



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Геодезический факультет
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
15 мая 2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
МОДУЛЬ. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
«Б1.О.02.01 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование

Направленность(профиль) подготовки: Космическая геодезия и навигация

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2026

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 13 з.е.
в академических часах: 468 ак.ч.

Москва, 2026

Разработчики:

Профессор кафедры Высшей математики, д.н., профессор
Нейман Ю. М.

Профессор кафедры Высшей математики, д.т.н., доцент
Сугаипова Л. С.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование, утвержденного приказом Минобрнауки от 12.08.2020 № 972

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	Геодезический факультет	Председатель ученого совета факультета	Половнев О. В.	Рассмотрено	28.01.2026, № 14

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя математические и естественнонаучные знания

ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации

Знать:

ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ОПК-1.1/Нв2 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделить рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли

Знать:

ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий

Уметь:

ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

Владеть:

ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений

Знать:

ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени

Уметь:

ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени

Владеть:

ОПК-1.3/Нв2 Способностью интерпретировать полученные численные значения характеристик, отражающих изменение объекта с течением времени

ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ

Знать:

ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики

Уметь:

ОПК-1.4/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-1.4/Нв2 Способностью использовать современные научные разработки для анализа происходящих процессов и качественной оценки проведенных работ

ОПК-1.4/Нв3 Специализированной научной, производственной и профессиональной терминологией

ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов

Знать:

ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике

Уметь:

ОПК-1.5/Ум3 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования

Владеть:

ОПК-1.5/Нв3 Навыками интерпретации результатов опубликованных исследований с целью применения существующих наработок для совершенствования методов решения профессиональных задач

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.02.01 «Высшая математика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 1, 2, 3, 4.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
1 семестр	108	3	34	36	38	Зачет с оценкой
2 семестр	108	3	30	30	12	Экзамен (36)
3 семестр	144	4	34	34	76	Зачет с оценкой
4 семестр	108	3	30	30	14	Экзамен (34)
Всего	468	13	128	130	140	70

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соответствующие результатам освоения программы
Раздел 1. Введение в математический анализ	26	6	10	10	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 1.1. Функции одной переменной	5	1	2	2	
Тема 1.2. Пределы	10	2	4	4	
Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин	6	2	2	2	
Тема 1.4. Непрерывность функций	5	1	2	2	
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	32	10	10	12	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 2.1. Производная и дифференциал	12	4	4	4	
Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков	3	1	1	1	

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	3	1	1	1	
Тема 2.4. Формула Тейлора	4	1	1	2	
Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления	10	3	3	4	
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	50	18	16	16	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл	6	2	2	2	
Тема 3.2. Основные методы интегрирования	16	6	4	6	
Тема 3.3. Определенный интеграл и его свойства	6	3	1	2	
Тема 3.4. Вычисление определенного интеграла	7	2	3	2	
Тема 3.5. Несобственные интегралы	6	2	2	2	
Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла	9	3	4	2	
Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия	35	15	15	5	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 4.1. Векторы	2	1	1		
Тема 4.2. Скалярное произведение векторов	5	2	2	1	
Тема 4.3. Векторное произведение векторов	5	2	2	1	
Тема 4.4. Смешанное произведение векторов	5	2	2	1	
Тема 4.5. Канонические уравнения кривых второго порядка	6	2	2	2	
Тема 4.6. Плоскость	6	3	3		
Тема 4.7. Прямая в пространстве	6	3	3		
Раздел 5. Элементы линейной алгебры	37	15	15	7	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 5.1. Матрицы	2	1	1		
Тема 5.2. Определители	4	2	2		
Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы	4	2	2		
Тема 5.4. Обратная матрица	6	2	2	2	
Тема 5.5. Линейные пространства	5	2	2	1	
Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	16	6	6	4	
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	54	12	12	30	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 6.1. Функции нескольких переменных	4	1	1	2	ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	20	6	6	8	
Тема 6.3. Геометрические приложения частных производных	8	1	1	6	
Тема 6.4. Экстремум функции нескольких переменных	12	2	2	8	
Тема 6.5. Скалярное поле	10	2	2	6	
Раздел 7. Кратные интегралы	36	8	8	20	ОПК-1.1
Тема 7.1. Двойной интеграл	16	5	5	6	ОПК-1.2
Тема 7.2. Тройной интеграл	9	1	1	7	ОПК-1.3
Тема 7.3. Приложения кратных интегралов	11	2	2	7	ОПК-1.4 ОПК-1.5
Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы	54	14	14	26	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 8.1. Элементы теории поля	12	3	3	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 8.2. Криволинейные интегралы	22	6	6	10	
Тема 8.3. Поверхностные интегралы	20	5	5	10	
Раздел 9. Ряды	42	18	18	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 9.1. Числовые ряды	15	6	6	3	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 9.2. Функциональные ряды	27	12	12	3	
Раздел 10. Дифференциальные уравнения	32	12	12	8	
Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	11	4	4	3	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков	15	6	6	3	
Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений	6	2	2	2	
Итого	398	128	130	140	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Тема 1.1. Функции одной переменной

- 1.1. Определение и способы задания функции
- 1.2. Основные свойства функций
- 1.3. Классификация функций

Тема 1.2. Пределы

- 2.1. Основные определения
- 2.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов
- 2.3. Теоремы о существовании пределов
- 2.4. Первый замечательный предел
- 2.5. Определение предела числовой последовательности
- 2.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел

Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин

- 3.1. Сравнение бесконечно малых
- 3.2. Эквивалентные бесконечно малые и их свойства

Тема 1.4. Непрерывность функций

- 4.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
- 4.2. Точки разрыва и их классификация
- 4.3. Теоремы о непрерывных функциях
- 4.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля

Контрольная работа

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Тема 2.1. Производная и дифференциал

- 1.1. Определение производной
- 1.2. Дифференцируемость и дифференциал
- 1.3. Основные правила дифференцирования
- 1.4. Производные неявно и параметрически заданной функций
- 1.5. Линеаризация функций

Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков

- 2.1. Производные высших порядков
- 2.2. Дифференциалы высших порядков
- 2.3. Инвариантность формы дифференциала

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

- 3.1 Теорема Ферма
- 3.2. Теорема Ролля
- 3.3 Теорема Лагранжа
- 3.4 Теорема Коши
- 3.5 Правило Лопиталя

Тема 2.4. Формула Тейлора

- 4.1. Формула Тейлора для многочлена
- 4.2. Формула Тейлора для произвольной функции

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

- 5.1. Монотонность функций
- 5.2. Экстремумы функций
- 5.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
- 5.4. Асимптоты графика функции
- 5.5. Общая схема исследования и построения графика функции
- 5.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Свойства неопределенного интеграла
- 1.3. Таблица основных интегралов

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

- 2.1. Непосредственное интегрирование
- 2.2. Метод замены переменной
- 2.3. Формула интегрирования по частям
- 2.4. Общие сведения о рациональных функциях
- 2.5. Интегрирование простейших алгебраических дробей
- 2.6. Интегрирование рациональных дробей
- 2.7. Интегрирование функций, рациональных относительно синуса и косинуса
- 2.8. Интегрирование некоторых иррациональных функций

Тема 3.3. Определенный интеграл и его свойства

- 3.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы
- 3.2. Геометрический смысл определенного интеграла
- 3.3. Основные свойства определенного интеграла

Тема 3.4. Вычисление определенного интеграла

- 4.1. Формула Ньютона-Лейбница
- 4.2. Замена переменной в определенном интеграле
- 4.3. Интегрирование по частям
- 4.4. Интегрирование четных и нечетных функций на симметричных отрезках

Тема 3.5. Несобственные интегралы

- 5.1. Интегралы с бесконечными пределами
- 5.2. Интегралы от неограниченных функций

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

- 6.1. Вычисление площади в прямоугольных координатах
- 6.2. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах
- 6.3. Длина дуги кривой
- 6.4. Объем тела

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 4.1. Векторы

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Линейные операции над векторами
- 1.3. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису
- 1.4. Система координат
- 1.5. Проекция вектора на ось
- 1.6. Представление векторов в декартовой системе координат

Тема 4.2. Скалярное произведение векторов

- 2.1. Определение и свойства скалярного произведения
- 2.2. Скалярное произведение в декартовых координатах

Тема 4.3. Векторное произведение векторов

- 3.1. Определители второго и третьего порядков
- 3.2. Определение векторного произведения и его свойства
- 3.3. Векторное произведение в декартовых координатах

Тема 4.4. Смешанное произведение векторов

- 4.1. Смешанное произведение векторов и его свойства
- 4.2. Смешанное произведение в декартовых координатах

Тема 4.5. Канонические уравнения кривых второго порядка

- 5.1. Эллипс
- 5.2. Гипербола
- 5.3. Парабола

Тема 4.6. Плоскость

- 6.1. Уравнения поверхностей и линий в пространстве
- 6.2. Способы задания плоскости в пространстве
- 6.3. Взаимное расположение плоскостей

Тема 4.7. Прямая в пространстве

- 7.1. Способы задания прямой в пространстве
- 7.2. Взаимное расположение прямых в пространстве
- 7.3. Взаимное расположение прямой и плоскости
- 7.4. Основные задачи на прямую и плоскость

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Тема 5.1. Матрицы

- 1.1. Понятие матрицы
- 1.2. Линейные операции над матрицами
- 1.3. Транспонирование и умножение матриц

Тема 5.2. Определители

- 2.1. Понятие определителя
- 2.2. Свойства определителей
- 2.3. Основные методы вычисления определителей n -го порядка

Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы

- 3.1. Понятие линейной зависимости строк матрицы
- 3.2. Базисный минор и ранг матрицы
- 3.3. Вычисление ранга матрицы

Тема 5.4. Обратная матрица

- 4.1. Обратная матрица и ее отыскание
- 4.2. Правило Крамера

Тема 5.5. Линейные пространства

- 5.1. Понятие линейного пространства
- 5.2. Понятие линейной зависимости векторов линейного пространства
- 5.3. Базис и координаты вектора
- 5.4. Размерность линейного пространства
- 5.5. Понятие изоморфизма линейных пространств
- 5.6. Преобразование координат при переходе к новому базису пространства

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

- 6.1. Понятие СЛАУ и ее решения
- 6.2. Условие совместности СЛАУ
- 6.3. Однородные СЛАУ
- 6.4. Общее решение СЛАУ
- 6.5. Метод Гаусса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

- 2.1 Частные производные первого порядка
- 2.2 Дифференцируемость и полный дифференциал
- 2.3 Инвариантность формы дифференциала первого порядка
- 2.4 Линеаризация функции
- 2.5 Частные производные и дифференциалы высших порядков
- 2.6 Производная сложной функции
- 2.7 Дифференцирование неявно заданной функции

Тема 6.3. Геометрические приложения частных производных

- 3.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
- 3.2. Геометрический смысл полного дифференциала
- 3.3. Нормальная плоскость и касательная к пространственной кривой

Тема 6.4. Экстремум функции нескольких переменных

- 4.1. Формула Тейлора
- 4.2. Локальный экстремум
- 4.3. Условный экстремум
- 4.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

Тема 6.5. Скалярное поле

- 5.1. Линии и поверхности уровня
- 5.2. Производная по направлению
- 5.3. Градиент скалярного поля

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 7. Кратные интегралы

Тема 7.1. Двойной интеграл

- 1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
- 1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
- 1.3. Замена переменных в двойном интеграле
- 1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Тема 7.2. Тройной интеграл

- 2.1. Тройной интеграл, его свойства и вычисление в прямоугольных декартовых координатах
- 2.2. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле

Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

- 3.1. Вычисление площади плоской области и площади поверхности
- 3.2. Вычисление объема тела
- 3.3. Механические приложения кратных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Тема 8.1. Элементы теории поля

Элементы теории поля

Тема 8.2. Криволинейные интегралы

- 2.1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и способы вычисления
- 2.2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и способы вычисления. Условие независимости от пути интегрирования
- 2.3. Формула Грина
- 2.4. Приложения криволинейных интегралов

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

- 3.1. Понятия поверхностных интегралов первого и второго рода
- 3.2. Формула Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 9. Ряды

Тема 9.1. Числовые ряды

- 1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости
- 1.2. Признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов
- 1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 9.2. Функциональные ряды

- 2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости
- 2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля
- 2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 2.4. Приближенные вычисления с применением степенных рядов
- 2.5. Комплексные числа и действия с ними
- 2.6. Ортогональная система функций
- 2.7. Ряд Фурье. Теорема Дирихле
- 2.8. Ряды Фурье четных и нечетных функций
- 2.9. Элементы спектрального анализа
- 2.10. Понятие об интеграле Фурье

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

- 2.1. Основные понятия
- 2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка
- 2.3. Теория решения линейных уравнений второго порядка
- 2.4. Теория решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами второго и более высоких порядков. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Основные понятия и способы решения

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».

- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 3 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 4 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 1.4. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y = 7\sin 3x + \cos 3x$$

3. Постройте графики функций

$$y = |2x+1| + |x-1|, \quad y = |\arcsin 2|x|| - \frac{\pi}{2}$$

4. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}$$

5. Вычислите пределы

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} - \sqrt{n-2}}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + 4n^2}{5 + 8n^2} \right)^{\frac{n+1}{2}};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1+3n)^n - 27n^n}{(1+4n)^2 + 2n^2}; \quad \text{д)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(n+2)! - (n+1)n!}{n(n+1)!}; \quad \text{е)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n+1} + 2^{2n}}{2^{2n+3} - 5^{2n}}; \\ \text{ё)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 \sqrt[3]{3n+4} - \sqrt[3]{3(n^2+1)^2}}{1 + \sqrt[3]{n+2}}; \quad \text{ж)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}; \\ \text{з)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3} \cos n}{n+5}; \quad \text{и)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} \right). \end{aligned}$$

6. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} \text{а)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \\ \text{б)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{2x - 1}; \quad \text{в)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1}{x^4 - x^2 + x + 12}; \\ \text{г)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}; \quad \text{д)} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x); \\ \text{е)} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}; \quad \text{ё)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+2}; \quad \text{ж)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}; \\ \text{з)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin 3x - \cos 3x}; \quad \text{и)} \lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{x-2}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}. \end{aligned}$$

7. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые

$$\begin{aligned} \text{а)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{\sin x}{2} + 1 \right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \\ \text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \quad \text{д)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1+x} - 1)}; \quad \text{е)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \\ \text{ё)} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \quad \text{з)} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \\ \text{и)} \lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(x+3) - \ln x). \end{aligned}$$

8. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва

$$\begin{aligned} \text{а)} f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б)} f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad \text{в)} f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases} \\ \text{г)} f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д)} f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{\pi-x}}. \end{aligned}$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg \left(\frac{x-5}{x} \right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

$$y = \arcsin\left(\frac{x^2 - 10x + 24}{x^2 - 10x + 24}\right) = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}.$$

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{7^x - 7}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt[n]{x} \ln^m x; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x};$$

$$\text{ж) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow 3} \sin(x-3) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}.$$

3. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y = e^{\sin x}, \text{ если } x_0 = 0$$

4. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

5. Исследуйте функцию и постройте график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

6. Вычислите

$$\text{а) } \cos 46^\circ 15'; \quad \text{б) } \sqrt{16,28}.$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$1. \int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} \right) dx; \quad \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \quad \int \left(5^x - \frac{1}{x^3} \right) dx;$$

$$\int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx.$$

$$2. \int x\sqrt[3]{6x^2+1} dx; \quad \int x e^{-2x^2} dx; \quad \int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x} dx; \quad \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}.$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2-6x}; \quad \int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}; \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}.$$

$$4. \int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16-e^x}}; \quad \int \frac{dx}{e^{2x}+1}; \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}; \quad \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}.$$

$$5. \int (3x-x^2) \cos 2x dx; \quad \int x^2 \ln^2(x+1) dx; \quad \int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}; \quad \int (e^{2x}+4) \sin 3x dx; \\ \int \arcsin(3x+1) dx.$$

2. Найдите следующие интегралы

$$6. \int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{x(x+3)(x-1)} dx; \quad \int \frac{2x^3+x+1}{x^3(x+1)} dx;$$

$$\int \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x + 9}{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)} dx; \int \frac{(2x + 5) dx}{(x^2 + 3x)(x^2 + x + 1)}.$$

$$7. \int \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx; \quad \int \cos^5 x \sin^2 x dx; \quad \int \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{4 \cos^2 x - \sin 2x + 1} dx;$$

$$\int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx.$$

$$8. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt{x}}{2\sqrt[6]{x^2} + 4} dx; \quad \int \frac{4 + \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x - 1 + \sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}} dx; \quad \int \frac{(12x^3 + 5x^2 - 2) dx}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}};$$

$$\int \sqrt{16 - x^2} dx.$$

3. Вычислите следующие интегралы

$$a) \int_1^5 \cos 5x dx; \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt{1+x^2} dx; \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}};$$

$$б) \int_{-3}^1 (4-x) \cos \frac{x}{3} dx; \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \int_0^1 (5-2x) e^{-\frac{x}{2}} dx; \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx;$$

$$в) \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx; \int_2^3 \frac{2x^2 + 4}{x^3 - x^2 - x + 1} dx; \int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)};$$

$$\int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)};$$

$$г) \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}; \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x - x^2 - 15}}; \int_4^5 \frac{x dx}{x^4 - 4x^2 + 3}; \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2 - 6x - 9x^2}};$$

$$д) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx; \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx;$$

$$е) \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x (3 + e^{-x})}; \int_3^8 \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1} dx; \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}; \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}.$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

5. Вычислите длину кривой

$$y = x^2 \text{ на отрезке } [0; 2]$$

6. Вычислите следующие несобственные интегралы или докажите их расходимость

$$a) \int_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx; \quad б) \int_0^1 \frac{2e^{\frac{1-\frac{2}{\pi} \arcsin x}}}{\pi \sqrt{1-x^2}} dx.$$

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 4.7. Прямая в пространстве

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите скалярное произведение

$$\left(\frac{1}{3}\bar{b} - 2\bar{a}\right) \cdot (2\bar{b} + 3\bar{a}), \text{ пр}_{\bar{b}}(\bar{a} + 3\bar{b}) \text{ и } \cos\left(\frac{\pi}{4}, 2\bar{b}\right),$$

$$\text{если } \bar{a} = -5\bar{m} - 6\bar{n}, \bar{b} = 2\bar{m} + 7\bar{n}, |\bar{m}| = 2, |\bar{n}| = 7, (\bar{m}, \bar{n}) = \pi.$$

2. Вычислите модуль векторного произведения

$$[3\bar{a} - \bar{b}, 2\bar{c} + \bar{a}],$$

$$\text{если } \bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}, \bar{b} = -\bar{j} - \bar{k}, \bar{c} = 5\bar{i} - 2\bar{k}.$$

3. Вычислите смешанное произведение

$$(\bar{a}, \bar{b} - 2\bar{c}, \bar{a} - \bar{c}),$$

$$\text{если } \bar{a} = \bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}, \bar{b} = \bar{i} - \bar{j} + 3\bar{k}, \bar{c} = \bar{i} - 2\bar{j} - 2\bar{k}$$

4. Выполните пункты а)--к)

$$\text{Пусть } A = (3, -1, 5), B = (2, -1, 4), C = (4, 0, 5), D = (1, 0, 4).$$

а) Напишите уравнение плоскости (ABC) .

б) Напишите канонические уравнения прямой l , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

в) Напишите канонические уравнения прямой m , проходящей через точку D параллельно прямой (AB) .

г) Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC) .

д) Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB) .

е) Вычислите расстояние между прямыми l и (AB) .

ё) Напишите уравнение плоскости π , проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC) .

ж) Напишите уравнение плоскости α , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD) .

и) Найдите угол между плоскостями π и (ABD) .

й) Найдите угол между прямыми l и (CD) .

к) Найдите угол между прямой (AB) и плоскостью (CBD) .

5. Выполните пункты а)--и)

$$\text{Пусть } A = (3, 4, -1), B = (2, -4, 2), C = (5, 6, 0), D = (11, -3, -12).$$

а) Найдите координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$, их модули и направляющие косинусы.

б) Найдите координаты векторов $\overline{AB} - 2\overline{BC} + 4\overline{DA}$ и $7\overline{AB} - \overline{AC} + 3\overline{DA}$.

в) Найдите угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

г) Найдите проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.

д) Найдите координаты точки M , делящей отрезок AB в отношении 2:1.

е) Докажите неколлинеарность векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и вычислите площадь треугольника ABC .

ё) Вычислите длину высоты треугольника ABC , опущенной из вершины A .

ж) Докажите некомпланарность векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ и вы-

числите объем пирамиды $ABCD$.

з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро BC и вершины A и D пирамиды $ABCD$.

и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенной из вершины D .

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 5.5. Линейные пространства

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите базис и размерность следующих пространств

а) $V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n | x_1 = 0\}$;

б) $V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n | x_1 = x_n = 0\}$;

в) $V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n | x_1 = x_2 = \dots = x_n\}$.

2. Выпишите все векторы, входящие в линейную оболочку данной системы векторов:

а) $(1, 0, 0, 0)$;

б) $(1, 0, 0, 1)$; $(0, 0, 0, 1)$;

в) $(1, 0, 0, 0)$; $(0, 0, 0, 1)$; $(0, 1, 1, 0)$.

3. Найдите

Найдите матрицы перехода от базиса $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ к базисам $e' = (\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3)$ и $e'' = (\bar{e}''_1, \bar{e}''_2, \bar{e}''_3)$, а также координаты вектора $\bar{x} = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3$ в базисах e' и e'' , если $\bar{e}'_1 = 3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3$, $\bar{e}'_2 = -4\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2 - 5\bar{e}_3$, $\bar{e}'_3 = 5\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3$ и $\bar{e}''_1 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3$, $\bar{e}''_2 = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$, $\bar{e}''_3 = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$.

4. Найдите собственные значения и собственные векторы

оператор $f: V^3 \rightarrow V^3$,

задан в базисе $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите произведение матриц A и B , если

а) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = (1 \ 2 \ 3)$; в) $A = (1 \ 2 \ 3)$,

$B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; г) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; д) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$$\begin{aligned}
& B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{е) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ -3 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \\
& \text{ё) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 6 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}; \\
& \text{ж) } A = \begin{pmatrix} \chi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \chi_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \chi_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{mn} \end{pmatrix}; \\
& \text{з) } A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_n \end{pmatrix}; \quad \text{и) } A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \\
& B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

2. Вычислите значение многочлена от матрицы, если

$$\text{а) } f(x) = x^2 + x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } f(x) = x^2 + 3x - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 4 & 5 & 4 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Являются ли линейным векторным пространством следующие множества?

$$\text{а) } V = \{f(x) \mid f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2, \quad a_0, a_1, a_2 \in R\};$$

$$\text{б) } V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \cdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \mid \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in R \right\};$$

$$\text{в) } V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{mn} \end{pmatrix} \mid \alpha_{ij} \in R, \quad i, j = \overline{1, n} \right\}.$$

4. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0.$$

5. Матричным методом решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

6. Решите системы методом Гаусса

$$\begin{aligned}
& \text{а) } \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases} \\
& \text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0. \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

7. Методом Крамера решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 6.5. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Постройте линии уровня функции

$$z = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2),$$

придавая z значения от -1 до $\frac{3}{2}$ через $\frac{1}{2}$.

2. Найдите угол между градиентами функции

$$z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$$

в точках $M_1 = (1, 1)$ и $M_2 = (3, 4)$, а также производную функции z в точке M_1 по направлению к точке M_2 .

3. Вычислите значения производных функции

$$z = x^y, \text{ где } x = \sin u, y = \cos v, u_0 = \frac{\pi}{2}, v_0 = 0, \text{ с точностью до двух знаков после запятой.}$$

4. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2)$$

Раздел 7. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Измените порядок интегрирования, изобразите область интегрирования

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

2. Вычислите

$$\iint_D (2x - y) dx dy, \text{ где область } D \text{ ограничена линиями } y = x^2, y = x,$$

$$\iint_D \dots$$

$$x=1, x=2.$$

3. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями
 $y=2x, x+y+z=2, x \geq 0, z \geq 0.$

4. Вычислите массу тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0,$
 где $\mu = 32z$ – плотность тела.

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S x dz, \text{ где } S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 2\}.$$

2. Найдите циркуляцию векторного поля

$$\vec{a} = 4y\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k} \text{ вдоль замкнутого контура, заданного параметрическими уравнениями } x = \cos t, y = \sin t, z = 2 - \sin t - \cos t \text{ } (0 \leq t \leq 2\pi).$$

3. Используя формулу Остроградского-Гаусса, найдите поток векторного поля

$$\vec{a} = (xy + y^2 + z)\vec{i} + (x^2z + yz)\vec{j} + (x^2 + xz)\vec{k} \text{ через замкнутую поверхность, образованную поверхностями } x^2 + y^2 = 4, z = 0 \text{ и } z = 1 \text{ (нормаль внешняя).}$$

4. Используя формулу Стокса, найдите модуль циркуляции векторного поля

$$\vec{a} = x\vec{i} - z^2\vec{j} + y\vec{k} \text{ вдоль замкнутого контура, заданного уравнениями } x^2 + y^2 = 4, 4x - 3y - z = 3.$$

Раздел 9. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 9.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте сходимость рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n;$$

$$\text{д) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n};$$

$$\text{ж) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}; \quad \text{з) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}.$$

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \text{ с точностью } \varepsilon = 0,01.$$

3. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$$

Тема 9.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}; \text{ б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n}$$

2. Разложите в ряд Маклорена функцию

$$f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}$$

3. Вычислите с заданной точностью

$$\text{а) } \sqrt[6]{738}, \text{ при } \varepsilon = 0,001; \text{ б) } \int_0^1 \cos \sqrt{x} dx, \text{ при } \varepsilon = 0,0001.$$

4. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \\ -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\begin{aligned} \text{а) } y' &= (1+x^2)(4+y^2); & \text{б) } 2x^2yy' + y^2 &= 2, y(-1) = 2; \\ \text{в) } xydx &+ (x+1)dy &= 0, y(0) &= 1. \end{aligned}$$

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } x(y' - x \cos x) = y; \text{ б) } xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}; \text{ в) } xy' + y - e^x = 0, y(1) = 2.$$

3. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\begin{aligned} \text{а) } y'' &= xe^{x^2} + 3^{-x}; \text{ б) } y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x, y(0) = 1, y'(0) = 4; \text{ в) } x^2y'' = y'^2; \\ \text{г) } y'' &= 2yy'; \text{ д) } xyy'' - xy'^2 = yy', y(1) = e, y'(1) = 2e. \end{aligned}$$

4. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

$$\text{а) } y'' + y' = 12x^2; \text{ б) } y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}; \text{ в) } y'' + 9y = 2x \sin x + xe^{3x}.$$

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Производная функции

Определение производной, дифференцируемость функции. Физический и геометрический смысл производной. Непрерывность и дифференцируемость функции. Уравнение нормали.

2. Свойства определенного интеграла

Основные свойства определенного интеграла, доказательства. Геометрический смысл теоремы о среднем.

3. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x};$$

2 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

4. Определитель

Понятие определителя. Свойства определителя.

5. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в трехмерном пространстве.

Привести определения. Перечислить свойства. Сделать чертеж.

6. С помощью определения выясните, являются ли данные системы линейно зависимыми?

а) $\vec{a}_1 = (1, 1, 1); \vec{a}_2 = (1, 1, 2); \vec{a}_3 = (1, 2, 3);$

б) $\vec{a}_1 = (4, 0, 1, -5); \vec{a}_2 = (0, 4, -5, -1); \vec{a}_3 = (-1, 5, 4, 0); \vec{a}_4 = (5, 1, 0, 4);$

в) $f_1(x) = 4 - x; f_2(x) = 2x + 3; f_3(x) = 6x + 8;$

г) $f_1(x) = \sin^2 x; f_2(x) = \cos^2 x; f_3(x) = \frac{1}{2}.$

3 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Производная по направлению. Градиент.

Сформулировать определение. Перечислить свойства.

2. Поток поля. Дивергенция поля. Циркуляция поля. Ротор поля.

Сформулировать определение. Перечислить свойства.

3. Определение поверхностного интеграла первого рода

Сформулировать определение. Привести свойства.

4 семестр, Экзамен

Вопросы/Задания:

7. Ортогональные системы функций

Сформулировать определение. Привести примеры (с доказательством).

8. Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования.

Сформулировать определение. Описать алгоритм решения.

9. Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 5y' + 4y = xe^{2x}$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2003. - 416 - 5-329-00327-X. - Текст: непосредственный.

2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.

3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 3-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2005. - 608 - 5-8112-1093-0. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов В 2-х т. Т. 2. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001; 2002. - 5-89602-013-9 (т.2). - Текст: непосредственный.

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т.1. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001. - 416 - 5-89602-012-0 (т.1). - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения

(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем

(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.

Меловая доска - 4 шт.

Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.

Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Высшая математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться с настоящей рабочей программой учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или обучающийся самостоятельно использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития,

индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.