

КРАВЧУК ИВАН МИХАЙЛОВИЧ

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ВЫЧИСЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ
ВЫСОТ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ СПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ В
ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ РАБОТАХ**

Специальность: 25.00.32 – Геодезия

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Москва 2010

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы:

Применение методов определения местоположения по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем GPS и ГЛОНАСС (ГНСС) для геодезических целей началось в России в начале 90-х годов прошлого века. Выявились их существенные преимущества по сравнению с традиционными геодезическими методами. К ним относятся широкий диапазон точностей (от десятков метров до миллиметров), независимость от погоды, времени суток и года, отсутствие необходимости взаимной видимости между пунктами, высокая автоматизация и, как следствие, оперативность, возможность работы непрерывно и в движении. Эти качества обусловили высокую производительность и экономичность ГНСС, что особенно заметно в труднодоступных и малообжитых районах, которые занимают значительную часть нашей страны.

В настоящее время по результатам измерений двухчастотными спутниковыми приемниками достигнута средняя квадратическая ошибка вычисления приращений координат, равная $3 \text{ мм} + 1 \cdot 10^{-6} D$, где D – расстояние между спутниковыми приемниками. Но превышения между этими же пунктами могут быть получены со средней квадратической ошибкой 10-30 мм, которая значительно возрастает при увеличении расстояния D на десятки километров.

Существует мнение, что низкая точность вычисления превышений связана с неудачной засечкой высот антенн спутниковых приемников, вызванной неудачным расположением спутников в период наблюдения. С этим мнением трудно согласиться. Наиболее вероятно, что причина относительно невысокой точности спутникового нивелирования заключается в особенностях вычисления геодезических и нормальных высот, которая объясняется принципиальным различием между традиционными и спутниковыми методами геодезии, которое состоит в следующем.

В традиционной геодезии определения высот и превышений производятся относительно поверхности квазигеоида, то есть в основе измерений лежит физический принцип измерений. В результате геодезические сети, построенные традиционными методами, делятся на плановые (B и L) и высотные H' сети, практически не связанные друг с другом.

В основе спутниковых методов лежит геометрический принцип измерений,

когда измеряются расстояния, являющиеся инвариантными величинами, связанными с пространственными прямоугольными координатами относительно центра масс Земли, и не дающие связь с квазигеоидом.

Для успешной реализации результатов спутниковых измерений и получения неискаженных координат пунктов в государственной геодезической системе координат и, особенно, для спутникового нивелирования, необходима точная модель высот квазигеоида. Для большей части России средние квадратические ошибки высот квазигеоида относительно исходного пункта в Пулковско не превышают 1 м, а для наиболее удаленных регионов ошибки доходят до 1,5 м из-за ошибки передачи высот в эти районы астрономо-геодезическим нивелированием. Следует особо отметить, что в настоящее время нет модели высот квазигеоида с точностью, необходимой для успешной обработки результатов спутниковых измерений и, особенно, для спутникового нивелирования. В результате нормальная высота, найденная с использованием спутниковых данных, существенно уступает по точности высоте, найденной из высокоточного геометрического нивелирования.

В связи с этим для повышения эффективности геодезического применения спутникового нивелирования требуется совершенствовать методику и технологическое обеспечение спутниковых измерений.

Цель работы: Основной целью диссертационной работы является разработка методов повышения точности определения нормальных высот по результатам спутниковых измерений на основе тщательных точностных исследований.

Научная новизна работы:

1. Рассмотрены достоинства и недостатки метода определения нормальных высот с точки зрения использования спутниковых технологий.
2. Выполнен аналитический обзор существующих разработок в области применения спутникового нивелирования при решении различных геодезических задач, возникающих в производстве.
3. Рассмотрены формулы, связывающие геоцентрические прямоугольные и криволинейные (эллипсоидальные) координаты с целью получения рабочей формулы вычисления геодезической высоты непосредственно через декартовы координаты, полученные из спутниковых измерений.
4. Выполнена оценка точности определения геодезических высот и разностей высот с учетом влияния основных источников ошибок.

5. Разработан алгоритм вычисления для повышения точности определения нормальных высот по данным спутниковых измерений для решения прикладных задач геодезии.

Практическая значимость выполненных разработок заключается в получении нормальных высот пунктов с необходимой точностью.

Апробация работы: результаты разработок обсуждены и одобрены на 5-й Международной научно-практической конференции «Геопространственные технологии и сферы их применения». 11-12 марта 2009 г.; на 64-й Юбилейной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК, посвященной 230-й годовщине со дня его основания, 7-8 апреля 2009 г.; на Международной научно-технической конференции, посвященной 230-летию основания МИИГАиК.

Публикации: по теме диссертации опубликованы 5 научных трудов, из них два в журналах, рекомендованных ВАК.

Структура и объем диссертации: диссертационная работа состоит из введения, пяти глав с подразделами, заключения и списка литературы. Общий объем работы – 116 стр. Диссертация содержит 4 таблицы и 19 рисунков. Список литературы составляет 66 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ ВВЕДЕНИЕ

Обоснована актуальность темы, сформулированы цели и основные направления исследований.

ГЛАВА 1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР НАУЧНОЙ И ТЕХНИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ПО СПУТНИКОВОМУ НИВЕЛИРОВАНИЮ

На основании изучения литературных источников выполнен анализ современного состояния развития спутниковых технологий в России, производство которых начиналось при полном отсутствии нормативных документов, регламентирующих технологию и точность выполнения работ. Кроме того, отсутствовали методы оценки точности спутниковых измерений. Всё это привело в 90-х годах прошлого века, с одной стороны, к неоправданному использованию высокоточных двухчастотных приёмников для создания съёмочного обоснования в низкоточных работах, а с другой – к созданию ответственных геодезических построе-

ний, например городских геодезических сетей, по упрощённой технологии.

Самыми последними работами в области нормативно-правовой документации в России по применению спутниковых методов являются «Спутниковая технология геодезических работ. Термины и определения» (РТМ 68-14-01, 2001) и «Инструкция по развитию съёмочного обоснования и съёмке ситуации и рельефа с применением глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС и GPS» (ГКИНП (ОНТА)-02-262-02, 2002), в которой вопросам высокоточного спутникового нивелирования не уделяется достаточного внимания.

В результате поиска также было найдено большое количество научно-технических источников, но лишь малая их часть обладала полезными сведениями. Большая часть документов содержала данные о принципах работы спутниковых технологий, их применении в различных областях и т.п.

На основе детального анализа существующих литературных источников по применению спутникового нивелирования в инженерно-геодезических работах можно сделать вывод, что основным фактором, ограничивающим возможности применения спутниковых методов для определения нормальных высот взамен геометрического нивелирования, по крайней мере, III и IV классов, является не только недостаточная возможная точность спутниковых определений, но и отсутствие достаточно детальной и точной информации о высотах самой поверхности квазигеоида.

В главе приводятся также несколько конкретных примеров определения нормальных высот с помощью спутниковых технологий, выполненных различными исследователями.

ГЛАВА 2. НОРМАЛЬНЫЕ И ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ ВЫСОТЫ

Геодезическая высота некоторой точки является минимальным расстоянием между поверхностью эллипсоида и определяемой точкой. Совместно с плановыми координатами B , L геодезическая высота H определяет пространственное положение точки относительно заданного эллипсоида. Эти координаты называют эллипсоидальными. Геодезическая (эллипсоидальная) высота имеет только геометрический смысл и не может быть непосредственно измерена, поскольку в точке поверхности Земли неизвестны ни направление нормали к эллипсоиду, вдоль которой нужно измерять высоту, ни положение отсчетной точки на эллипсоиде, кото-

рая к тому же физически недоступна. Вычислить геодезические высоты или их разности (превышения) возможно по результатам спутниковых наблюдений, тригонометрического и астрономо-геодезического нивелирования.

Спутниковые методы позволяют определить пространственные прямоугольные координаты X, Y, Z точки. Эти координаты связаны с геодезическими формулами перехода. Спутниковое определение координат может осуществляться двумя методами: абсолютным, как правило, с точностью до 5 м или относительным, точность которого колеблется от первых дециметров до нескольких метров при кодовых измерениях и 3-10 мм при фазовых методах измерений. В абсолютном способе по измеренным величинам возможно вычислить значения геоцентрических координат, а в относительном методе по результатам измерений можно вычислить лишь приращения $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ пространственных координат. Наиболее эффективно проблема повышения точности решается за счет применения относительных методов спутниковых измерений.

Таким образом, самый распространенный на данный момент способ определения геодезических высот – это спутниковое нивелирование. До появления этой технологии, все высоты получали путем измерений на поверхности Земли. Полученные таким образом высоты носят название гипсометрических. Для связи гипсометрических и геодезических высот имеется соотношение $H^g = H^{гипс} + \zeta$, где H^g – геодезическая высота точки, $H^{гипс}$ – гипсометрическая высота (высота в физическом понимании), ζ – геоидальная составляющая высоты.

Нормальная система высот была предложена М.С. Молоденским и принята на территории бывшего СССР в 1945 г. как вспомогательная, необходимая для приближенного определения физической поверхности Земли, но далее стала широко применяться в геодезической практике. Нормальной высотой является высота над эллипсоидом в нормальном поле такой точки, для которой разность нормального потенциала относительно эллипсоида тождественно равна геопотенциальному числу точки поверхности Земли. Нормальные высоты практически не зависят от выбора эллипсоида и определяются по результатам измерений, выполненных на физической поверхности Земли. Однако они связаны с выбором начальной точки, от которой выполняется геометрическое нивелирование и ведется счет геопотенциальных чисел. В России отсчет высот принято вести от нуля-пункта Кронштадского футштока. Нормальная система высот выгодно отличается от ор-

тометрической тем, что не требует гипотез о распределении масс внутри Земли, поэтому вычислить значение высоты можно достаточно точно, а качество полученных высот зависит в основном только от качества измерений. Нормальные высоты могут быть определены из результатов нивелирования, а также вычислены по геодезическим высотам, если есть информация о разностях ($H^e - H^n$), то есть высотах квазигеоида ζ , поскольку сумма нормальной высоты и аномалии высоты дает геодезическую высоту точки поверхности Земли: $H^e = H^n + \zeta$.

Аномалия высоты возникает из-за того, что гравитационное поле Земли не совпадает с нормальным, поэтому нормальная высота H^n не равна геодезической H^e . Поскольку нормальный потенциал всегда выбирают близким к действительному, аномалия высоты будет сравнительно малой величиной. Если отложить нормальные высоты по нормали к эллипсоиду от каждой точки поверхности Земли с учетом знака высоты вниз или вверх, то геометрическое место точек концов этих отрезков образуют поверхность, которую называют квазигеоидом. Следовательно, высота квазигеоида над эллипсоидом равна аномалии высоты.

При использовании спутниковых измерений нет необходимости связывать начало счета нормальных высот с потенциалом на уровне моря. В этом случае нормальные высоты полностью определены выбором эллипсоида и потенциалом реальной Земли.

ГЛАВА 3. ОБЗОР МЕТОДОВ СПУТНИКОВОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

В основе всех методов определения координат пунктов наблюдения с использованием глобальной навигационной спутниковой системы лежит метод засечки положения мобильного приемника от известных положений навигационного космического аппарата. Определение относительных координат по спутниковым измерениям может быть выполнено дифференциальным или относительным методом.

Дифференциальный режим реализуется с помощью контрольного спутникового приёмника, называемого опорной станцией. В этом методе по результатам наблюдений на опорном пункте формируются дифференциальные поправки к соответствующим параметрам наблюдений для определяемого пункта, т.е. наблюдения на опорном пункте и пункте наблюдения обрабатываются отдельно. Этот метод обеспечивает решения в реальном масштабе времени. Метод определения

относительных координат по кодовым псевдодальностям в настоящее время обеспечивает точность 3-5 м, по фазовым измерениям может достигать средней квадратической ошибки, равной 1 мм.

В относительном методе наблюдения, выполненные одновременно на опорном и определяемом пункте, обрабатываются совместно, что исключает высокоточные мгновенные решения.

Одним из методов спутникового нивелирования является спутниковая альтиметрия, под которой понимается измерение высоты спутника относительно поверхности Земли по времени прохождения сигнала. Спутниковое нивелирование и спутниковую альтиметрию объединяет то, что в обоих методах по результатам измерений необходимо вычислять геодезические и нормальные высоты объекта наблюдения. Суть этого метода заключается в следующем. Радиовысотомер, установленный на борту ИСЗ, измеряет высоту мгновенного положения ИСЗ над средним уровнем океана. Отраженный сигнал в идеальных условиях прохождения тем же кратчайшим путем возвращается в приемник радиовысотомера. Если на моменты измерения высот спутниковым радиовысотомером вычислять геодезические координаты мгновенных положений ИСЗ, то возможно для некоторой площадки геоида определить высоту геоида над эллипсоидом. Отклонения (положительные или отрицательные) геоида относительно эллипсоида называют ондуляциями геоида.

Метод спутниковой альтиметрии позволяет уточнить параметры гравитационного поля Земли, положение начала системы координат относительно центра масс Земли и получить уравнение геоида, то есть уточнить форму морского геоида. Основное ограничение точности измерений при использовании спутниковой альтиметрии определяется параметрами горизонтального разрешения при сканировании поверхности океана и высокой скоростью движения спутника. Еще одно ограничение налагает неполнота знаний об изменении скорости распространения электромагнитных волн в различных слоях атмосферы. Чтобы воспользоваться преимуществами высокой точности, которую дают современные альтиметры, необходимо добиться сопоставимой точности в определении орбиты спутника и степени расхождения между поверхностью геоида и поверхностью океана, возмущаемой различными воздействиями. Поверхность геоида, являющаяся постоянной величиной, при этом исключается из результатов наблюдений, учитывают-

ся только изменения уровня океана по отношению к поверхности геоида, позволяющие судить о течениях и других процессах.

Обзор научной и технической литературы показал, что большинство исследователей не задумываются о том, какую высоту они вычисляют, искренне надеясь, что они вычисляют нормальную высоту и сравнивают ее с результатами геометрического нивелирования. Не имеет также достаточно убедительного обоснования тот факт, что точность превышений, вычисленных по результатам спутниковых измерений, почти на порядок ниже точности определения разностей координат.

ГЛАВА 4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ СПУТНИКОВОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

Целью исследований, выполненных в данной главе, является разработка формул оценки точности вычисления координат геодезической высоты и разности геодезических высот. Для выполнения этой задачи рассмотрено вычисление геодезической высоты по прямоугольным координатам. Формулы, связывающие криволинейные координаты с прямоугольными декартовыми координатами:

$$X = (N + H) \cos B \cos L; Y = (N + H) \cos B \sin L; Z = (N + H) \sin B - e^2 N \sin B, \quad (1)$$

где B – геодезическая широта пункта; L – геодезическая долгота пункта; H – геодезическая высота пункта; $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ – первый эксцентриситет; N – радиус кривизны первого вертикала;

$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$; a – большая полуось эллипсоида; b – малая полуось эллипсоида.

Геодезическую высоту можно вычислить несколькими путями. Суммируя квадраты первых двух уравнений (1), нетрудно получить:

$$H = \frac{R}{\cos B} - N, \quad \text{где } R = \sqrt{X^2 + Y^2}. \quad (2)$$

Эта формула неудобна при ее использовании в приполярных районах, когда $\cos B$ становится малой величиной. В таких случаях геодезическая высота может быть вычислена из третьего уравнения (1)

$$H = \frac{Z}{\sin B} - (1 - e^2)N. \quad (3)$$

Однако эту формулу неудобно использовать вблизи экватора, когда $\sin B$ становится малой величиной. Для получения более универсальной формулы вычисления геодезической высоты следует рассмотреть тождество

$$H \equiv (N + H) \cos^2 B + (N + H) \sin^2 B - e^2 N \sin^2 B - N(1 - e^2 \sin^2 B).$$

Это тождество легко проверить, раскрыв скобки в правой части. Используя ранее приведенные формулы (1), нетрудно получить

$$H = \sqrt{X^2 + Y^2} \cos B + Z \sin B - a\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}. \quad (4)$$

Формула (4) свободна от недостатков формул (2) и (3).

Особого внимания заслуживает формула Боуринга, которая позволяет получить достаточно точное значение широты, минуя итерационный процесс. Так как формула Боуринга публикуется в отечественной литературе с опечатками, в диссертации приведен полный вывод этой формулы. В окончательном виде формула Боуринга имеет вид:

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z + b e'^2 \sin^3 \theta}{R - a e^2 \cos^3 \theta}, \text{ где } e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \text{ второй эксцентриситет.} \quad (5)$$

$$\text{Из формулы (5) следует: } \operatorname{tg} \theta = \frac{Z}{R\sqrt{1 - e^2}}. \quad (6)$$

Точность формулы (5) достаточна практически для всех геодезических задач.

Для северных широт из уравнения (6) следует

$$\sin \theta = \frac{\operatorname{tg} \theta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} = \frac{Z}{\sqrt{Z^2 + R^2(1 - e^2)}}; \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta}} = \frac{R(1 - e^2)^{1/2}}{\sqrt{Z^2 + R^2(1 - e^2)}}. \quad (7)$$

С учетом (7) формулу Боуринга (5) можно представить в виде, удобном для вычисления геодезической высоты через декартовы координаты

$$H = \left[X^2 + Y^2 + Z^2 (1 - a_1 R^2 r^{-3})^{-2} (1 + b_1 Z^2 r^{-3})^2 \right]^{1/2} - a \left[1 - \frac{e^2 Z^2 R^{-2}}{Z^2 R^{-2} + (1 - a_1 R^2 r^{-3})^2 (1 + b_1 Z^2 r^{-3})^{-2}} \right]^{-1/2}. \quad (8)$$

Таким образом, определена зависимость геодезической высоты пункта от значений декартовых координат, минуя итерационный процесс вычисления геодезической широты.

Следует особо подчеркнуть, что формула вычисления геодезической высоты (8) не обладает недостатками формул (2) и (3), она также универсальна, как и формула (4) и может с успехом применяться как на полюсе, так и на экваторе.

Для оценки точности вычисления геодезической высоты по результатам спутниковых измерений формула (8) представлена в следующем виде:

$$H = P - N, \quad (9)$$

где N - радиус кривизны первого вертикала, выраженный через прямоугольные координаты; $P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2(1 - a_1 R^2 r^{-3})^{-2}(1 + b_1 Z^2 r^{-3})^2}$. (10)

Полный дифференциал выражения (8) имеет вид:

$$dH = \frac{\partial P}{\partial X} dX - \frac{\partial N}{\partial X} dX + \frac{\partial P}{\partial Y} dY - \frac{\partial N}{\partial Y} dY + \frac{\partial P}{\partial Z} dZ - \frac{\partial N}{\partial Z} dZ. \quad (11)$$

Для упрощения дальнейших преобразований введены обозначения $t_1 = 1 - a_1 R^2 r^{-3}$; $t_2 = 1 + b_1 Z^2 r^{-3}$, следовательно, $P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2 t_1^{-2} t_2^2}$.

После нахождения частных производных окончательно полный дифференциал (11) имеет вид:

$$\begin{aligned} dH = & \left[\frac{X}{P} - \frac{3b_1(1-e^2)t_2 XZ^4}{Pt_1^2 r^5} + \frac{2a_1 t_2^2 XZ^2}{Pt_1^3 r^3} - \frac{3a_1(1-e^2)t_2^2 XZ^2 R^2}{Pt_1^3 r^5} + \frac{ae^2 XZ^2}{t_4^{1/3}(t_4-t_3)^{3/2} R^4} - \right. \\ & \left. \frac{at_3 XZ^2}{t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} R^4} - \frac{2aa_1 t_1 t_3 X}{t_2^2 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^3} + \frac{3aa_1 t_1 t_3 (1-e^2) XR^2}{t_2^2 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^5} - \frac{3ab_1 t_1^2 t_3 XZ^2}{t_2^3 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^5} \right] dX + \\ & + \left[\frac{Y}{P} - \frac{3b_1(1-e^2)t_2 YZ^4}{Pt_1^2 r^5} + \frac{2a_1 t_2^2 YZ^2}{Pt_1^3 r^3} - \frac{3a_1(1-e^2)t_2^2 YZ^2 R^2}{Pt_1^3 r^5} + \frac{ae^2 YZ^2}{t_4^{1/3}(t_4-t_3)^{3/2} R^4} - \right. \\ & \left. \frac{at_3 YZ^2}{t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} R^4} - \frac{2aa_1 t_1 t_3 Y}{t_2^2 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^3} + \frac{3aa_1 t_1 t_3 (1-e^2) YR^2}{t_2^2 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^5} - \frac{3ab_1 t_1^2 t_3 YZ^2}{t_2^3 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^5} \right] dY + \\ & + \left[\frac{Zt_2^2}{Pt_1^2} - \frac{3b_1 t_2 Z^5}{Pt_1^2 r^5} - \frac{3a_1 R^2 Z^3}{Pt_1^3 r^3} - \frac{ae^2 Z}{t_4^{1/3}(t_4-t_3)^{3/2} R^2} + \frac{at_3 Z}{t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} R^2} - \right. \\ & \left. - \frac{3aa_1 t_1 t_3 ZR^2}{t_2^2 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^5} + \frac{3ab_1 t_1^2 t_3 Z^3}{t_2^2 t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2} r^5} \right] dZ, \quad \text{где } t_3 = \frac{e^2 Z^2}{R^2}; \quad t_4 = \frac{Z^2}{R^2} + \frac{t_1^2}{t_2^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Воспользовавшись тем обстоятельством, что коэффициенты t_1 и t_2 отличаются от единицы на малую величину, член формулы (12) $\frac{Zt_2^2}{P_1^2 t_1^2}$ можно представить в следующем виде:

$$\frac{Zt_2^2}{P_1^2 t_1^2} = \frac{Z(1 - a_1 R^2 r^{-3})^2}{P(1 + b_1 Z^2 r^{-3})^2} \approx \frac{Z}{P} - \frac{2a_1 ZR^2}{Pr^3} - \frac{2b_1 Z^3}{Pr^3}. \quad (13)$$

С учетом (13) формулу (12) можно записать как

$$dH = \left(\frac{X}{P} + A \right) dX + \left(\frac{Y}{P} + B \right) dY + \left(\frac{Z}{P} + C \right) dZ, \quad (14)$$

где
$$A = -\frac{3b_1(1-e^2)t_2XZ^4}{Pt_1^2r^5} + \frac{2a_1t_2^2XZ^2}{Pt_1^3r^3} - \frac{3a_1(1-e^2)t_2^2XZ^2R^2}{Pt_1^3r^5} + \frac{ae^2XZ^2}{t_4^{1/3}(t_4-t_3)^{3/2}R^4} -$$

$$-\frac{at_3XZ^2}{t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}R^4} - \frac{2aa_1t_1t_3X}{t_2^2t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^3} + \frac{3aa_1t_1t_3(1-e^2)XR^2}{t_2^2t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^5} - \frac{3ab_1t_1^2t_3XZ^2}{t_2^3t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^5};$$

$$B = -\frac{3b_1(1-e^2)t_2YZ^4}{Pt_1^2r^5} + \frac{2a_1t_2^2YZ^2}{Pt_1^3r^3} - \frac{3a_1(1-e^2)t_2^2YZ^2R^2}{Pt_1^3r^5} + \frac{ae^2YZ^2}{t_4^{1/3}(t_4-t_3)^{3/2}R^4} -$$

$$-\frac{at_3YZ^2}{t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}R^4} - \frac{2aa_1t_1t_3Y}{t_2^2t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^3} + \frac{3aa_1t_1t_3(1-e^2)YR^2}{t_2^2t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^5} - \frac{3ab_1t_1^2t_3YZ^2}{t_2^3t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^5};$$

$$C = -\frac{2a_1ZR^2}{Pr^3} - \frac{2b_1Z^3}{Pr^3} - \frac{3b_1t_2Z^5}{Pt_1^2r^5} - \frac{3a_1R^2Z^3}{Pt_1^3r^5} - \frac{ae^2Z}{t_4^{1/3}(t_4-t_3)^{3/2}R^2} +$$

$$+\frac{at_3Z}{t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}R^2} - \frac{3aa_1t_1t_3ZR^2}{t_2^2t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^5} + \frac{3ab_1t_1^2t_3Z^3}{t_2^3t_4^{4/3}(t_4-t_3)^{3/2}r^5}.$$

Переходя от дифференциалов к конечным приращениям, а от них к средним квадратическим ошибкам, из (14) следует:

$$m_H^2 = \left(\frac{X}{P} + A\right)^2 m_X^2 + \left(\frac{Y}{P} + B\right)^2 m_Y^2 + \left(\frac{Z}{P} + C\right)^2 m_Z^2. \quad (18)$$

Анализ точности определения координат пунктов, используя современные спутниковые измерения, показывает, что в большинстве случаев $m_X = m_Y = m_Z = m_K$. В таком случае формула оценки точности вычисления геодезической высоты пункта имеет вид:

$$m_H = m_K \sqrt{\frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{P^2} + \frac{2AX}{P} + \frac{2BY}{P} + \frac{2CZ}{P} + A^2 + B^2 + C^2}. \quad (19)$$

Анализ формулы (19) показал, что с ошибкой, не превышающей 4%, она может быть представлена в виде: $m_H = m_K$, так как $\frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{P^2} \approx 1$, а остальные члены малы.

Например, в средней полосе $B = 45^\circ$, $L = 37$, $H = 200$ м; $X = 3\,608\,020$ м; $Y = 2\,718\,839$ м; $Z = 4\,487\,489$ м; $\frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{P^2} = 1,023$; $\frac{2AX}{P} = -0,0048$; $\frac{2BY}{P} = 0,0089$; $\frac{2CZ}{P} = 0,0397$; $A^2 = 0,000018$; $K = 1,0237$; $B^2 = 0,000108$; $C^2 = 0,000791$.

На экваторе $B = 0^\circ$, $L = 37^\circ$, $H = 200$ м; $X = 5\,093\,965$ м; $Y = 3\,838\,578$ м; $Z = 0$; $\frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{P^2} = 1$; $\frac{2AX}{P} = 0$; $\frac{2BY}{P} = 0$; $\frac{2CZ}{P} = 0$; $A^2 = 0$; $B^2 = 0$; $C^2 = 0$.

В Заполярье $B = 72^\circ$, $L = 37^\circ$, $H = 200$ м; $X = 1\,578\,909$ м; $Y = 1\,189\,793$ м;

$$Z=6\,043\,875\text{м}; \quad \frac{X^2+Y^2+Z^2}{P^2}=1,0012; \quad \frac{2AX}{P}=0,0027; \quad \frac{2BY}{P}=0,0036; \quad K=1,0593;$$

$$\frac{2CZ}{P}=0,1163; \quad A^2=0,0060; \quad B^2=0,00009; \quad C^2=0,0037.$$

Несмотря на сложную и нелинейную зависимость геодезической высоты от координат пункта, определенных по результатам спутниковых измерений (8), средняя квадратическая ошибка вычисления геодезической высоты практически не зависит от положения пункта при равнооточных декартовых координатах.

Для оценки точности вычисления разности геодезических высот по результатам спутниковых измерений в соответствии с принятыми обозначениями и формулой (9), можно записать:

$$h=H_2-H_1=P_2-P_1+N_1-N_2, \quad (20)$$

$$\text{где } P_1=\sqrt{X_1^2+Y_1^2+Z_1^2\frac{(1+b_1Z_1^2r_1^{-3})^2}{(1-a_1R_1^2r_1^{-3})^2}}; \quad P_2=\sqrt{X_2^2+Y_2^2+Z_2^2\frac{(1+b_1Z_2^2r_2^{-3})^2}{(1-a_1R_2^2r_2^{-3})^2}};$$

$$N_1=\frac{a}{\sqrt{1-\frac{e^2Z_1^2R_1^{-2}}{Z_1^2R_1^{-2}+\frac{(1-a_1R_1^2r_1^{-3})^2}{(1+b_1Z_1^2r_1^{-3})^2}}}}; \quad N_2=\frac{a}{\sqrt{1-\frac{e^2Z_2^2R_2^{-2}}{Z_2^2R_2^{-2}+\frac{(1-a_1R_2^2r_2^{-3})^2}{(1+b_1Z_2^2r_2^{-3})^2}}}}.$$

По аналогии с выводами формул оценки точности вычисления геодезической высоты (11), полный дифференциал разности геодезических высот имеет вид:

$$dh=\left(\frac{X_1}{P_1}+A_1\right)dX_1+\left(\frac{Y_1}{P_1}+B_1\right)dY_1+\left(\frac{Z_1}{P_1}+C_1\right)dZ_1-\left(\frac{X_2}{P_2}+A_2\right)dX_2-\left(\frac{Y_2}{P_2}+B_2\right)dY_2-\left(\frac{Z_2}{P_2}+C_2\right)dZ_2. \quad (21)$$

Координаты второго пункта (X_2, Y_2, Z_2) вычисляются через координаты первого пункта (X_1, Y_1, Z_1) и приращения координат $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$, вычисленные из результатов фазовых измерений. Следовательно,

$$dX_2=dX_1+d\Delta X; \quad dY_2=dY_1+d\Delta Y; \quad dZ_2=dZ_1+d\Delta Z. \quad (22)$$

С учетом (22) выражение (21) примет вид:

$$dh=\left(\frac{X_1}{P_1}-\frac{X_2}{P_2}+A_1-A_2\right)dX_1+\left(\frac{Y_1}{P_1}-\frac{Y_2}{P_2}+B_1-B_2\right)dY_1+\left(\frac{Z_1}{P_1}-\frac{Z_2}{P_2}+C_1-C_2\right)dZ_1-$$

$$-\left(\frac{X_2}{P_2}+A_2\right)d\Delta X-\left(\frac{Y_2}{P_2}+B_2\right)d\Delta Y-\left(\frac{Z_2}{P_2}+C_2\right)d\Delta Z. \quad (23)$$

Переходя от дифференциалов к конечным приращениям, а от них к средним квадратическим ошибкам, из выражения (23):

$$m_h^2 = \left(\frac{X_1}{P_1} - \frac{X_2}{P_2} + A_1 - A_2 \right)^2 m_{X_1}^2 + \left(\frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_2}{P_2} + B_1 - B_2 \right)^2 m_{Y_1}^2 + \left(\frac{Z_1}{P_1} - \frac{Z_2}{P_2} + C_1 - C_2 \right)^2 m_Z^2 + \left(\frac{X_2}{P_2} + A_2 \right)^2 m_{\Delta X}^2 + \left(\frac{Y_2}{P_2} + B_2 \right)^2 m_{\Delta Y}^2 + \left(\frac{Z_2}{P_2} - C_2 \right)^2 m_{\Delta Z}^2. \quad (24)$$

Для случая равноточных определений координат пункта 1 ($m_{X_1}^2 = m_{Y_1}^2 = m_{Z_1}^2 = m_K^2$) и приращений координат ($m_{\Delta X}^2 = m_{\Delta Y}^2 = m_{\Delta Z}^2 = m_{\Delta}^2$) формула оценки точности разности геодезических высот (24) имеет вид:

$$m_h^2 = \left[\left(\frac{X_1}{P_1} - \frac{X_2}{P_2} \right)^2 + \left(\frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_2}{P_2} \right)^2 + \left(\frac{Z_1}{P_1} - \frac{Z_2}{P_2} \right)^2 + 2(A_1 - A_2) \left(\frac{X_1}{P_1} - \frac{X_2}{P_2} \right) + 2(B_1 - B_2) \left(\frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_2}{P_2} \right) + 2(C_1 - C_2) \left(\frac{Z_1}{P_1} - \frac{Z_2}{P_2} \right) + (A_1 - A_2)^2 + (B_1 - B_2)^2 + (C_1 - C_2)^2 \right] m_K^2 + \left[\left(\frac{X_2}{P_2} + A_2 \right)^2 + \left(\frac{Y_2}{P_2} + B_2 \right)^2 + \left(\frac{Z_2}{P_2} - C_2 \right)^2 \right] m_{\Delta}^2. \quad (25)$$

Как показал анализ формулы оценки точности (19), с высокой степенью точности величина

$$\left(\frac{X_2}{P_2} + A_2 \right)^2 + \left(\frac{Y_2}{P_2} + B_2 \right)^2 + \left(\frac{Z_2}{P_2} - C_2 \right)^2 \approx 1. \quad (26)$$

Следовательно, выражение (25) преобразуется к виду:

$$m_h^2 = \left[\left(\frac{X_1}{P_1} - \frac{X_2}{P_2} \right)^2 + \left(\frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_2}{P_2} \right)^2 + \left(\frac{Z_1}{P_1} - \frac{Z_2}{P_2} \right)^2 + 2(A_1 - A_2) \left(\frac{X_1}{P_1} - \frac{X_2}{P_2} \right) + 2(B_1 - B_2) \left(\frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_2}{P_2} \right) + 2(C_1 - C_2) \left(\frac{Z_1}{P_1} - \frac{Z_2}{P_2} \right) + (A_1 - A_2)^2 + (B_1 - B_2)^2 + (C_1 - C_2)^2 \right] m_K^2 + m_{\Delta}^2. \quad (27)$$

Анализ членов, составляющих формулу (27), выполнен при условии $P_2 = P_1 + \Delta P_1$. Такой подход обеспечивает минимальное значение поправки ΔP . После преобразований величина ΔP равна:

$$\Delta P = \frac{X_1 \Delta X}{P_1} + \frac{Y_1 \Delta Y}{P_1} + \frac{Z_1 \Delta Z}{P_1} + \frac{Z_2^2 (\delta_2 - \delta_3)}{P_1} + \frac{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}{2P_1}, \quad (28)$$

а формула для оценки точности (27) преобразуется к виду:

$$m_h^2 = \frac{S^2}{P_1^2} m_K^2 + m_{\Delta}^2 + \Delta_m, \quad (29)$$

где

$$\Delta_m = 2(A_1 - A_2) \left(\frac{X_1}{P_1} - \frac{X_2}{P_2} \right) + 2(B_1 - B_2) \left(\frac{Y_1}{P_1} - \frac{Y_2}{P_2} \right) + 2(C_1 - C_2) \left(\frac{Z_1}{P_1} - \frac{Z_2}{P_2} \right) +$$

$$+(A_1 - A_2)^2 + (B_1 - B_2)^2 + (C_1 - C_2)^2 + \frac{2X_2 \Delta P \Delta X}{P_1} + \frac{2Y_2 \Delta P \Delta Y}{P_1} + \frac{2Z_2 \Delta P \Delta Z}{P_1} + S^2 \Delta P^2,$$

$$S^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2. \quad (31)$$

Величина Δ_m является незначительной, и ею можно пренебречь. Например, при $B = 45^\circ$, $L = 37^\circ$, $H = 200$ м; $\Delta_m = 0,000674$.

Окончательную формулу для оценки точности разности геодезических высот можно представить в виде:

$$m_h = \sqrt{\frac{S^2}{R_3^2} m_k^2 + m_\Delta^2}, \text{ где } P_1 \approx R_3, R_3 - \text{средний радиус Земли.} \quad (32)$$

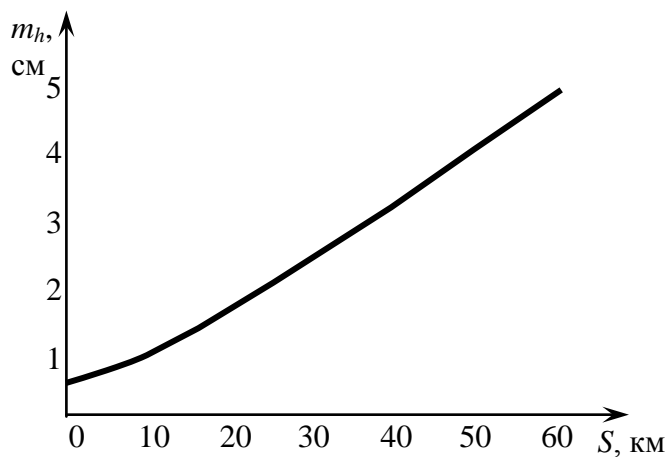


Рисунок 1. График средней квадратической ошибки определения разности геодезических высот

Приведенный анализ точности показал, что при вычислении разности геодезических высот существенное влияние оказывает ошибка координат опорного пункта. Средняя квадратическая ошибка определения координат опорного пункта в среднем равна $m_k = 5$ м, а средняя квадратическая ошибка определения приращений координат $m_\Delta = 5$ мм.

Следовательно, итоговая точность вычисления разности геодезических высот при указанных точностях определения координат и разностей координат может быть представлена графиком (рис. 1).

ГЛАВА 5. РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ МЕТОДОМ СПУТНИКОВОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ

При использовании спутниковых методов определение координат выполняется в пространственной прямоугольной системе координат X, Y, Z , начало которой совпадает с центром общего земного эллипсоида. В настоящее время в глобальной системе GPS-позиционирования применяется система координат WGS-84, а в ГЛОНАСС используют ПЗ-90 (параметры Земли 1990 г.). Системы WGS-84 и ПЗ-90 получены динамическим методом космической геодезии по разнородной информации с одновременным выводом моделей гравитационного поля Зем-

ли. В системе WGS-84 использован эллипсоид GRS-80 (Geodetic Reference System, 1980). В инженерной геодезии используют координаты в референцной системе, например в СК-42, СК-95 или местной системе. Возникает необходимость пересчета координат из одной системы в другую.

По результатам спутниковых измерений вычисляют геодезическую высоту, но высоты, полученные по материалам нивелирования земной поверхности, относятся к системе нормальных высот, которая применяется в нашей стране. Поэтому одна из принципиально важных проблем, связанных со спутниковыми методами, – это преобразование полученных координат в государственную систему координат и высот.

С помощью спутникового нивелирования определяется нормальная высота как сумма геодезической высоты, которая получается с большой ошибкой, и высоты квазигеоида, сведения о которой в полном объеме неизвестны. Целью данной работы является решение вопроса об использовании результатов спутникового нивелирования для решения геодезических задач прикладного (инженерного) характера без привлечения дополнительных (гравиметрических) измерений.

Формулы, определяющие зависимость геодезической высоты от значений декартовых координат, минуя итерационный процесс, имеют вид (8) или:

$$H = \frac{\sqrt{(X^2 + Y^2)(1 - a_1 R^2 r^{-3})^2 + Z^2(1 + b_1 Z^2 r^{-3})^2}}{1 + b_1 Z^2 r^{-3}} - (1 - e^2)a \left[1 - \frac{e^2 Z^2 R^{-2}}{Z^2 R^{-2} + (1 - a_1 R^2 r^{-3})^2 (1 + b_1 Z^2 r^{-3})^{-2}} \right]^{-1/2}. \quad (33)$$

Для перехода из одной системы в другую необходимо знать следующие параметры преобразования: смещение начала координат одной системы относительно другой (ΔX_0 , ΔY_0 , ΔZ_0); три параметра, характеризующие разворот осей X , Y , Z в двух системах относительно друг друга (углы Эйлера ψ , θ , ϕ или углы Кардано ε_x , ε_y , ε_z); масштабный множитель (коэффициент) m (в настоящее время применяется редко).

В геодезических сетях существуют локальные искажения, поэтому для преобразования результатов спутниковых определений в локальную систему координат необходимо выполнять привязку как минимум к трем плановым и высотным исходным пунктам. Процесс преобразования координат математически строгий, но едино-

го подхода к преобразованию найти невозможно из-за искажений локального характера: ошибки координат пунктов накапливаются от региона к региону.

Это можно доказать на основе формул (8) и (33) нахождения геодезической высоты, для которой необходимо вычислить радиус кривизны первого вертикала N . Причем погрешность определения величины N полностью войдет в вычисляемые нормальные высоты, для этого необходимо произвести исследование изменения радиуса кривизны первого вертикала в зависимости от геодезической широты B .

Формула вычисления радиуса кривизны первого вертикала имеет вид:

$$N = a(1 - e^2 \sin^2 B)^{-1/2}. \quad (34)$$

В результате дифференцирования этого выражения получается:

$$dN = \frac{1}{2} a e^2 \sin 2B (1 - e^2 \sin^2 B)^{-3/2} dB. \quad (35)$$

Из формулы (35) следует, что наименьшая зависимость радиуса кривизны N проявляется вблизи экватора ($B=0^\circ \Rightarrow \sin 2B=0$) и полюсов ($B=\pm 90^\circ \Rightarrow \sin 2B=0$), а максимальная зависимость – при $B \approx 45^\circ$. Зависимость дифференциала геодезической широты от дифференциала дуги меридиана dX_m имеет вид:

$$dB = \frac{(1 - e^2 \sin^2 B)^{3/2}}{2(1 - e^2)} dX_m. \quad (36)$$

Следовательно, дифференциал радиуса кривизны первого вертикала dN связан с дифференциалом дуги меридиана dX_m следующим соотношением:

$$dN = \frac{e^2 \sin 2B}{2(1 - e^2)} dX_m, \text{ а обратная зависимость имеет вид } dX_m = \frac{2(1 - e^2)}{e^2 \sin 2B} dN.$$

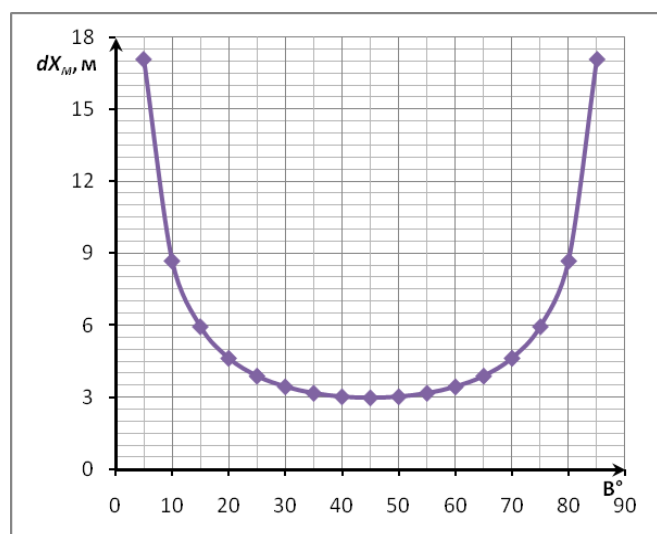
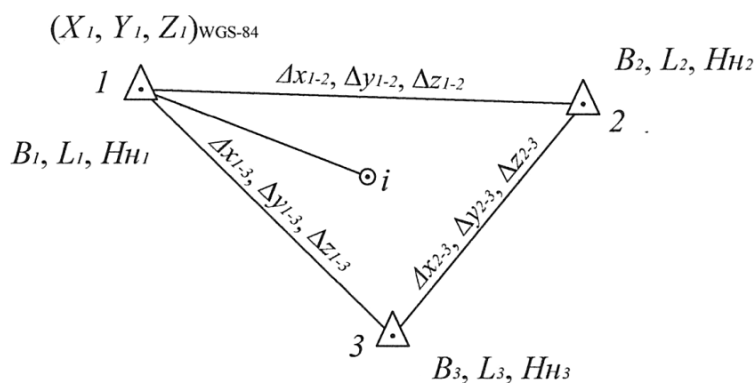


Рисунок 2. График зависимости dX_m от геодезической широты B при $dN = 10$ мм

На рис. 2 представлен график расчетов, показывающий, насколько могут отличаться координаты пунктов в направлении север-юг, при этом ошибка вычисления радиуса кривизны первого вертикала составляет $dN = 10$ мм.

Приведенные расчеты показывают, что высокоточное определение геодезической высоты – это сложная научно-производственная задача, требующая тщательного учета точности всех источ-

ников погрешностей. Даже в том случае, когда углы разворота составляют десятые доли угловой секунды, это неизменно приводит к изменению приращений преобразованных координат, а это, в свою очередь, отразится на разности геодезических высот. Все это позволяет придти к выводу о том, что при высокоточном спутниковом нивелировании процедура преобразования координат из систем координат спутниковых навигационных систем в СК-42 или СК-95 – это необходимая и неизбежная операция, которой следует уделять особое внимание.



Для того чтобы выполнить спутниковое нивелирование, необходимо иметь как минимум три опорных пункта (рис. 3) в национальной системе координат: геодезические широты и долготы относительно эллипсоида Красовского и нормальные

высоты из высокоточного наземного нивелирования. На одном из пунктов определяются координаты спутниковым методом по кодовым измерениям $(X, Y, Z)_{\text{WGS-84}}$ с ошибкой в 5 м, и вычисляются координаты двух остальных пунктов относительно первого по приращениям $\Delta X_{1-i}, \Delta Y_{1-i}, \Delta Z_{1-i}$. Таким образом, взаимное положение этих пунктов уже будет определено более точно с ошибкой около 3-5 мм.

На основе имеющихся эллипсоидальных координат, прямоугольных координат и их приращений можно найти параметры преобразования. Таким образом, зная локальные параметры перехода, можно вычислить координаты любой точки выбранной территории в национальной системе координат. Но вопрос с определением нормальных высот остается открытым. Известна только грубо вычисленная геодезическая высота одного пункта и, как правило, никаких сведений об аномалии высоты в районе выполняемых работ нет.

По спутниковым измерениям геодезическая высота получается с ошибкой ~5 м – это означает, что, отложив по нормали к эллипсоиду измеренную высоту, получается отрезок 1-1'' вместо искомого отрезка 1-1''. Расхождение измеренной геодезической высоты и нормальной высоты по каталогу одного и того же пункта 1 составит величину Δ_1 . Вычислив по приращениям $\Delta X_{1-2}, \Delta Y_{1-2}, \Delta Z_{1-2}$ координаты

пункта 2, найденная геодезическая высота этого пункта будет представлять собой отрезок 2-2''' (рис. 4). Необходимо определить нормальную высоту любого i -го пункта только по результатам спутниковых измерений. Если i -й пункт расположен в створе, который образуют пункты 1 и 2, то можно поступить следующим образом. Путем интерполирования вычисляется отклонение Δ_i по формуле

$$\Delta_i = \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{l_1} l_i + \Delta_1, \quad (37)$$

где l_1 – отрезок 1'''-2'''; l_i – отрезок 1'''-i'''.

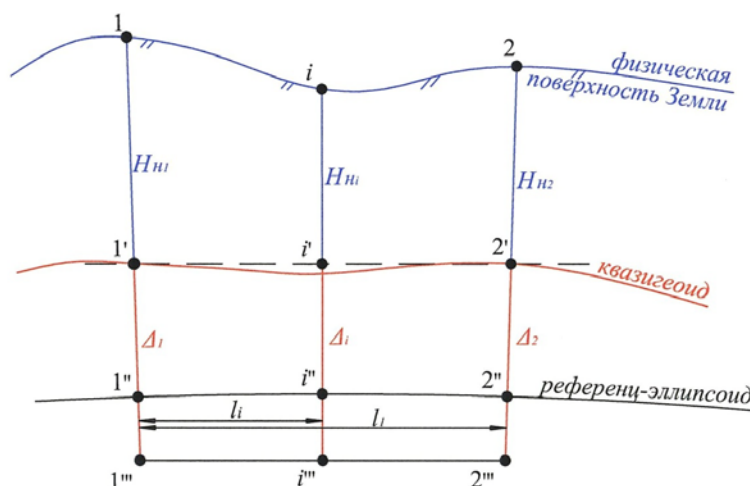


Рисунок 4. Вычисление нормальной высоты пункта по результатам спутниковых измерений

Затем следует отложить найденное значение Δ_i по нормали от точки i''' . Таким образом получается искомая нормальная высота, так как

$$H_i^h = H_i^c - \Delta_i. \quad (38)$$

Следует отметить, значение H_i^h будет отличаться от действительной высоты i -го пункта относительно квазигеоида на минимально возможную величину. Это связано с тем, что поверхность квазигеоида имеет сложную форму, и для его математического представления необходимо вводить геометрические оформляющие в виде аппроксимирующей прямой, плоскости или поверхности, которые наиболее близки к изучаемой поверхности в данном районе. С другой стороны, максимальное расстояние между пунктами, как правило, не превышает 20-30 км. Высоты квазигеоида в таких пределах изменяются плавно относительно отсчетного эллипсоида.

Для лучшей сходимости вычисленных и действительных высот пунктов целесообразно рассматривать аппроксимирующую плоскость, поскольку i -й пункт

не всегда находится в створе опорных пунктов. Величину отклонения геодезической высоты от нормальной высоты i -го пункта можно найти как

$$\Delta_i = \delta_0 + \delta_1(\bar{X}_i - \bar{X}_1) + \delta_2(\bar{Y}_i - \bar{Y}_1), \quad (39)$$

где \bar{X}_i, \bar{Y}_i – плоские координаты в проекции Гаусса-Крюгера (удобнее использовать); $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ – параметры оформляющей плоскости.

Согласно рис. 4 и формулам (38) и (39):

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= H^s_1 - H^h_1 = \delta_0; \Delta_2 = H^s_2 - H^h_2 = \delta_0 + \delta_1(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) + \delta_2(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1); \\ \Delta_3 &= H^s_3 - H^h_3 = \delta_0 + \delta_1(\bar{X}_3 - \bar{X}_1) + \delta_2(\bar{Y}_3 - \bar{Y}_1), \end{aligned}$$

или

$$\left. \begin{aligned} H^s_2 - H^h_2 &= H^s_1 - H^h_1 + \delta_1(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) + \delta_2(\bar{Y}_2 - \bar{Y}_1) \\ H^s_3 - H^h_3 &= H^s_1 - H^h_1 + \delta_1(\bar{X}_3 - \bar{X}_1) + \delta_2(\bar{Y}_3 - \bar{Y}_1) \end{aligned} \right\}. \quad (40)$$

Решая систему уравнений (40), можно вычислить параметры оформляющей плоскости δ_1 и δ_2 . Теперь поправку Δ_i к геодезической высоте, определенной по спутниковым наблюдениям на пункте с номером i , можно найти по формуле

$$\Delta_i = H^s_1 - H^h_1 + \delta_1(\bar{X}_i - \bar{X}_1) + \delta_2(\bar{Y}_i - \bar{Y}_1).$$

Подводя итог выполненных исследований, можно сформулировать алгоритм вычисления нормальных высот по результатам высокоточных спутниковых измерений.

1. Необходимо наличие как минимум трех пунктов с известными координатами и нормальными высотами в национальной или местной системе координат.
2. Определение координат одного из пунктов в системе WGS-84 или ПЗ-90 при использовании спутниковых навигационных систем. Эти координаты определяются только один раз и остаются неизменными на весь цикл работ, и по ним вычисляются координаты определяемых пунктов, для которых необходимо вычислить нормальные высоты. Назовем этот пункт опорным.
3. По результатам фазовых измерений определяются приращения координат до пунктов с известными координатами в национальной или местной системе координат.
4. Используя координаты опорного пункта и приращения координат, вычисляются координаты остальных пунктов с известными координатами в национальной или местной системе координат.
5. Вычисляются параметры преобразования координат из общеземной си-

стемы координат в национальную или местную систему координат.

6. Вычисляются параметры оформляющей плоскости (при наличии трех общих пунктов) или поверхности, если количество общих пунктов более трех.

7. Выполняются полевые измерения для вычисления приращений координат между опорным пунктом и определяемыми пунктами. Используя ранее определенные координаты опорного пункта, вычисляются координаты определяемых пунктов.

8. Вычисляются геодезические высоты определяемых пунктов относительно эллипсоида Красовского и затем их нормальные высоты, используя параметры оформляющей плоскости или поверхности.

Такая методика выполнения спутникового нивелирования позволяет достичь максимальной точности, близкой к точности определения приращений координат. При передаче нормальных высот на значительные расстояния (десятки километров) неизбежно появится ошибка, обусловленная расхождением между оформляющей поверхностью и реальной поверхностью квазигеоида. В таких случаях без привлечения результатов гравиметрических съемок достичь высокой точности определения нормальных высот не удастся.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обзор нормативной и научной литературы, посвященный использованию спутниковых методов измерений для определения геодезических и нормальных высот, показывает, что в настоящее время нет детальных точностных исследований спутникового нивелирования. Практически полностью отсутствует научно обоснованная методика обработки результатов спутниковых измерений при определении высот и превышений. В связи с этим в диссертации разработана методика вычисления геодезических высот, используя результаты спутниковых измерений, и получены рабочие формулы, которые исключают необходимость использования криволинейных координат. Это позволило выполнить теоретические исследования точности вычисления геодезических высот и разностей геодезических высот.

В диссертации доказано, что относительно невысокая точность вычисления разностей геодезических высот связана не с особенностями условий пространственной засечки, а в большей степени зависит от необходимости использовать абсолют-

ные координаты пунктов, которые определяются с невысокой точностью (3 – 5 м).

Выполненные исследования создали основу для разработки научно обоснованной методики обработки результатов спутниковых измерений.

В настоящее время спутниковое нивелирование находит широкое применение в различных областях геодезии, в том числе и в инженерно-геодезических работах. Итоговой целью способа, разработанного в диссертации, является получение нормальных высот пунктов. По результатам спутниковых измерений вычисляется геодезическая высота пункта, и для определения нормальной высоты необходимо в районе работ наличие пунктов с известными нормальными высотами. После обработки спутниковых наблюдений получаются прямоугольные координаты в системе WGS-84 или ПЗ-90 (при использовании спутниковых навигационных систем NAVSTAR GPS или ГЛОНАСС), которые существенно отличаются от координат пунктов с известными нормальными высотами в системе координат СК-42, СК-63 либо СК-95. Такие расхождения не могут не сказаться на точности определения нормальных высот вновь определяемых пунктов. Однако ни в научной, ни в технической литературе нет рекомендаций по вопросу преобразования координат при выполнении спутникового нивелирования. Помимо этого жесткая конкурентная борьба между фирмами привела к тому, что все программные продукты стали закрытыми от специалистов и представляются потребителям как конечная разработка, которую он вынужден покупать, полагаясь на авторитет фирмы.

Поэтому отсутствие на данный момент детального анализа методов решения тормозит развитие весьма перспективной технологии.

В результате проведенных исследований по повышению точности определения нормальных высот по данным спутниковых измерений для решения прикладных задач геодезии разработан алгоритм вычисления, изложенный в главе 5.

Представленный алгоритм позволяет обрабатывать результаты спутниковых наблюдений в соответствии с требованиями выполнения геодезических работ на территории нашей страны. Точность вычисления нормальных высот будет зависеть от степени совпадения оформляющей поверхности с поверхностью квазигеоида в районе выполняемых работ. Другими словами, насколько аппроксимирует условная поверхность кривую изменения высот квазигеоида в данном районе. Если имеется только три общих пункта с известными координатами, то можно по-

строить только оформляющую плоскость. При большем числе исходных пунктов можно получить более сложную аппроксимирующую поверхность, что положительно скажется на повышении точности нормальных высот, определенных предложенной выше методикой.

Публикации по теме диссертации:

1. Гайрабеков И.Г., Кравчук И.М. Оценка точности вычисления геодезической высоты по результатам спутниковых измерений. *Геодезия и картография*. № 6, 2010, с. 5-7.
2. Ключин Е.Б., Кравчук И.М. Спутниковое нивелирование. Сборник статей по итогам Международной научно-технической конференции, посвященной 230-летию основания МИИГАиК. Выпуск 2, часть II, МИИГАиК, М.: 2009.
3. Ключин Е.Б., Кравчук И.М. Теоретические исследования точности спутникового нивелирования. Материалы 5-й Международной научно-практической конференции «Геопространственные технологии и сферы их применения». 11-12 марта 2009 г. Материалы конференции. М.: Информационное агентство «Гром», 2009, 92 с.
4. Кравчук И.М. Особенности вычисления нормальных высот по результатам спутниковых измерений. *Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка*. № 4, М.: МИИГАиК, 2010.
5. Кравчук И.М., Семеонова А.Е. Спутниковое нивелирование. Доклад на 64-й Юбилейной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК, посвященной 230-й годовщине со дня его основания. М., 7-8 апреля 2009.