



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Геодезический факультет
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
24 марта 2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
МОДУЛЬ. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
«Б1.О.02.01 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование

Направленность(профиль) подготовки: Космическая геодезия и навигация

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2025

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 12 з.е.
в академических часах: 432 ак.ч.

Москва, 2025

Разработчики:

Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Емгушева Г.
П.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование, утвержденного приказом Минобрнауки от 12.08.2020 № 972

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	Геодезический факультет	Председатель ученого совета факультета	Половнев О. В.	Рассмотрено	18.03.2025, № 2

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения, случайные величины и их законы распределения, статистические модели, критерии согласия, интегральные преобразования;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя математические и естественнонаучные знания

ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации

Знать:

ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ОПК-1.1/Нв2 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделять рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли

Знать:

ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий

Уметь:

ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

Владеть:

ОПК-1.2/Нв3 Основным математическим аппаратом для решения задач геодезии

ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений

Знать:

ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени

Уметь:

ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени

Владеть:

ОПК-1.3/Нв2 Способностью интерпретировать полученные численные значения характеристик, отражающих изменение объекта с течением времени

ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ

Знать:

ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики

Уметь:

ОПК-1.4/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-1.4/Нв2 Способностью использовать современные научные разработки для анализа происходящих процессов и качественной оценки проведенных работ

ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов

Знать:

ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике

Уметь:

ОПК-1.5/Ум3 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования

Владеть:

ОПК-1.5/Нв3 Навыками интерпретации результатов опубликованных исследований с целью применения существующих наработок для совершенствования методов решения профессиональных задач

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.02.01 «Высшая математика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 1, 2, 3, 4.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
1 семестр	180	5	36	72	36	Экзамен (36)
2 семестр	72	2	32	32	8	Зачет
3 семестр	72	2	17	34	21	Зачет
4 семестр	108	3	28	28	16	Экзамен (36)
Всего	432	12	113	166	81	72

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий (часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотношенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Введение в математический анализ	28	6	13	9	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 1.1. Числовые множества. Функции одной переменной	5	1	2	2	
Тема 1.2. Пределы	9	2	4	3	
Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин	8	2	4	2	
Тема 1.4. Непрерывность функций	6	1	3	2	
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	45	12	24	9	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 2.1. Производная и дифференциал	14	3	8	3	
Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков	10	4	4	2	
Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	7	1	4	2	
Тема 2.4. Формула Тейлора	5	2	2	1	

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления	9	2	6	1	
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	71	18	35	18	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл	7	1	4	2	
Тема 3.2. Основные методы интегрирования	8	2	4	2	
Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций	8	2	4	2	
Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции	9	3	4	2	
Тема 3.5. Интегрирование некоторых иррациональных функций	8	2	4	2	
Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства	8	2	4	2	
Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла	8	2	4	2	
Тема 3.8. Несобственные интегралы	7	2	3	2	
Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла	8	2	4	2	
Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия	25	11	12	2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 4.1. Системы координат	2	1	1		
Тема 4.2. Векторы. Скалярное произведение векторов.	2	1	1		
Тема 4.3. Векторное и смешанное произведение векторов	2	1	1		
Тема 4.4. Прямая на плоскости	2	1	1		
Тема 4.5. Канонические уравнения кривых второго порядка	4	2	2		
Тема 4.6. Общая теория кривых второго порядка	3	1	1	1	
Тема 4.7. Плоскость	2	1	1		
Тема 4.8. Прямая в пространстве	3	1	2		
Тема 4.9. Поверхности второго порядка и исследование их форм по каноническим уравнениям	5	2	2	1	
Раздел 5. Элементы линейной алгебры	21	9	9	3	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 5.1. Матрицы	2	1	1		
Тема 5.2. Определители	3	1	1	1	

Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы	2	1	1		ОПК-1.5
Тема 5.4. Обратная матрица	5	2	2	1	
Тема 5.5. Линейные пространства	5	2	2	1	
Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	4	2	2		
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	26	12	11	3	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 6.1. Функции нескольких переменных	2	1	1		
Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	4	2	2		
Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций	5	2	2	1	
Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных	4	2	2		
Тема 6.5. Экстремум функции нескольких переменных	6	3	2	1	
Тема 6.6. Скалярное поле	5	2	2	1	
Раздел 7. Кратные интегралы	44	10	22	12	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 7.1. Двойной интеграл	24	6	12	6	
Тема 7.2. Тройной интеграл	20	4	10	6	
Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы	28	7	12	9	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 8.1. Элементы теории поля	12	3	5	4	
Тема 8.2. Криволинейные интегралы	16	4	7	5	
Раздел 9. Ряды	39	15	14	10	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 9.1. Числовые ряды	12	5	4	3	
Тема 9.2. Функциональные ряды	13	5	5	3	
Тема 9.3. Тригонометрические ряды	14	5	5	4	
Раздел 10. Дифференциальные уравнения	33	13	14	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	16	6	7	3	
Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков	17	7	7	3	
Итого	360	113	166	81	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Тема 1.1. Числовые множества. Функции одной переменной

- 1.1. Основные понятия и символика теории множеств.
- 1.2. Определение функции и способы задания.
- 1.3. Основные свойства функций.
- 1.4. Классификация функций.

Тема 1.2. Пределы

- 2.1. Основные определения
- 2.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов
- 2.3. Теоремы о существовании пределов
- 2.4. Первый замечательный предел
- 2.5. Определение предела числовой последовательности
- 2.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел

Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин

- 3.1. Сравнение бесконечно малых.
- 3.2. Эквивалентные бесконечно малы.
- 3.3. Классификация бесконечно больших величин.

Тема 1.4. Непрерывность функций

- 4.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
- 4.2. Точки разрыва и их классификация
- 4.3. Теоремы о непрерывных функциях
- 4.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Тема 2.1. Производная и дифференциал

- 1.1. Определение производной.
- 1.2. Дифференцируемость и дифференциал.
- 1.3. Основные правила дифференцирования.
- 1.4. Линеаризация функций

Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков

- 2.1. Производные высших порядков.
- 2.2. Производные неявной и параметрически заданной функций.
- 2.3. Дифференциалы высших порядков.
- 2.4. Инвариантность дифференциала.

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

- 3.1 Теорема Ферма
- 3.2. Теорема Ролля
- 3.3 Теорема Лагранжа
- 3.4 Теорема Коши
- 3.5 Правило Лопиталя

Тема 2.4. Формула Тейлора

- 4.1. Формула Тейлора для многочлена
- 4.2. Формула Тейлора для произвольной функции

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

- 5.1. Монотонность функций
- 5.2. Экстремумы функций
- 5.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
- 5.4. Асимптоты графика функции
- 5.5. Общая схема исследования и построения графика функции
- 5.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Свойства неопределенного интеграла
- 1.3. Таблица основных интегралов

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

- 2.1. Непосредственное интегрирование.
- 2.2. Метод замены переменной.
- 2.3. Формула интегрирования по частям

Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций

- 3.1. Общие сведения о рациональных функциях.
- 3.2. Интегрирование простейших алгебраических дробей.
- 3.3. Интегрирование рациональных дробей.

Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции

- 4.1. Интегрирование дифференциала.
- 4.2. Интегрирование функций с использованием тригонометрических преобразований.
- 4.3. Интегрирование рациональных выражений от $\exp(x)$.

Тема 3.5. Интегрирование некоторых иррациональных функций

Интегрирование некоторых иррациональных функций различного вида

Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства

- 6.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы.
- 6.2. Геометрический смысл определенного интеграла.
- 6.3. Основные свойства определенного интеграла.

Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла

- 7.1. Дифференцирование интеграла с переменным верхним пределом.
- 7.2. Формула Ньютона-Лейбница.
- 7.3. Замена переменной в определенном интеграле.
- 7.4. Интегрирование по частям.
- 7.5. Интегрирование четных и нечетных функций на симметричных отрезках.

Тема 3.8. Несобственные интегралы

- 8.1. Интегралы с бесконечными пределами.
- 8.2. Интегралы от неограниченных функций.

Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла

- 9.1. Вычисление площадей в прямоугольных координатах.
- 9.2. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.
- 9.3. Длина дуги кривой.
- 9.4. Объем тела.

Текущий контроль	
Вид (форма) контроля	
Контрольная работа	

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 4.1. Системы координат

- 1.1. Системы координат на плоскости.
- 1.2. Системы координат в пространстве.

Тема 4.2. Векторы. Скалярное произведение векторов.

- 2.1. Линейные операции над векторами.
- 2.2. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису.
- 2.3. Проекция вектора на ось. Представление векторов в декартовой системе координат.
- 2.4. Определение и свойства скалярного произведения.
- 2.5. Скалярное произведение в декартовых координатах.

Тема 4.3. Векторное и смешанное произведение векторов

- 3.1. Определители второго и третьего порядков.
- 3.2. Определение векторного произведения и его свойства.
- 3.3. Векторное произведение в декартовых координатах.
- 3.4. Смешанное произведение векторов и его свойства.
- 3.5. Смешанное произведение в декартовых координатах.

Тема 4.4. Прямая на плоскости

- 4.1. Общее уравнение прямой.
- 4.2. Виды уравнений прямой на плоскости.
- 4.3. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
- 4.4. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Тема 4.5. Канонические уравнения кривых второго порядка

- 5.1. Окружность.
- 5.2. Эллипс.
- 5.3. Гипербола.
- 5.4. Парабола
- 5.5. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.

Тема 4.6. Общая теория кривых второго порядка

- 6.1. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости.
- 6.2. Пятичленное уравнение кривой второго порядка.
- 6.3. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Тема 4.7. Плоскость

- 7.1. Уравнения поверхностей и линий в пространстве.
- 7.2. Способы задания плоскости в пространстве.
- 7.3. Взаимное расположение плоскостей.

Тема 4.8. Прямая в пространстве

- 8.1. Способы задания прямой в пространстве.
- 8.2. Взаимное расположение прямых в пространстве.
- 8.3. Взаимное расположение прямой и плоскости.
- 8.4. Основные задачи на прямую и плоскость

Тема 4.9. Поверхности второго порядка и исследование их форм по каноническим уравнениям

- 9.1 Преобразование декартовых прямоугольных координат в пространстве. Углы Эйлера.
- 9.2 Понятие общего уравнения поверхности второго порядка.
- 9.3 Канонические уравнения сферы и эллипсоида.
- 9.4 Канонические уравнения гиперболоидов.
- 9.5 Канонические уравнения параболоидов.
- 9.6 Цилиндрические и конические поверхности второго порядка.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Тема 5.1. Матрицы

- 1.1. Понятие матрицы
- 1.2. Линейные операции над матрицами
- 1.3. Транспонирование и умножение матриц

Тема 5.2. Определители

- 2.1. Понятие определителя
- 2.2. Свойства определителей
- 2.3. Основные методы вычисления определителей n -го порядка

Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы

- 3.1. Понятие линейной зависимости строк матрицы.
- 3.2. Базисный минор и ранг матрицы.
- 3.3. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя.
- 3.4. Вычисление ранга матрицы

Тема 5.4. Обратная матрица

- 4.1. Обратная матрица и ее отыскание
- 4.2. Правило Крамера

Тема 5.5. Линейные пространства

- 5.1. Понятие линейного пространства.
- 5.2. Понятие линейной зависимости векторов линейного пространства.
- 5.3. Базис и координаты вектора.
- 5.4. Размерность линейного пространства.
- 5.5. Понятие изоморфизма линейных пространств.

Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

- 6.1. Понятие СЛАУ и ее решения
- 6.2. Условие совместности СЛАУ
- 6.3. Однородные СЛАУ
- 6.4. Общее решение СЛАУ
- 6.5. Метод Гаусса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

- 2.1 Частные производные первого порядка.
- 2.2 . Дифференцируемость и полный дифференциал.
- 2.3 . Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
- 2.4 Частные производные и дифференциалы высших порядков
- 2.5 Задача об отыскании функции по ее полному дифференциалу

Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

- 3.1. Производная сложной функции.
- 3.2. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
- 3.3. Дифференцирование неявно заданной функции.

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

- 4.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 4.2. Геометрический смысл полного дифференциала.
- 4.3. Нормальная плоскость и касательная к пространственной кривой.

Тема 6.5. Экстремум функции нескольких переменных

- 5.1. Формула Тейлора.
- 5.2. Локальный экстремум.
- 5.3. Условный экстремум.
- 5.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области.

Тема 6.6. Скалярное поле

- 6.1. Поверхности и линии уровня.
- 6.2. Производная по направлению.
- 6.3. Градиент скалярного поля.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 7. Кратные интегралы

Тема 7.1. Двойной интеграл

- 1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
- 1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
- 1.3. Замена переменных в двойном интеграле
- 1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 7.2. Тройной интеграл

- 2.1. Тройной интеграл, его свойства и вычисление в прямоугольных декартовых координатах
- 2.2. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Тема 8.1. Элементы теории поля

Элементы теории поля

Тема 8.2. Криволинейные интегралы

- 2.1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и способы вычисления
- 2.2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и способы вычисления. Условие независимости от пути интегрирования
- 2.3. Формула Грина
- 2.4. Приложения криволинейных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 9. Ряды

Тема 9.1. Числовые ряды

- 1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости
- 1.2. Признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов
- 1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Тема 9.2. Функциональные ряды

- 2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости.
- 2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля.
- 2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 2.4. Приближенные вычисления с применением степенных рядов.

Тема 9.3. Тригонометрические ряды

- 3.1. Ортогональная система функций.
- 3.2. Ряд Фурье. Теорема Дирихле.
- 3.3. Ряды Фурье четных и нечетных функций.
- 3.4. Ряд Фурье как способ продолжения функций.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

- 2.1. Основные понятия
- 2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка
- 2.3. Теория решения линейных уравнений второго порядка
- 2.4. Теория решения линейных уравнений с постоянными коэффициентами второго и более высоких порядков. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».

- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Зачет, 2 семестр.

Промежуточная аттестация: Зачет, 3 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 4 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 1.4. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg \left(\frac{x-5}{x^2 - 10x + 24} \right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Найдите множество значений функции

$$y = \sqrt{2+x-x^2}.$$

3. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} - \sqrt{n-2}}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + 4n^2}{5 + 8n^2} \right)^{\frac{n+1}{2}}; \\ \text{г) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1+3n)^3 - 27n^3}{(1+4n)^2 + 2n^2}; \quad \text{д) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(n+2)! - (n+1)n!}{n(n+1)!}; \\ \text{е) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{2n+1} + 2^{2n}}{2^{2n+3} - 5^{2n}}; \quad \text{ё) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\sqrt[3]{3n+4} - \sqrt[3]{3(n^2+1)^2}}{n^2}; \end{aligned}$$

$$1 + \sqrt[3]{n+2}$$

$$\text{ж) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}; \quad 3) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3} \cos n}{n+5};$$

$$\text{и) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} \right).$$

4. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{\sin x}{2} + 1 \right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1+x} - 1)}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x};$$

$$\text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+3) - \ln x).$$

5. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва

$$\text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad \text{в) } f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases}$$

$$\text{г) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д) } f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{x-x}}.$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg \left(\frac{x-5}{x^2 - 10x + 24} \right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{7^x - 7}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^x - 1}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt[n]{x} \ln^m x; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi};$$

$$\text{з) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{x-1}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-3) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{x-1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[4]{x^3}}{x - 3} = \frac{1 - \sqrt[4]{1^3}}{1 - 3} = \frac{0}{-2} = 0$$

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 2\sin x + \cos 2x \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

4. Исследуйте функцию и постройте ее график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

5. Найдите точки перегиба функции

$$f(x) = xe^{-\frac{1}{x^2}}$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$1. \int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x}\right) dx; \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \int \left(5^x - \frac{1}{x^3}\right) dx; \int (2\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x)^2 dx.$$

$$2. \int x\sqrt[3]{6x^2+1} dx; \int xe^{-2x^2} dx; \int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x} dx; \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 2x}}.$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2-6x}; \int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}; \int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}; \int \frac{x dx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}.$$

$$4. \int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16-e^x}}; \int \frac{dx}{e^{2x}+1}; \int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}; \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}.$$

2. Вычислите следующие интегралы

$$a) \int_1^5 \cos 5x dx; \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \int_0^{\sqrt{5}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx; \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}};$$

$$б) \int_{-3}^1 (4-x) \cos \frac{x}{3} dx; \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \int_0^1 (5-2x) e^{-\frac{x}{2}} dx; \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx;$$

$$в) \int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx; \int_2^3 \frac{2x^2+4}{x^3-x^2-x+1} dx; \int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}; \int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)};$$

$$г) \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}; \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}; \int_4^5 \frac{x dx}{x^4-4x^2+3}; \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}};$$

$$д) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1} dx; \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx;$$

$$е) \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}; \int_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx; \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}; \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}.$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

4. Вычислите объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = 4 - x, \quad x = 0, \quad \text{вокруг оси } Oy.$$

5. Вычислите длину дуги кривой

$$\rho = 3 \cos \varphi.$$

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 4.9. Поверхности второго порядка и исследование их форм по каноническим уравнениям

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите скалярное произведение

$$\left(\frac{1}{3} \bar{b} - 2\bar{a} \right) \cdot (2\bar{b} + 3\bar{a}), \quad \text{пр}_{\bar{c}}(\bar{a} + 3\bar{b}) \quad \text{и} \quad \cos(\bar{a}, 2\bar{b}),$$

$$\text{если } \bar{a} = -5\bar{m} - 6\bar{n}, \quad \bar{b} = 2\bar{m} + 7\bar{n}, \quad |\bar{m}| = 2, \quad |\bar{n}| = 7, \quad (\bar{m}, \bar{n}) = \pi.$$

2. Вычислите модуль векторного произведения

$$[3\bar{a} - \bar{b}, 2\bar{c} + \bar{a}],$$

$$\text{если } \bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}, \quad \bar{b} = -\bar{j} - \bar{k}, \quad \bar{c} = 5\bar{i} - 2\bar{k} \quad \text{в каноническом базисе}$$

$$\bar{e}_0 = (\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}).$$

3. Выполните пункты а)-к)

Пусть $A = (3, -1, 5)$, $B = (2, -1, 4)$, $C = (4, 0, 5)$, $D = (1, 0, 4)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.

а) Напишите уравнение плоскости (ABC) .

б) Напишите канонические уравнения прямой l , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

в) Напишите канонические уравнения прямой m , проходящей через точку D параллельно прямой (AB) .

г) Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC) .

д) Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB) .

е) Вычислите расстояние между прямыми l и (AB) .

ё) Напишите уравнение плоскости π , проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC) .

ж) Напишите уравнение плоскости α , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD) .

и) Найдите угол между плоскостями π и (ABD) .

й) Найдите угол между прямыми l и (CD) .

к) Найдите угол между прямой (AB) и плоскостью (CBD) .

4. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0.$$

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$A + 3B - 10C \text{ и } A^T + 3B^T + C^T,$$

$$\text{если } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 7 \\ 7 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите

$$\text{а) } \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2 - (a+b) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + (ad-bc) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } \left(\begin{pmatrix} 1001 & 1002 & 999 \\ 998 & 1001 & 1003 \\ 1003 & 1000 & 999 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 3 & -5 \\ -6 & 6 & 8 \\ 3 & -6 & -5 \end{pmatrix} \right)^2;$$

$$\text{в) } \left(\left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^2 + 8 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)^3;$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} 11 & -1 & -1 \\ 11 & -1 & -1 \\ 11 & -1 & -1 \\ 11 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 7 & 8 \\ 5 & 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 11 & -1 & -1 \\ 11 & -1 & -1 \\ 11 & -1 & -1 \\ 11 & -1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 & 5 \\ 1 & 9 & 4 & 9 \\ 1 & 9 & 7 & 1 \\ 1 & 9 & 8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислите значение многочлена от матрицы

$$\text{а) } f(x) = x^2 + x + 2, A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}; \text{ б) } f(x) = x^2 + 3x - 1, A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 4 & 5 & 4 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Методом Гаусса решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

5. Найдите базис и размерность следующих пространств

$$\text{а) } V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n | x_1 = 0\}; \text{ б) } V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n | x_1 = x_n = 0\};$$

$$\text{в) } V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n | x_1 = x_2 = \dots = x_n\}.$$

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 6.6. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите и изобразите область определения функции

$$z = \sqrt{\sin \pi (x^2 + y^2)}$$

2. Найдите значения частных производных функции до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2}, 1 \right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}.$$

3. Вычислите значение производной функции с точностью до двух знаков после запятой

$$z = x^y, \text{ где } x = e^t, y = \ln t, t_0 = 1$$

4. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2).$$

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8 \text{ в области } D, \text{ ограниченной линиями } x = 0, y = 0, \\ x + y - 1 = 0.$$

Раздел 7. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 7.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

2. Вычислите

$$\iint_D (2x - y) dx dy, \text{ где область } D \text{ ограничена линиями } y = x^2, y = x, x = 1, x = 2.$$

3. Вычислите площадь фигуры D, ограниченной линиями

$$y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = x, x = 0$$

4. Вычислить массу пластины D, ограниченной данными кривыми

$$x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \geq 0),$$

$$\text{где } \mu = \frac{3y + x}{x^2 + y^2} - \text{поверхностная плотность.}$$

Тема 7.2. Тройной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите тройной интеграл

$$\iiint_V (y^2 + x^3 - z) dx dy dz, \text{ где } V: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 1.$$

2. Вычислите тройной интеграл

$$\iiint_V y^2 z \operatorname{ch}(xy) dx dy dz, \quad \text{где } V \quad \text{ограничено} \quad \text{поверхностями}$$

$$x=0, y=-1, y=x, z=0, z=2.$$

3. Вычислите

$$\int_0^a dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^3 z dz.$$

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 8.2. Криволинейные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_L (y\sqrt{x} + y^2 + 2x) dl, \text{ где } L - \text{отрезок прямой, заключенный между} \\ \text{точками } A=(0,0) \text{ и } B=(2,1).$$

2. Вычислите

$$\int_L \frac{dx + dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + z dz, \text{ где } L - \text{часть кривой, заданной параметрическими} \\ \text{уравнениями } x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, z = e^t \quad (0 \leq t \leq \pi).$$

3. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl, \text{ где } L - \text{кривая, заданная в полярных координатах} \\ (x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi) \text{ уравнением } \rho = 2 \sin \varphi.$$

4. 10. Найдите функцию $F(x,y)$, если

$$dF = \left(\sin y - y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y + \cos x - \frac{1}{y} \right) dy.$$

5. Вычислите массу дуги кривой

$$y = 2 \ln \left(\frac{4}{4 - x^2} \right), \text{ где } 0 \leq x \leq 1, \text{ если ее плотность в каждой точке равна} \\ \mu(x,y) = x.$$

6. Найдите векторные линии векторного поля

$$\vec{a} = 2y\vec{i} + 6x\vec{j}.$$

Раздел 9. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 9.3. Тригонометрические ряды

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}.$$

2. Исследуйте сходимость рядов

$$\begin{aligned} \text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n; \quad \text{д) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \\ \text{е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n}; \quad \text{ж) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3 (5n+8)}; \end{aligned}$$

3. Найдите области сходимости функциональных рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n}.$$

4. Найдите области сходимости степенных рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-3)^{2n+1}}{\sqrt[3]{n}}.$$

5. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 2π) функцию

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{при } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2x, & \text{при } 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. С помощью метода изоклин приближенно постройте несколько интегральных кривых уравнения

$$y' = x - y^2.$$

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } y' = (1+x^2)(4+y^2); \quad \text{б) } 2x^2 y y' + y^2 = 2, \quad y(-1) = 2;$$

$$\text{в) } xy dx + (x+1) dy = 0, \quad y(0) = 1.$$

3. Покажите, что данная функция является решением данного дифференциального уравнения

$$\text{а) } y = \ln \cos x, \quad y' = -\operatorname{tg} x; \quad \text{б) } x^2 - xy + y^2 = C, \quad (x-2y)y' - 2x + y = 0.$$

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\begin{aligned} \text{а) } y'' &= xe^{x^2} + 3^{-x}; \quad \text{б) } y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x, y(0) = 1, y'(0) = 4; \quad \text{в) } x^2 y'' = y'^2; \quad \text{г) } y'' = 2yy'; \\ \text{д) } xy y'' - xy'^2 &= yy', y(1) = e, y'(1) = 2e. \end{aligned}$$

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\begin{aligned} \text{а) } y'' - 3y' - 10y &= 0, y(0) = 1, y'(0) = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } y'' - 4y' + 4y = 0; \\ \text{в) } y'' - 2y' + 2y &= 0, y(0) = 1, y'(0) = 0. \end{aligned}$$

3. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

$$\text{а) } y'' + y = \frac{1}{\sin x}; \quad \text{б) } y'' + 4y = 2\operatorname{tg} x; \quad \text{в) } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Понятие числовых множеств. Действия над числовыми множествами. Числовые промежутки. Окрестность точки.
2. Односторонние пределы.
3. Неопределённый интеграл и первообразная.
4. Замена переменной в определённом интеграле

2 семестр, Зачет

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Определение вектора. Условие равенства векторов. Коллинеарные и компланарные векторы
2. Определение угла между прямыми на плоскости
3. Матрица. Виды матриц
4. Однородные системы линейных уравнений: основные определения

3 семестр, Зачет

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Определение функции двух переменных. Геометрический смысл области определения и множества значений
2. Определение частных производных первого порядка

3. Определение экстремума функции двух переменных
4. Определение криволинейного интеграла второго рода

4 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Остаточный член числового ряда и его связь с частичными суммами
2. Дифференциальные уравнения второго порядка. Понятие общего и частного решений
3. Понятие нормальной системы линейных уравнений первого порядка
4. Понятие ряда Маклорена

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2003. - 416 - 5-329-00327-X. - Текст: непосредственный.
2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 3-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2005. - 608 - 5-8112-1093-0. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов В 2-х т. Т. 2. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001; 2002. - 5-89602-013-9 (т.2). - Текст: непосредственный.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т.1. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001. - 416 - 5-89602-012-0 (т.1). - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения

(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем

(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.

Меловая доска - 4 шт.

Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.

Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Высшая математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.