из анализа графиков видно, что данное тестирование наиболее

успешно прошли гармонические коэффициенты до степени/порядка 40/40. Пространственное разрешение, которое достигается с использованием коэффициентов степени/порядка 40/40 приблизительно составляет 450 километров, что соответствует региональному масштабу явления.

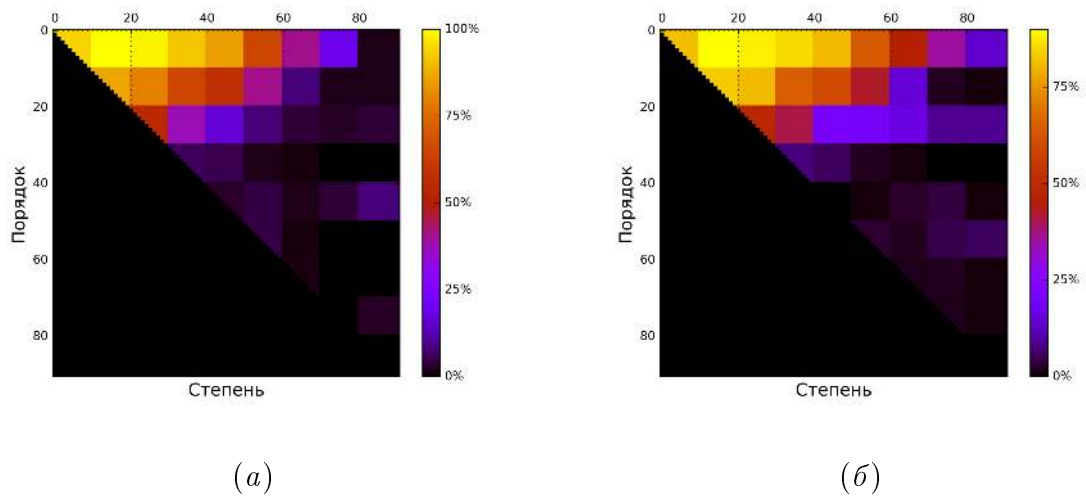


Рис. В.4. Результаты проверки статистической значимости регрессионных параметров гармонических коэффициентов (с использованием критерия Фишера) (а)  $\bar{C}_{nm}$ , (б)  $\bar{S}_{nm}$

При вычислении карт «векового» и периодических изменений высоты квазигеоида использовались только те регрессионные параметры, которые прошли статистическое тестирование.

### «Вековое» изменение высоты квазигеоида

На рис. В.5 представлена карта «векового» изменения высоты квазигеоида. В целом, локализация проявления эффекта имеет схожий характер с данными, изображенными на рис. В.5, а в таблице В.1 представлены основные описательные статистики.

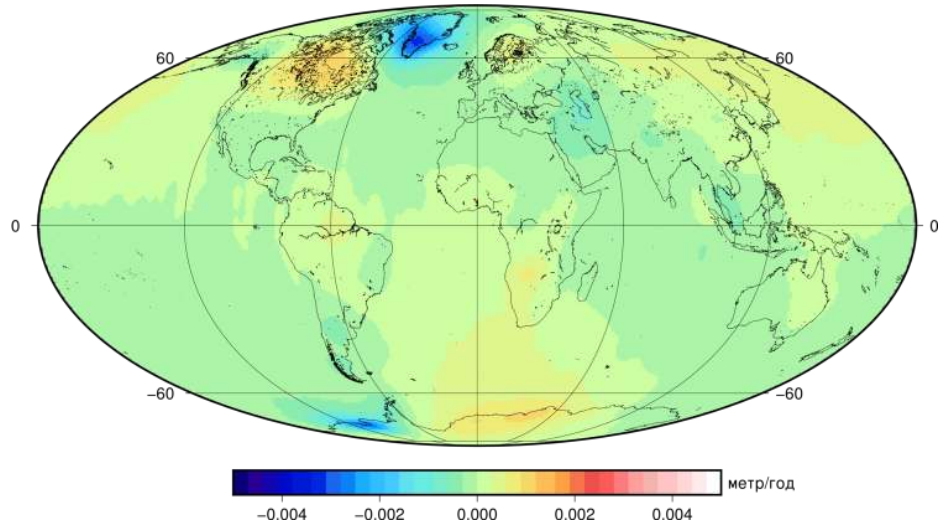


Рис. В.5. Величина «векового» изменения высоты квазигеоида – параметр  $K'$

### Периодические изменения высоты квазигеоида

На рис. В.6, В.7, В.8 и В.9 представлены вычисленные амплитуды периодических изменений высоты квазигеоида (синфазные и квадратурные составляющие с периодом равным 1 году и 0,5 года). В таблице В.1 приведены основные описательные статистики.

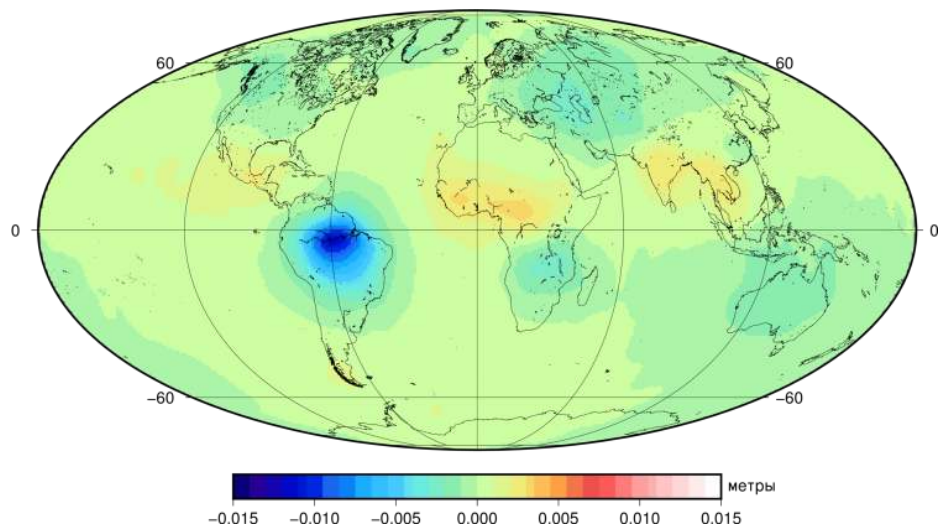


Рис. В.6. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 1}$ )

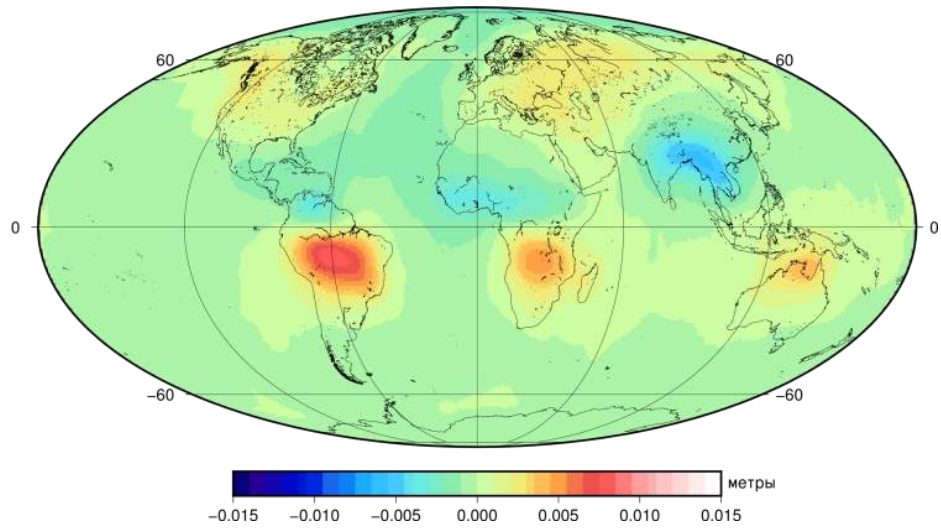


Рис. В.7. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 1}$ )

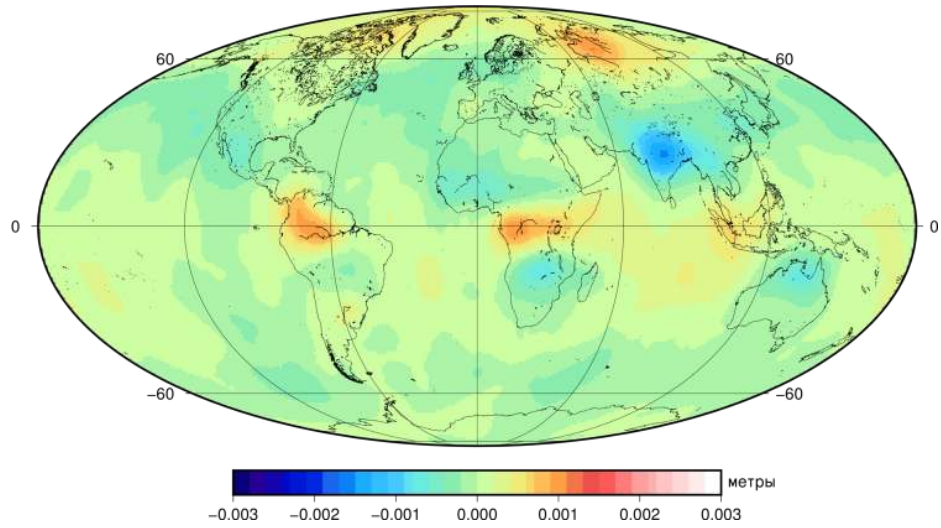


Рис. В.8. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\cos 1}$ )

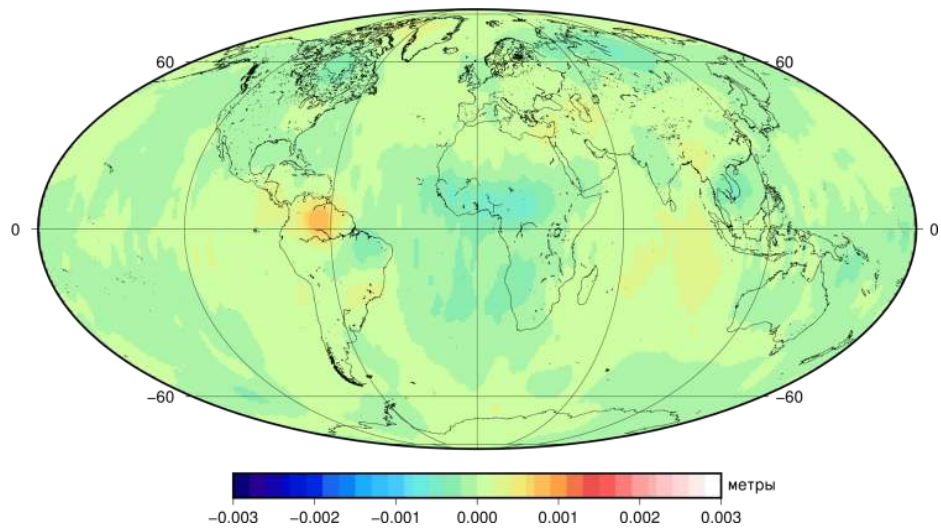


Рис. В.9. Амплитуда периодического изменения высоты квазигеоида (параметр  $K^{\sin 1}$ )

Таблица В.1. Статистические характеристики изменения высоты квазигеоида, определенные по данным *GFZ*

Параметр	Статистика	Значение (м/год)	Примечание
$K'$	Макс.	0,00187	в точке $-69,5^\circ N; 44,5^\circ E$
	Мин.	-0,00434	в точке $-75,5^\circ N; 254,5^\circ E$
	Среднее	-0,00014	
	СКО	0,00056	
$K^{\cos_1}$	Макс.	0,00418	в точке $7,5^\circ N; 14,5^\circ E$
	Мин.	-0,01415	в точке $-3,5^\circ N; 302,5^\circ E$
	Среднее	$1,2 \times 10^{-5}$	
	СКО	0,00106	
$K^{\sin_1}$	Макс.	0,00881	в точке $-8,5^\circ N; 301,5^\circ E$
	Мин.	-0,00681	в точке $25,5^\circ N; 91,5^\circ E$
	Среднее	-0,00012	
	СКО	0,00127	
$K^{\cos_2}$	Макс.	0,00141	в точке $-3,5^\circ N; 292,5^\circ E$
	Мин.	-0,00159	в точке $22,5^\circ N; 82,5^\circ E$
	Среднее	$2,5 \times 10^{-5}$	
	СКО	0,00025	
$K^{\sin_2}$	Макс.	0,00146	в точке $-33,5^\circ N; 98,5^\circ E$
	Мин.	-0,00143	в точке $34,5^\circ N; 210,5^\circ E$
	Среднее	$4,7 \times 10^{-6}$	
	СКО	0,00028	

## Приложение Г

Изменение координат точек земной поверхности, определенные по данным *GFZ*

На графиках (рис. Г.1 и Г.2) представлены карты амплитуд периодического изменения вертикальной координаты  $\Delta U$

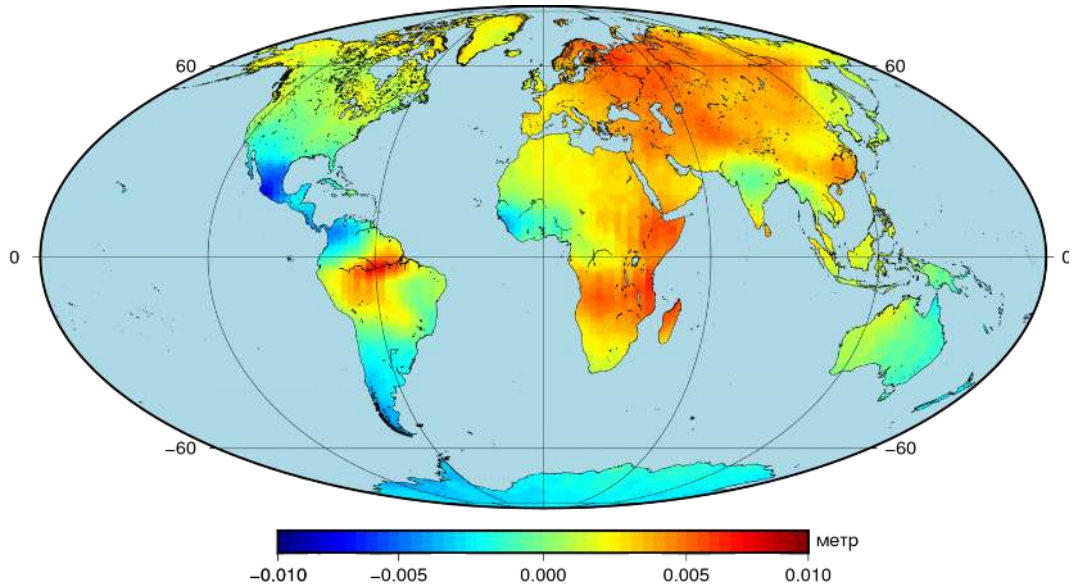


Рис. Г.1. Измеренные вертикальной координаты  $\Delta U$  (синфазная составляющая)

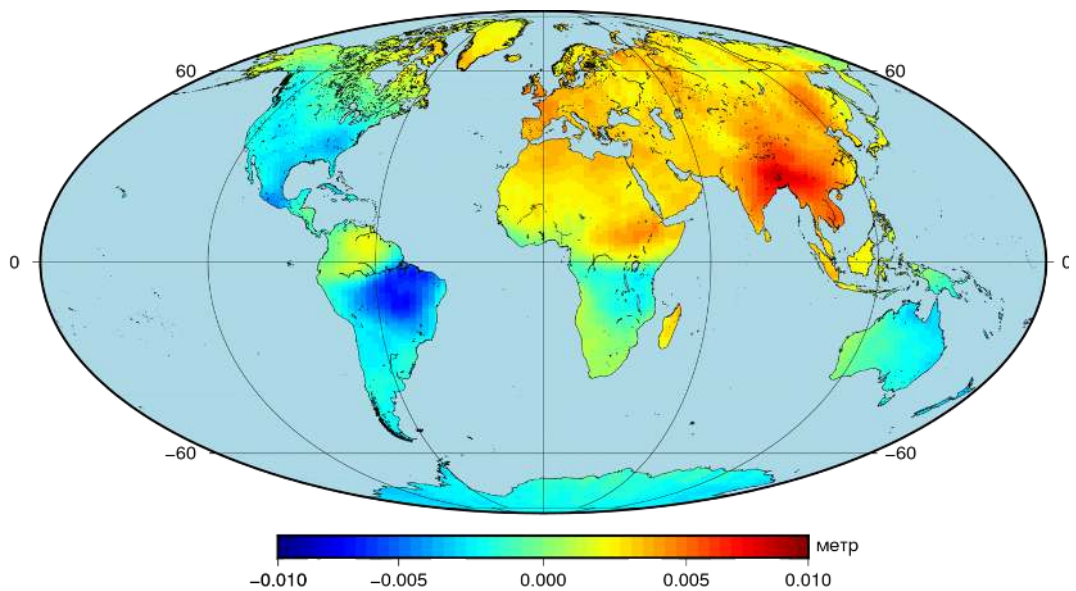


Рис. Г.2. Измеренные вертикальной координаты  $\Delta U$  (квадратурная составляющая)

## Приложение Д

**Изменение координат точек земной поверхности, определенные по данным *CSR***

На графиках (рис. Д.1 и Д.2) представлены карты амплитуд периодического изменения вертикальной координаты  $\Delta U$

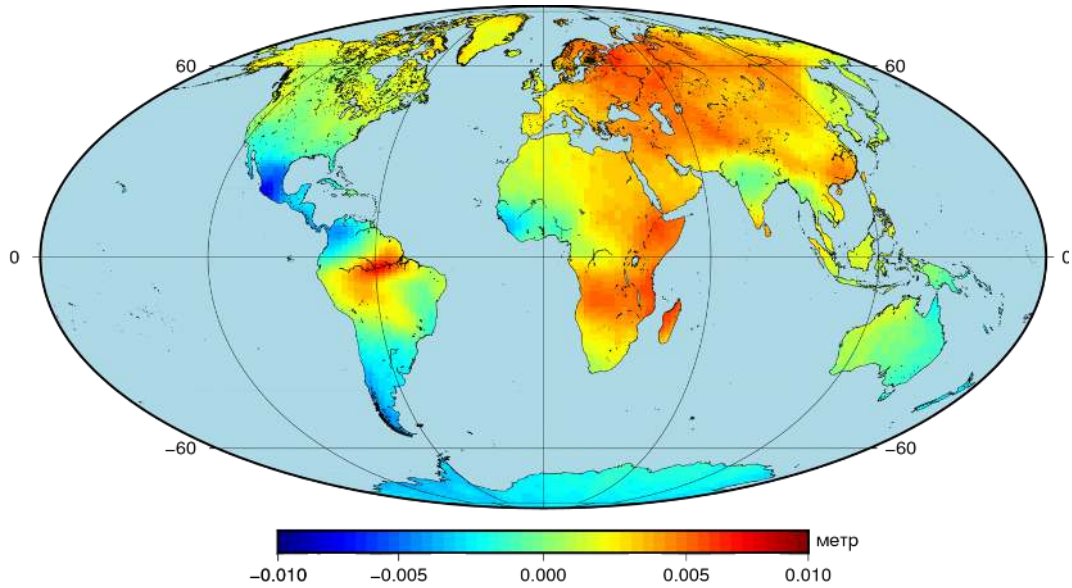


Рис. Д.1. Измеренные вертикальной координаты  $\Delta U$  (синфазная составляющая)

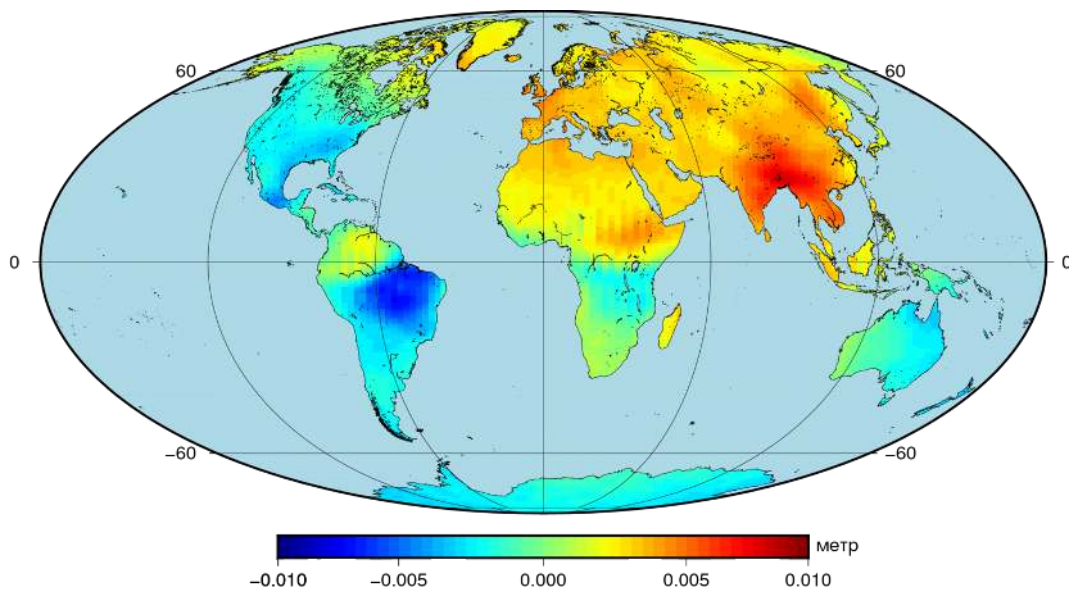


Рис. Д.2. Измеренные вертикальной координаты  $\Delta U$  (квадратурная составляющая)

## Приложение Е

Изменение координат точек земной поверхности, определенные по данным *JPL*

На графиках (рис. Е.1 и Е.2) представлены карты амплитуд периодического изменения вертикальной координаты  $\Delta U$

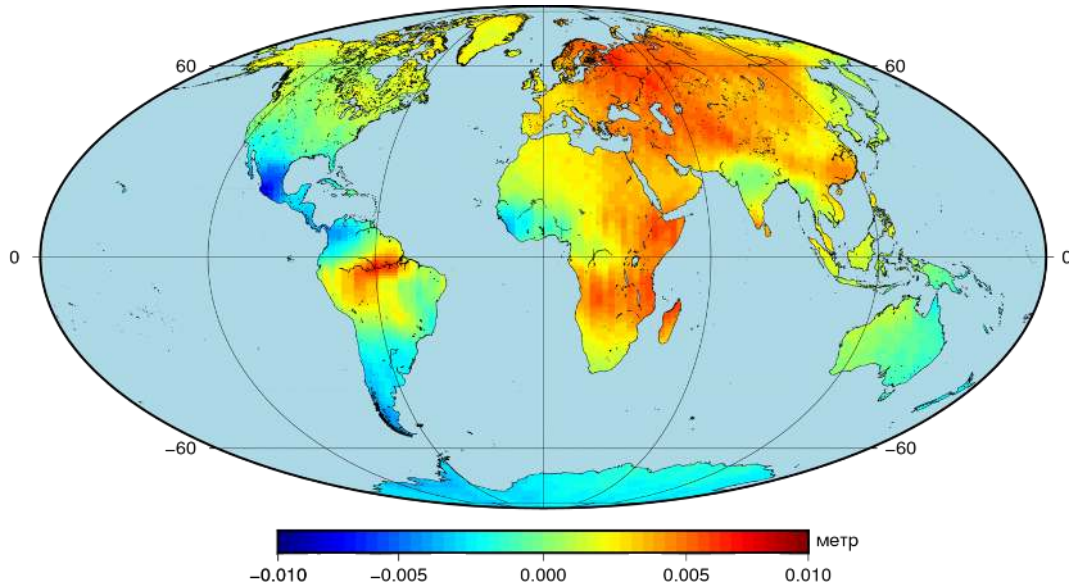


Рис. Е.1. Измеренные вертикальной координаты  $\Delta U$  (синфазная составляющая)

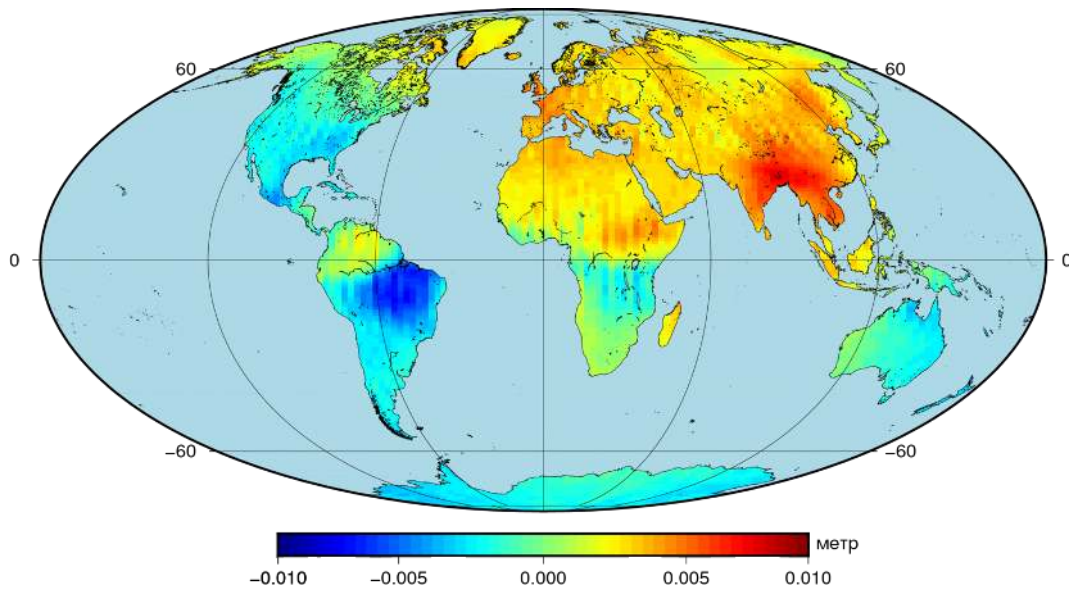


Рис. Е.2. Измеренные вертикальной координаты  $\Delta U$  (квадратурная составляющая)