МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Факультет оптического приборостроения
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор
А. Л. Степанченко
17 февраля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) «Б1.О.10 МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

Направленность(профиль) подготовки: Лазерная техника и лазерные технологии

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2023

Срок получения образования: 4 года

Объем: в зачетных единицах: 16 з.е.
в академических часах: 576 ак.ч.

Москва, 2023

Разработчики:

Доцент кафедры Высшей математики, кандидат физико-математических наук Волковая Т. А.

Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Маркарян Е. Г.

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии, утвержденного приказом Минобрнауки от 19.09.2017 № 951

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	факультет Оптического приборостроения	Председатель ученого совета факультета	Торшина И. П.	Рассмотрено	01.12.2022, № 1

1. Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и технологиями производства лазерной техники

ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании

Знать:

ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей

Уметь:

ОПК-1.1/Ум6 Строить математические модели изучаемых процессов и явлений

Владеть:

ОПК-1.1/Нв5 Навыками применения стандартных математических моделей и методов

ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике

Знать:

ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ОПК-1.2/Ум4 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ОПК-1.2/Нв4 Теоретическим аппаратом, иметь способность проводить аналитическую работу с источниками

ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности

Знать:

ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности

Уметь:

ОПК-1.3/Ум4 Применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности

Владеть:

ОПК-1.3/Нв4 Навыками использования применяемого в отрасли математического аппарата

2. Показатели и критерии оценивания компетенций

Планируемые результаты освоения программы	Уровень овладения	Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ по уровням освоения)

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и технологиями производства лазерной техники	Повышенный	ИДК ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании Знать: ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей Уметь: ОПК-1.1/Ум6 Строить математические модели изучаемых процессов и явлений Владеть: ОПК-1.1/Нв5 Навыками применения стандартных математических моделей и методов ИДК ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике Знать: ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи Уметь: ОПК-1.2/Ум4 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса Владеть: ОПК-1.2/Нв4 Теоретическим аппаратом, иметь способность проводить аналитическую работу с источниками ИДК ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности Знать: ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности Уметь: ОПК-1.3/Ум4 Применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности Владеть: ОПК-1.3/Нв4 Навыками использования применяемого в отрасли математического аппарата

	Базовый	ИДК ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании Знать: ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей Уметь: ОПК-1.1/Ум6 Строить математические модели изучаемых процессов и явлений ИДК ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике Знать: ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи Уметь: ОПК-1.2/Ум4 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса ИДК ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности Знать: ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности Уметь: ОПК-1.3/Ум4 Применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности
	Пороговый	ИДК ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании Знать: ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей ИДК ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике Знать: ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

		ИДК ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности Знать: ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности

3. Шкала оценивания

Оценка	Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ)
Отлично	ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей ОПК-1.1/Ум6 Строить математические модели изучаемых процессов и явлений ОПК-1.1/Нв5 Навыками применения стандартных математических моделей и методов ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ОПК-1.2/Ум4 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса ОПК-1.2/Нв4 Теоретическим аппаратом, иметь способность проводить аналитическую работу с источниками ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности ОПК-1.3/Ум4 Применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности ОПК-1.3/Нв4 Навыками использования применяемого в отрасли математического аппарата
Хорошо	ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей ОПК-1.1/Ум6 Строить математические модели изучаемых процессов и явлений ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ОПК-1.2/Ум4 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности ОПК-1.3/Ум4 Применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности

Удовлетворительно	ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности
Неудовлетворительно	Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне
Оценка	Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ)
Зачтено	ОПК-1.1 Способен применять знания математики в инженерной практике при моделировании ОПК-1.1/Зн6 Основные подходы к построению математических моделей ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общеинженерные знания в инженерной деятельности ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности
Не зачтено	Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне

4. Контрольные мероприятия по дисциплине

Вид контроля	Форма контроля/Оценочное средство
Текущий контроль	Решение задач Контрольная работа
Промежуточная аттестация	Контрольная работа Зачет Зачет с оценкой Экзамен

№ п/п	Наименование раздела	Контролируемые ИДК	Вид контроля/ используемые оценочные материалы	
			Текущий	Промежут. аттестация
1	Введение в математический анализ	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
2	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен

3	Интегральное исчисление функции одной переменной	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
4	Векторная алгебра и аналитическая геометрия	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
5	Элементы линейной алгебры	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач Контрольная работа	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
7	Кратные интегралы	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
8	Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач Контрольная работа	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
9	Ряды	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
10	Дифференциальные уравнения	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач Контрольная работа	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
11	Теория вероятностей	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач	Зачет Зачет с оценкой Экзамен
12	Элементы математической статистики	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Решение задач Контрольная работа	Зачет Зачет с оценкой Экзамен

5. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:
- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Зачет, 2 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 4 семестр.

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 5 семестр.

6. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ
Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 1.2. Функции одной переменной

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y=\lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right)-\sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y=|x+15|-|x-15|$$

3. Постройте графики функций

$$y=|2x+1|+|x-1|,\ y=\left|\arcsin 2|x|\right|-\frac{\pi}{2}.$$

4. Определите, является ли данная функция периодической, и найдите ее наименьший положительный период, если он существует

$$y=7\sin 3x+\cos 3x$$

Тема 1.3. Пределы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^2+n+1}{2n^2+n+1}=\frac{3}{2}.$$

2. Вычислите пределы:

$$\text{а)}\ \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2};\ \text{б)}\ \lim_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^5+3}+\sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2}-\sqrt{n-2}};$$

$$\text{в)}\ \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2+4n^2}{5+8n^2}\right)^{\frac{n+1}{2}};\ \text{г)}\ \lim_{n\to+\infty}\frac{(1+3n)^3-27n^3}{(1+4n)^2+2n^2};$$

$$\text{д)}\ \lim_{n\to+\infty}\frac{3(n+2)!-(n+1)n!}{n(n+1)!};\qquad \text{е)}\ \lim_{n\to+\infty}\frac{4^{2n+1}+2^{2n}}{2^{2n+3}-5^{2n}};$$

Тема 1.4. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые:

$$\text{а)}\ \lim_{x\to0}\frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x\arcsin x};\ \text{б)}\ \lim_{x\to0}\frac{\ln\left(\frac{\sin x}{2}+1\right)}{e^{3x}-1};\ \text{в)}\ \lim_{x\to0}\frac{\operatorname{arctg}\,5x}{7^x-e^{-x}};$$

$$\text{г)}\ \lim_{x\to0}\frac{3^{\sin x}-1}{\ln(1+\operatorname{arctg}6x)};\ \text{д)}\ \lim_{x\to0}\frac{\arcsin 2x\cdot\left(e^{\sin 3x}-1\right)}{\sqrt{1-\cos x}\left(\sqrt{1+x}-1\right)};\ \text{е)}\ \lim_{x\to1}\frac{x^3-1}{\ln x};$$

$$\text{ё)}\ \lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{1+\cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x};\ \text{ж)}\ \lim_{x\to2}\frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x};\ \text{з)}\ \lim_{x\to0}\left(\frac{1+\sin x\cos 3x}{1+\sin x\cos 2x}\right)^{\frac{1}{\sin^3 x}};$$

$$\text{и)}\ \lim_{x\to+\infty}x\left(\ln(x+3)-\ln x\right).$$

2. Вычислите пределы:

$$\text{а)}\ \lim_{x\to3}\frac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9};\ \text{б)}\ \lim_{x\to\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+2x+1}}{2x-1};\ \text{в)}\ \lim_{x\to\infty}\frac{5x^4-2x^3-3x^2+1}{x^4-x^2+x+12};$$

$$\text{г)}\ \lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9};\ \text{д)}\ \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right);\ \text{е)}\ \lim_{x\to\pi}\frac{\sin 5x}{\sin 3x};$$

$$\text{ё)}\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-x+1}{2x^2+1}\right)^{x+2};\ \text{ж)}\ \lim_{x\to0}\frac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 5x};\ \text{з)}\ \lim_{x\to0}\frac{1+\sin x-\cos x}{1+\sin 3x-\cos 3x};$$

$$\text{и)}\ \lim_{x\to2}\sin\frac{x-2}{2}\operatorname{tg}\frac{\pi x}{4}.$$

Тема 1.5. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва:

а) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$; б) $f(x)=\operatorname{arcctg}\dfrac{1}{x}$; в) $f(x)=\begin{cases}|x|x, \text{ при } x<2,\\ x+2, \text{ при } x\ge 2;\end{cases}$

г) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, \text{ при } x\ne 0,\\ 2, \text{ при } x=0;\end{cases}$ д) $f(x)=\dfrac{\sin|x|}{x}e^{\frac{1}{\pi-x}}$.

2. Вычислите пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0\pm}\dfrac{1}{2-5^{\frac{1}{x}}}$; б) $\lim\limits_{x\to 1\pm}\dfrac{x^2-1}{|x-1|}$; в) $\lim\limits_{x\to 1\pm}\operatorname{arctg}\dfrac{1}{1-x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 2\pm}f(x)$, если $f(x)=\begin{cases}|x-1|-1, \text{ при } x\le 2,\\ \dfrac{x^2-2x}{x-2}, \text{ при } x>2;\end{cases}$

д) $\lim\limits_{x\to 0\pm}f(x)$, если $f(x)=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x}, \text{ при } x<0,\\ \sin x, \text{ при } x>0.\end{cases}$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 2.1. Производная и дифференциал

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y=\lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right)-\sqrt[3]{x+5}.$$

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Составьте уравнения касательной и нормали к графику заданных функций в точке, если

а) $y=\ln(\sin x+2\cos x)$, $x_0=\dfrac{\pi}{4}$;

б) $x^3+3xy^2-\ln y=x+3$, $x_0=1$, $y_0=1$; в) $x=2t+t^2$, $y=3t+t^3$, $t_0=1$.

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя

а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1+\ln x}{7^x-7}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln(x-2)}{\ln(e^x-e^2)}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\arcsin x\cdot\operatorname{ctg}x$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$; д) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\pi-2\operatorname{arctg}x}{e^{\frac{3}{x}}-1}$; е) $\lim\limits_{x\to 0+}\sqrt[n]{x}\ln^m x$; ё) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x}$;

ж) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\operatorname{tg}x)^{2x-\pi}$; з) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x-x^4}-\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[4]{x^3}}$; и) $\lim\limits_{x\to 3}\sin(x-3)\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{6}$.

Тема 2.4. Формула Тейлора

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y = e^{\sin x}, \text{ если } x_0 = 0 .$$

2. Разложите функцию по формуле Тейлора, если

$$y = 6\sin x + x^2, \text{ если } x_0 = \frac{\pi}{6} .$$

Тема 2.5. Исследование функций при помощи производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2+4}$$

2. Исследуйте функцию и постройте ее график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

1. $\int\left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x}\right)dx;$ $\int\frac{\left(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x}\right)^2}{x}dx;$ $\int\left(5^x - \frac{1}{x^3}\right)dx;$

   $\int(2\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x)^2\,dx.$

2. $\int x\sqrt[3]{6x^2+1}dx;$ $\int xe^{-2x^2}dx;$ $\int\frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x}dx;$ $\int\frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}.$

3. $\int\frac{dx}{x^2-6x};$ $\int\frac{(4-3x)\,dx}{5x^2+6x+18};$ $\int\frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}};$ $\int\frac{xdx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}.$

4. $\int\frac{e^{\frac{x}{2}}dx}{\sqrt{16-e^x}};$ $\int\frac{dx}{e^{2x}+1};$ $\int\frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}};$ $\int\frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}.$

5. $\int(3x-x^2)\cos 2x dx;$ $\int x^2\ln^2(x+1)dx;$ $\int\frac{x^2dx}{e^{2x}};$ $\int(e^{2x}+4)\sin 3x dx;$

   $\int\arcsin(3x+1)dx.$

Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения определенного интеграла, вычислите

$$\int_{-1}^{2} x^2 dx .$$

Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие интегралы:

а) $\int\limits_1^5 \cos 5x dx$; $\int\limits_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx$; $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx$; $\int\limits_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$;

б) $\int\limits_{-3}^1 (4-x)\cos\frac{x}{3} dx$; $\int\limits_2^5 \ln\frac{x}{2}(3x+2) dx$; $\int\limits_0^1 (5-2x)e^{-\frac{x}{2}} dx$; $\int\limits_0^1 x\cdot \operatorname{arctg} x dx$;

в) $\int\limits_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx$; $\int\limits_2^3 \frac{2x^2+4}{x^3-x^2-x+1} dx$; $\int\limits_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}$; $\int\limits_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$;

г) $\int\limits_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}$; $\int\limits_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}$; $\int\limits_4^5 \frac{x dx}{x^4-4x^2+3}$; $\int\limits_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}$;

д) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1} dx$; $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$; $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x)dx}{\sin 2x}$; $\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx$;

е) $\int\limits_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}$; $\int\limits_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx$; $\int\limits_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; $\int\limits_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$.

Тема 3.8. Несобственные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие несобственные интегралы или докажите их расходимость

а) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx$; б) $\int\limits_0^1 \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi}\arcsin x}}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx$.

Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

2. Вычислите длину одной арки циклоиды

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 4.2. Векторы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A=(3,4,-1)$, $B=(2,-4,2)$, $C=(5,6,0)$, $D=(11,-3,-12)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O,\ \bar{e}_1,\ \bar{e}_2,\ \bar{e}_3)$.

а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$, их модули и направляющие косинусы.

б) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}+4\overrightarrow{DA}$ и $7\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{DA}$.

в) Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

г) Найдите проекцию вектора $\overrightarrow{AD}$ на вектор $\overrightarrow{AB}$.

д) Найдите координаты точки M, делящей отрезок $[AB]$ в отношении 2:1.

е) Докажите неколлинеарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и вычислить площадь треугольника ABC.

ё) Вычислите длину высоты треугольника ABC, опущенную из вершины A.

ж) Докажите некомпланарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ и вычислить объем пирамиды $ABCD$.

з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро $[BC]$ и вершины A и D пирамиды $ABCD$.

и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D.

Тема 4.4. Векторное и смешанное произведение векторов

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите модуль векторного произведения в каноническом базисе

$$\left[3\bar{a}-\bar{b},\ 2\bar{c}+\bar{a}\right],$$

если $\bar{a}=2\bar{i}+2\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=-\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{c}=5\bar{i}-2\bar{k}$

Тема 4.7. Общая теория кривых второго порядка

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2+y^2-10x+4y+20=0.$$

Тема 4.9. Прямая в пространстве

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A=(3,-1,5)$, $B=(2,-1,4)$, $C=(4,0,5)$, $D=(1,0,4)$ в

некотором правом ортонормированном репере $\left(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\right)$.

а) Напишите уравнение плоскости (ABC).

б) Напишите канонические уравнения прямой l, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC).

в) Напишите канонические уравнения прямой m, проходящей через точку D параллельно прямой (AB).

г) Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC).

д) Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB).

е) Вычислите расстояние между прямыми l и (AB).

ё) Напишите уравнение плоскости π, проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC).

ж) Напишите уравнение плоскости α, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC).

з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD).

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 5.1. Матрицы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$A+3B-10C \quad \text{и} \quad A^{\mathrm{T}}+3B^{\mathrm{T}}+C^{\mathrm{T}}, \quad \text{если} \quad A=\begin{pmatrix}1&2&0&7\\7&0&2&1\end{pmatrix},$$

$$B=\begin{pmatrix}3&2&3&1\\1&4&3&3\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Тема 5.2. Определители

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите определители

$$\text{а)}\begin{vmatrix}9&12\\-2&15\end{vmatrix};\ \text{б)}\begin{vmatrix}6&1&1\\0&-1&-1\\1&-3&1\end{vmatrix};\ \begin{vmatrix}4&3&1\\0&1&2\\4&0&1\end{vmatrix};\ \text{в)}\begin{vmatrix}-3&-5&4&7\\9&8&-5&-8\\3&2&-3&-4\\6&7&-2&-5\end{vmatrix};\ \begin{vmatrix}1&2&3&4\\3&4&5&6\\5&6&7&9\\31&23&55&42\end{vmatrix}.$$

Тема 5.4. Обратная матрица и правило Крамера

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите присоединенную и обратную матрицы, если

а) $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$; б) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & -1 & -1\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$; в) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}$; г) $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

Тема 5.5. Линейные пространства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Вектор $\bar{x}\in V^3$ в базисе $e=(\bar{e}_1,\ \bar{e}_2,\ \bar{e}_3)$ имеет координаты $(3,\ -5,\ 4)$. Найдите координаты указанного вектора $\bar{x}$ в базисе $e'=(\bar{e}_1',\ \bar{e}_2',\ \bar{e}_3')$, если $\bar{e}_1'=2\bar{e}_1+\bar{e}_2+3\bar{e}_3$, $\bar{e}_2'=3\bar{e}_1+2\bar{e}_2+4\bar{e}_3$, $\bar{e}_3'=2\bar{e}_1-3\bar{e}_2+\bar{e}_3$.

2. Решите задачу

Найдите матрицы перехода от базиса $e=(\bar{e}_1,\ \bar{e}_2,\ \bar{e}_3)$ к базисам $e'=(\bar{e}_1',\ \bar{e}_2',\ \bar{e}_3')$ и $e''=(\bar{e}_1'',\ \bar{e}_2'',\ \bar{e}_3'')$, а также координаты вектора $\bar{x}=\bar{e}_1+2\bar{e}_2+\bar{e}_3$ в базисах e' и e'', если $\bar{e}_1'=3\bar{e}_1+2\bar{e}_2+3\bar{e}_3$, $\bar{e}_2'=-4\bar{e}_1-3\bar{e}_2-5\bar{e}_3$, $\bar{e}_3'=5\bar{e}_1+\bar{e}_2-\bar{e}_3$ и $\bar{e}_1''=2\bar{e}_1+2\bar{e}_2-\bar{e}_3$, $\bar{e}_2''=2\bar{e}_1-\bar{e}_2+2\bar{e}_3$, $\bar{e}_3''=-\bar{e}_1+2\bar{e}_2+2\bar{e}_3$.

Тема 5.6. Системы линейных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Матричным методом решите системы

а) $\begin{cases}x_1+x_2-x_3=0,\\ x_1-x_2+x_3=2,\\ -x_1+x_2+x_3=4;\end{cases}$ б) $\begin{cases}2x_1-3x_2+3x_3=-2,\\ 2x_1-x_2+x_3=2,\\ x_1+x_2+x_3=6;\end{cases}$

в) $\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3-2x_4=6,\\ 2x_1-x_2-2x_3-3x_4=8,\\ 3x_1+2x_2-x_3+2x_4=4,\\ 2x_1-3x_2+2x_3+x_4=-8.\end{cases}$

2. Методом Гаусса решите системы

а) $\begin{cases}8x_1+6x_2+5x_3+2x_4=21,\\ 3x_1+3x_2+2x_3+x_4=10,\\ 4x_1+2x_2+3x_3+x_4=8,\\ 3x_1+5x_2+1x_3+x_4=15,\\ 7x_1+4x_2+5x_3+2x_4=18;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1-2x_2+x_3+x_4-x_5=0,\\ 2x_1+x_2-x_3-x_4+x_5=0,\\ x_1+7x_2-5x_3-5x_4+5x_5=0,\\ 3x_1-x_2-2x_3+x_4-x_5=0;\end{cases}$

б) $\begin{cases}12x_1+14x_2-15x_3+23x_4+27x_5=5,\\ 16x_1+18x_2-22x_3+29x_4+37x_5=8,\\ 18x_1+20x_2-21x_3+32x_4+41x_5=9,\\ 10x_1+12x_2-16x_3+20x_4+23x_5=4;\end{cases}$

в) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$

Тема 5.7. Элементы теории квадратичных форм

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений, а также размерность ее пространства решений и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0, \end{cases}$$

2. Решите задачу

Найдите матрицу оператора $f: V \to V$ в базисе $e' = \left(\overline{e}_1', \overline{e}_2', \overline{e}_3'\right)$, если в базисе $e = \left(\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3\right)$ его матрица имеет вид

$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $\overline{e}_1' = 2\overline{e}_1 + 3\overline{e}_2 + \overline{e}_3$, $\overline{e}_2' = 3\overline{e}_1 + 4\overline{e}_2 + \overline{e}_3$,

$\overline{e}_3' = \overline{e}_1 + 2\overline{e}_2 + 2\overline{e}_3$.

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите и изобразите область определения функции

$$z = \sqrt{\sin \pi \left(x^2 + y^2\right)}.$$

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите значения частных производных функции до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2}, 1\right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}.$$

Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производные неявно заданной функции

$$\frac{z}{xy} = z^3.$$

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) \text{ в точке } M_0 = \left(1,\ 1,\ \frac{\pi}{4}\right).$$

Тема 6.5. Экстремум функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = \left(2x - x^2\right)\left(2y - y^2\right).$$

Тема 6.6. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Найдите угол между градиентами функции $z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$ в точках $M_1 = (1,\ 1)$ и $M_2 = (3,\ 4)$, а также производную функции z в точке M_1 по направлению к точке M_2.

Раздел 7. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 7.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_{0}^{\sqrt{36-y^2}} f(x,y)\,dx + \int_{-3}^{0} dy \int_{0}^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x,y)\,dx$$

Тема 7.2. Тройной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите тройной интеграл

$$\iiint_V \left(y^2 + x^3 - z\right) dx\,dy\,dz, \text{ где } V\text{: } 0 \le x \le 2,\ -1 \le y \le 0,\ 0 \le z \le 1.$$

Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{2}z^2,\ \ x^2 + y^2 = \frac{1}{2}z,\ \ x = 0,\ \ y = 0\ \ (x \ge 0,\ y \ge 0),$$

где $\mu = 10xz$ – плотность тела.

2. Вычислить массу пластины D, ограниченной данными кривыми

$$x^2 + y^2 = 1,\ \ x^2 + y^2 = 16,\ \ x=0,\ y=0\ (x\geq 0,\ y\geq 0),$$

где $\mu = \dfrac{3y + x}{x^2 + y^2}$ – поверхностная плотность.

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 8.1. Элементы теории поля

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Используя формулу Остроградского-Гаусса, найдите поток векторного поля $\vec{a} = (xy + y^2 + z)\vec{i} + (x^2z + yz)\vec{j} + (x^2 + xz)\vec{k}$ через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + y^2 = 4$, $z=0$ и $z=1$ (нормаль внешняя).

Тема 8.2. Криволинейные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_L \left(y\sqrt{x} + y^2 + 2x\right) dl,$$

где L – отрезок прямой, заключенный между точками $A=(0,0)$ и $B=(2,1)$.

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S xyz\,ds,\ \text{где}\ S = \{(x,y,z) \mid x+y+z=1,\ x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0\}.$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Вычислите $\iint_D y\,dx\,dy$, где область D ограничена линиями

$$y^2 - 2y + x^2 = 0,\ \ y^2 - 4y + x^2 = 0,\ \ y = \frac{x}{\sqrt{3}},\ \ y = x\sqrt{3}.$$

2. Вычислите тройной интеграл

$\iiint_V y^2 z\,\mathrm{ch}(xy)\,dx\,dy\,dz$, где V ограничено поверхностями

$$x = 0,\ y = -1,\ y = x,\ z = 0,\ z = 2.$$

Раздел 9. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 9.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2+8n-5}.$$

2. Исследуйте сходимость рядов

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{+\infty} n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}}-1\right);\ \text{б)} \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg}\frac{\pi}{3^n};\ \text{в)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n};\ \text{г)} \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin\frac{n+3}{2n+5}\right)^n;$$

$$\text{д)} \sum_{n=1}^{+\infty} n^7\left(\frac{9}{10}\right)^n;\ \text{е)} \sum_{n=1}^{+\infty} n\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2};\ \text{ё)} \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{\left(n^3+2\right)\ln^2 n};$$

$$\text{ж)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)};\ \text{з)} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1}\frac{2n+1}{(n+1)n};\ \text{и)} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^{n^2}.$$

Тема 9.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2};\ \text{б)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2\left(x^2-2x+6\right)^n}.$$

2. Разложите в ряд Тейлора функцию

$$f(x)=2x^3+x^2-4x, \text{ если } x_0=-2.$$

Тема 9.3. Тригонометрические ряды. Интеграл Фурье

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Фурье функцию

$$f(x)=x^2 \text{ на отрезке } [-\pi,\pi].$$

2. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x)=\begin{cases} 1+x, \text{ при } -2<x\le 0, \\ -1, \text{ при } 0<x\le 2. \end{cases}$$

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Покажите, что данная функция является решением данного дифференциального уравнения

а) $y=\ln\cos x$, $y'=-\mathrm{tg}x$; б) $x^2-xy+y^2=C$, $(x-2y)y'-2x+y=0$.

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши:

а) $xy'-y=x\mathrm{tg}\dfrac{y}{x}$; б) $xy'-y=(x+y)\ln\left(\dfrac{x+y}{x}\right)$;

в) $(2x-4y+6)dx+(x+y-3)dy=0,\ y(0)=0.$

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $y''-3y'-10y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=\dfrac{1}{2}$; б) $y''-4y'+4y=0$;

в) $y''-2y'+2y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0.$

2. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

а) $y''+y'=12x^2$; б) $y''-3y'+2y=(x^2+x)e^{3x}$; в) $y''+9y=2x\sin x+xe^{3x}$.

Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Разлагая подынтегральную функцию в ряд Маклорена и интегрируя его почленно, найдите разложение в ряд интеграла

$$\int\sqrt{x}e^x dx.$$

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \text{ с точностью } \varepsilon=0{,}01.$$

3. С помощью метода изоклин приближенно постройте несколько интегральных кривых уравнения

$$y'=x-y^2.$$

4. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

а) $y''+y=\dfrac{1}{\sin x}$; б) $y''+4y=2\mathrm{tg}x$; в) $y''+3y'+2y=\dfrac{1}{e^x+1}$.

Раздел 11. Теория вероятностей

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 11.4. Предельные теоремы теории вероятностей

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Взвод пешей разведки в составе 53 человек, включая командира взвода в звании лейтенанта, получил 4 пистолета, 14 пистолетов-пулемётов, 2 винтовки, 30 самозарядных винтовок, 3

ручных пулемёта, из которых только самозарядные винтовки были пристрелянными. Вероятность попадания в цель из пристрелянного орудия равна 0, 7, а из не пристрелянного – 0, 3. Какова вероятность того, что из наудачу взятого орудия цель будет поражена при одном выстреле?

2. Решите задачу

Известно, что 10% делянок под овощами плохо обработаны. Сколько нужно проверить делянок, чтобы с вероятностью 0, 9973 можно было утверждать, что относительная частота засоренных делянок будет отличаться от вероятности засоренности по модулю не более чем на 0, 001?

3. Решите задачу

Сколько раз нужно подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадения 6 очков было равно 50?

Раздел 12. Элементы математической статистики

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Тема 12.3. Элементы теории корреляции

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Дана корреляционная таблица. Чему равны частоты s, t, r?

y X	10	15	20	25	30	35	n_y
20	1	5					6
30		6	4				10
40			7	17	s		t
50			2	10	8		20
60				5	7	3	15
n_x	1	11	13	32	r	3	78

2. Какие из следующих гипотез являются статистическими?

1) Генеральная совокупность распределена по нормальному закону. 2) Президент Кеннеди был убит в результате заговора. 3) Зима будет теплой. 4) Генеральная средняя нормальной генеральной совокупности равна 7. 5) Генеральные средние двух нормальных генеральных совокупностей равны друг другу.

3. Решите задачу

При данном уровне значимости для правосторонней критической области статистического критерия найдена критическая точка αкр= 7, 7. При каких из следующих значений статистического критерия нулевая гипотеза будет отвергнута? 1) 3, 1; 2) 2, 7; 3) 5, 5; 4)8, 1; 5)10, 7.

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Внутри параллелограмма с вершинами $A=(1,0)$, $B=(2,2)$, $C=(6,2)$ и $D=(5,0)$ наудачу выбрана точка $M=(x,y)$. Найдите вероятность события

$$A=\left\{(x,y)\in ABCD \middle| y\le (x-3)^2,\ y\le 2x-2,\ y\ge 0\right\}.$$

2. Решите задачу

Вероятность того, что дошкольник сможет проплыть определенную дистанцию под водой, равна 0,6. Учитывая, что случайная величина X – это число успешно проплытых дистанций среди четырех, найдите: а) закон распределения случайной величины X; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и моду; г) коэффициент асимметрии и эксцесс. Постройте полигон и график функции распределения. Найдите вероятности $P(1<X\le 3)$ и $P(X=1)$.

3. Решите задачу

Дана таблица, которая содержит результаты определений X_1, X_2, X_3 в метрах пространственных координат x_1, x_2, x_3 некоторого пункта (общее для всех данных слагаемое не влияет на расчеты и потому опущено). Требуется оценить математическое ожидание, дисперсию соответствующего трехмерного случайного вектора $\overrightarrow{X}(X_1, X_2, X_3)$, его ковариационную C и корреляционную K матрицы. Выборка объемом 10 из генеральной совокупности трехмерного вектора приведена в таблице.

i	X_1	X_2	X_3
1.	0,8	1,85	-0,52
2.	1,4	0,6	3,3
3.	-0,25	0,7	1,02
4.	1,6	-0,3	1,55
5.	1,8	1,3	0,02
6.	0,15	1,25	1,1
7.	1,8	1,75	1,96
8.	0,5	0,25	-0,2
9.	1,7	0,85	1,1
10.	1,1	1,65	-0,1

7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Функция. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

2. Сформулировать определения или свойства

Основные элементарные функции; (Степенная, тригонометрические, обратно – тригонометрические, показательная, логарифмическая) их свойства и графики

3. Сформулировать определения или свойства

Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

4. Сформулировать определения или свойства

Производная; её геометрический и физический смысл.

5. Сформулировать определения или свойства

Логарифмическое дифференцирование.

6. Сформулировать определения или свойства

Неопределённый интеграл и первообразная.

25. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Предел числовой последовательности

Предельный переход в неравенствах

26. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

27. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Первый замечательный предел

Второй замечательный предел

28. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производная сложной функции

Производная обратной функции

29. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций

30. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Интегрирование заменой переменной

Интегрирование по частям

49. Вычислить

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$$

50. Найти значение производной функции

$y = (2x^2 + 2x - 3)(x^3 - 4x + 2)$ в точке $x_0 = 1$.

51. Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя)

$$\lim_{x \to 0} \frac{tgx - x}{x - \sin x}$$

52. Вычислить интеграл (методом интегрирования по частям)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx.$$

53. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$y = 3 - x^2$ и прямой $y = x - 3$

54. Вычислить объем тела, полученного при вращении кривой

$$y = x + 1, \quad 0 \le x \le 2$$

2 семестр, Зачет

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Вопросы/Задания:

7. Сформулировать определения или свойства

Определение вектора. Коллинеарные и компланарные векторы

8. Сформулировать определения или свойства

Определители второго и третьего порядков и их вычисление

9. Сформулировать определения или свойства

Понятие линейного пространства

10. Сформулировать определения или свойства

Способы задания и виды уравнений плоскости

11. Сформулировать определения или свойства

Угол между прямой и плоскостью. Условие перпендикулярности прямой и плоскости

12. Сформулировать определения или свойства

Понятие системы линейных алгебраических уравнений и ее решения

31. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису

32. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов

Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)

33. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Общее уравнение плоскости (вывод уравнения)
Задачи: о расстоянии от точки до плоскости, о расстоянии между параллельными плоскостями

34. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вывод канонических уравнений прямой. Переход к параметрическим уравнениям прямой
Общие уравнения прямой в пространстве. Переход к каноническим уравнениям прямой

35. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейные операции над матрицами
Свойства определителей и основные методы их вычисления

36. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема об общем решении неоднородной системы линейных алгебраических уравнений
Метод Гаусса

55. Найти общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

56. Решить задачу

Составить уравнение прямой (A_4M), перпендикулярной к плоскости $(A_1A_2A_3)$, если $A_1 = (0,4,5)$, $A_2 = (3,-2,1)$, $A_3 = (4,5,6)$, $A_4 = (3,3,2)$

57. Решить задачу

Вычислить модуль векторного произведения $\left[3\bar{a} - \bar{b},\ 2\bar{c} + \bar{a}\right]$, если $\bar{a} = 4\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = -3\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{c} = \frac{1}{2}\bar{i} - 2\bar{k}$

58. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 15325 & 15323 & 37527 \\ 23735 & 23735 & 17417 \\ 23737 & 23737 & 17418 \end{vmatrix}.$$

59. Найти точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{0} \text{ и } 2x - 4y - 3z + 7 = 0$$

60. Решить задачу

Вычислить $\det\left(A^{-1}\right)\left(AB^{\mathrm{T}}\right)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

3 семестр, Экзамен
Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Вопросы/Задания:

13. Сформулировать определения или свойства

Понятие предела функции двух переменных

14. Сформулировать определения или свойства

Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных

15. Сформулировать определения или свойства

Формула Тейлора

16. Сформулировать определения или свойства

Определение двойного интеграла

Определение тройного интеграла

17. Сформулировать определения или свойства

Определение криволинейного интеграла первого рода

Определение криволинейного интеграла второго рода

18. Сформулировать определения или свойства

Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент

37. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы вычисления дифференциала первого порядка и его геометрический смысл

Задача о приближенных вычислениях с помощью дифференциала

38. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы частных производных сложных функций

Формулы частных производных функций, заданных неявно

39. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных

Достаточный признак существования экстремума функции двух переменных

40. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты

41. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формула Грина (теорема с доказательством)

Формула Гаусса-Остроградского

Формула Стокса

42. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вычисление криволинейного интеграла первого и второго рода

61. Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z=\sqrt{x^2+y^2}-xy \text{ в точке } (3,4,-7).$$

62. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x,y)=-x^2+xy-y^2-9y+6x-35$$

63. Определить наибольшее и наименьшее значения функции

$$z=x^2+y^2-x\cdot y+x+y \text{ в области } x\le 0,\ y\le 0,\ x+y\ge -3.$$

64. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint\limits_{(D)}(x+y)dxdy,\ \ 0\le x\le 1,\ 1\le y\le 2.$$

65. Решить задачу

Показать, что выражение $\frac{x}{y}dy+(\frac{1}{1+x^2}-\frac{1}{x}+\ln y)dx$ будет полным дифференциалом некоторой функции. Восстановить эту функцию с помощью криволинейного интеграла второго рода.

66. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля

$$F(P)=\left(y^2+z^2\right)\vec{i}+\left(z^2+x^2\right)\vec{j}+\left(x^2+y^2\right)\vec{k}.$$

4 семестр, Экзамен
Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Вопросы/Задания:

19. Сформулировать определения или свойства
Числовой ряд
Понятие частичных сумм числового ряда

20. Сформулировать определения или свойства
Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд

21. Сформулировать определения или свойства
Понятие знакочередующихся и знакопеременных числовых рядов

22. Сформулировать определения или свойства
Понятие функционального ряда и его области сходимости

23. Сформулировать определения или свойства
Понятие тригонометрического ряда

24. Сформулировать определения или свойства
Дифференциальные уравнения первого и второго порядков.

43. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Свойства сходящихся числовых рядов
Необходимый признак сходимости числовых рядов

44. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов

45. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Признак Лейбница сходимости знакопеременных числовых рядов

46. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Ряд Фурье. Теорема Дирихле

47. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования

48. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Интегрирование нормальных систем линейных уравнений второго порядка

67. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\left(xy^2+x\right)dx+\left(y-x^2y\right)dy=0.$$

68. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\sin\frac{\pi}{2^n}.$$

69. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x)=\begin{cases}-x, \text{ если } -\pi<x\le 0,\\ 0, \text{ если } 0<x\le\pi.\end{cases}$$

70. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4^n(x+1)^n}{n^2}.$$

$n-1$ n

71. Решить задачу

Вычислите $\ln 10$ с точностью $\alpha = 0,0001$, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции

72. Решить дифференциальное уравнение

$$\frac{y}{x}dx + \left(y^3 + \ln x\right)dy = 0$$

5 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Функция распределения случайной величины и ее свойства

Функция распределения и плотность вероятностей непрерывной случайной величины

2. Сформулировать определения или свойства

Закон больших чисел

3. Сформулировать определения или свойства

Виды выборок и их свойства

4. Сформулировать определения или свойства

Классификация случайных событий

Алгебра случайных событий

5. Сформулировать определения или свойства

Классификация статистических ошибок

Точечные статистические оценки

6. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Основные соединения комбинаторики: сочетания с повтором и без повтора

7. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Распределение Бернулли и его числовые характеристики

Распределение Пуассона и его числовые характеристики

8. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Локальная и интегральная теоремы Лапласа

9. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Ковариационная матрица. Выборочный коэффициент корреляции

10. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Закон Пуассона. Простейший поток событий

11. Решите задачу

Даны законы распределения независимых случайных величин X и Y:

x_i	-1	0	1
p_i	0,2	0,3	0,5

y_j	-1	0	1	2
q_j	0,1	0,2	0,6	0,1

Найдите законы распределения случайных величин: а) $Y - 2X$; б) $X \cdot Y^2 + 1$.

12. Решите задачу

Найдите доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если

распределенного признака генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение σ, выборочная средняя $\overline{x}$, объем выборки n:
$\gamma = 0.95, \overline{x} = 32.7, n = 50, \sigma = 2.1$

13. Решите задачу

Найдите выборочное среднее, выборочную и исправленную дисперсию, выборочное и исправленное среднеквадратическое отклонение, построить полигон распределения, найти эмпирическую функцию распределения.

x_i	48	53	58	63	68	73	78	83	88	93	98
n_i	2	7	16	20	24	10	8	5	4	3	1

14. Решите задачу

Известна ковариационная матрица случайного вектора (X,Y): $\begin{pmatrix} 16 & -14 \\ -14 & 49 \end{pmatrix}$. Найти коэффициент корреляции между X и Y.

15. Решите задачу

Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)=0$, при $x<0$, $F(x)=\alpha x^3$, при $0 \le x \le 2$, $F(x)=1$, при $x>2$. Найдите: а) плотность распределения вероятностей $f(x)$ и значение параметра α; б) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, моду и медиану; в) коэффициент асимметрии и эксцесс. Постройте графики функций $F(x)$ и $f(x)$. Найдите вероятности $P(1 \le X \le 2,5)$ и $P(X=1)$.