МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Геодезический факультет
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор
А. Л. Степанченко
24 марта 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) «Б1.В.03 ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования: магистратура

Направление подготовки: 21.04.03 Геодезия и дистанционное зондирование

Направленность(профиль) подготовки: Аэрокосмические съёмки и фотограмметрия

Квалификация (степень) выпускника: магистр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2025

Срок получения образования: 2 года

Объем: в зачетных единицах: 4 з.е.
в академических часах: 144 ак.ч.

Москва, 2025

Разработчики:
Доцент кафедры Высшей математики, кандидат
физико-математических наук Волковая Т. А.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 21.04.03 Геодезия и дистанционное зондирование, утвержденного приказом Минобрнауки от 11.08.2020 № 938

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	Геодезический факультет	Председатель ученого совета факультета	Половнев О. В.	Рассмотрено	18.03.2025, № 2

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3. Место дисциплины в структуре ОП

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

5. Содержание дисциплины
   5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
   5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля

6. Оценочные материалы текущего контроля

7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

8. Порядок проведения промежуточной аттестации

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
   9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
   9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
   9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
   9.4. Оборудование и технические средства обучения

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - формирование профессиональных компетенций, определяющих готовность и способность магистра по направлению «Геодезия и дистанционное зондирование» к конструктивному и логически обоснованному формализованному описанию моделей данных, логических взаимосвязей между ними, к разработке алгоритмов анализа данных в различных прикладных направлениях.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятий об основных подходах к изучению и моделированию процессов, математической интерпретации связей в моделях и процессах;
- формирование способности к разработке алгоритмов и методик решения задач в области профессиональной деятельности;
- формирование способности к математическим методам анализа и интерпретации пространственных данных;
- формирование способности к проведению экспертизы технических проектов и научных работ.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-3 Способен осуществлять поиск, обработку и анализ информации для принятия решений в научной и практической деятельности

ОПК-3.1 Демонстрирует умение самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее

Знать:

ОПК-3.1/Зн5 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике

Уметь:

ОПК-3.1/Ум4 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования

Владеть:

ОПК-3.1/Нв3 Навыками интерпретации результатов опубликованных исследований с целью применения существующих наработок для совершенствования методов решения профессиональных задач

ОПК-3.8 Обрабатывает результаты научно-исследовательской, практической технической деятельности используя информационные ресурсы и использует полученную информацию для принятия решений в профессиональной деятельности

Знать:

ОПК-3.8/Зн5 Направления развития используемого в прфессиональной деятельности математического аппарата

Уметь:

ОПК-3.8/Ум4 Использовать открытые источники для поиска актуальных результатов исследований в рамках специальности

Владеть:

ОПК-3.8/Нв3 Навыками реализации передовых разработок в области использования математического аппарата для решения профессиональных задач

ПК-2 Способен применять результаты профессиональной деятельности при выполнении комплекса операций по созданию космических продуктов и оказанию космических услуг на основе использования данных ДЗЗ

ПК-2.1 Проводит сбор данных, анализ при мониторинге земной поверхности и пространственных объектов природных ресурсов, территорий природопользования и техногенного риска

Знать:

ПК-2.1/Зн5 Алгоритмы решения специализированных задач, последовательность обработки информации

Уметь:

ПК-2.1/Ум5 Оценивать эффективность использования новых разработок из области прикладной математики при решении профессиональных задач

Владеть:

ПК-2.1/Нв5 Навыками предварительного анализа новых разработок из области прикладной математики с целью исключения очевидно не применимых к решению конкретной задачи вычислительных методов

ПК-4 Способен выполнять технологические операции по поддержке принятия решения на основе результатов космической деятельности

ПК-4.1 Выполняет технологические операции постановки задач

Знать:

ПК-4.1/Зн2 Основные понятия логики высказываний, логические операции, законы математической логики

Уметь:

ПК-4.1/Ум2 Рационально описывать модели данных на основе анализа свойств бинарных отношений

Владеть:

ПК-4.1/Нв2 Математической терминологией, принятой в теории множеств, теории отношений, комбинаторике, математической логике и теории графов

ПК-4.2 Выполняет технологические операции по комплексной обработке данных

Знать:

ПК-4.2/Зн2 Основные понятия и формулы комбинаторного анализа

Уметь:

ПК-4.2/Ум2 Пользоваться аппаратом математической логики в задачах обработки и анализа данных

Владеть:

ПК-4.2/Нв2 Методами анализа и преобразований логических выражений с помощью логических законов

ПК-4.3 Моделирует возможные варианты решений

Знать:

ПК-4.3/Зн2 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ПК-4.3/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ПК-4.3/Нв2 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделить рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

ПК-4.5 Определяет оптимальные варианты к поддержке принятия решения

Знать:

ПК-4.5/Зн2 Фундаментальные принципы, лежащие в основе профессиональной деятельности

Уметь:

ПК-4.5/Ум2 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи

Владеть:

ПК-4.5/Нв2 Навыками решения исследовательских задач в профессиональной деятельности

ПК-5 Комплекс операций по использованию геоинформационных систем и технологий

ПК-5.1 Обеспечивает технологическое обеспечение и координацию выполнения комплекса операций по применению геоиформационных систем

Знать:

ПК-5.1/Зн2 Методы применения графов при решении прикладных задач

Уметь:

ПК-5.1/Ум2 Пользоваться графами для описания и анализа однородных бинарных отношений и иерархических структур

Владеть:

ПК-5.1/Нв2 Основными методами решения оптимизационных задач на графах для практических приложений

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.В.03 «Дискретная математика» относится к формируемой участниками образовательных отношений части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 2.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лабораторные занятия (часы)	Лекционные занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
2 семестр	144	4	32	16	60	Курсовая работа Экзамен (36)

Всего	144	4	32	16	60	36

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лабораторные занятия	Лекционные занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотнесенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Математическая логика	**32**	**8**	**4**	**20**	ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1
Тема 1.1. Высказывания. Логические операции	7	2	1	4	
Тема 1.2. Логические функции. Диаграммы Венна	7	2	1	4	
Тема 1.3. Представление логических выражений в разных формах	9	2	1	6	
Тема 1.4. Логические законы. Их применение	9	2	1	6	
Раздел 2. Множества и отношения	**25**	**9**	**4**	**12**	ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1
Тема 2.1. Понятие множества. Операции над множествами	4	1	1	2	
Тема 2.2. Связь операций над множествами с логическими законами	4,5	2	0,5	2	
Тема 2.3. Отношения на множествах	5	2	1	2	
Тема 2.4. Однородные отношения. Функции	5	2	1	2	
Тема 2.5. Алгебраические системы	6,5	2	0,5	4	
Раздел 3. Элементы комбинаторики	**18**	**6**	**2**	**10**	ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1
Тема 3.1. Комбинаторные задачи и конфигурации	7	2	1	4	
Тема 3.2. Бином Ньютона	4,5	2	0,5	2	
Тема 3.3. Разбиения и объединения множеств	6,5	2	0,5	4	
Раздел 4. Теория графов	**33**	**9**	**6**	**18**	ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2
Тема 4.1. Основные понятия теории графов	4	1	1	2	
Тема 4.2. Методы анализа графов в ЭВМ	7	2	1	4	

Тема 4.3. Операции над графами	7	2	1	4	ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1
Тема 4.4. Ориентированные (корневые) деревья	7	2	1	4	
Тема 4.5. Алгоритмы на графах	8	2	2	4	
Итого	**108**	**32**	**16**	**60**	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Математическая логика

Тема 1.1. Высказывания. Логические операции

Понятие высказывания. Примеры высказываний. Примеры предложений, не являющиеся высказываниями. Элементарное высказывание. Сложные высказывания. Логические операции. Тавтологии и противоречия.

Тема 1.2. Логические функции. Диаграммы Венна

Логические функции. Способы представления логических функций. Таблица истинности и диаграмма Венна.

Тема 1.3. Представление логических выражений в разных формах

Представление логических выражений в дизьюнктивной (коньюнктивной) нормальной форме. Минимальная и совершенная ДНФ (КНФ). Теорема Шеннона о разложении булевых функций по переменным. Принцип двойственности.

Тема 1.4. Логические законы. Их применение

Логические законы. Применение логических законов для получения минимальных ДНФ.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 2. Множества и отношения

Тема 2.1. Понятие множества. Операции над множествами

Понятие множества. Способы задания множеств. Системы подмножеств, булеан. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность. Свойства операций.

Тема 2.2. Связь операций над множествами с логическими законами

Связь операций над множествами с логическими законами.
Описание числовых множеств на плоскости.

Тема 2.3. Отношения на множествах

Кортеж, прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Основные определения и способы задания отношений. Обратное отношение. Композиция отношений. Ядро отношения.

Тема 2.4. Однородные отношения. Функции

Однородные отношения. Свойства однородных отношений. Отношение эквивалентности и отношение порядка.
Понятие функции как специального вида отношений. Свойства функциональных отношений. Инъекция, сюръекция, биекция.

Тема 2.5. Алгебраические системы

Алгебраические системы. Алгебра множеств и булева алгебра.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 3. Элементы комбинаторики

Тема 3.1. Комбинаторные задачи и конфигурации

Комбинаторные задачи и комбинаторные конфигурации. Размещения, перестановки, сочетания, сочетания с повторениями, подстановки.

Тема 3.2. Бином Ньютона

Бином Ньютона, свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Тема 3.3. Разбиения и объединения множеств

Разбиения и объединения множеств. Число Стирлинга.
Возвратные последовательности, производящие функции, рекуррентные соотношения.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 4. Теория графов

Тема 4.1. Основные понятия теории графов

Определение графа. Наиболее важные для практических задач виды графов. Способы представления графов в ЭВМ.
Понятие степени (валентности) вершин для неориентированных и ориентированных графов. Понятие изоморфизма графов. Основные инварианты графа. Теорема Эйлера о степенях вершин.

Тема 4.2. Методы анализа графов в ЭВМ

Методы анализа (обхода) графов в ЭВМ. Маршруты, цепи, циклы. Понятие связности и достижимости. Графы как бинарные отношения. Транзитивное замыкание.

Тема 4.3. Операции над графами

Операции над графами. Компоненты связности. Численная оценка связности графа через его основные инварианты. Вершинная и реберная связность графа. Числовые характеристики вершинной и реберной связности, отношение между ними. Разделяющие множества и разрезы. Теорема Менгера.

Тема 4.4. Ориентированные (корневые) деревья

Ориентированные (корневые) деревья. Способы представления деревьев в ЭВМ. Бинарные деревья, их свойства. Примеры практического использования бинарных деревьев.

Тема 4.5. Алгоритмы на графах

Поиск кратчайших путей на взвешенных графах. Алгоритм Форда-Беллмана и алгоритм Дейкстры

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Курсовая работа, 2 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Математическая логика

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1

Тема 1.4. Логические законы. Их применение

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Построить таблицу истинности и диаграмму Венна для логической формулы

$$a \cdot b \to (b \leftrightarrow c) \oplus a \mid c \to b \cdot c.$$

2. Составить таблицы истинности и изобразить диаграммы Венна для логического выражения

$$(a \oplus b) \vee (b \leftrightarrow c) \mid (a \downarrow c) \vee (a \oplus c)$$

3. Доказать тавтологию

$$(a \oplus b) \to (a \cdot b \cdot c \vee \overline{bc} \vee \overline{ac}) \equiv 1.$$

4. Получить СКНФ для логического выражения

$$(a \oplus b) \to c \mid a \leftrightarrow (b \to a) \cdot (c \to b).$$

Раздел 2. Множества и отношения

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1

Тема 2.5. Алгебраические системы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. С помощью диаграмм Эйлера построить множество

$$((A \cap B) \cup (B \setminus C)) \Delta ((A \cup B) \cap (C \setminus A))$$

2. Изобразить графически результат операций над множествами точек плоскости

$$A \cap B,\ A=\{(x,y) : |x| \le y \le 4\},\ B=\{(x,y) : y \le 1/|x|\}$$

3. Изобразить графически результат операций над множествами точек плоскости.

$$A \Delta B,\ U=\{(x,y) : y \le 3\},\ A=\{(x,y) : x2\text{-}9 \le 3y \le 2\text{-}x2\},$$
$$B=\{(x,y) : x2\text{-}9 \le 3y \le 3/|x|\}$$

4. С помощью диаграмм Эйлера построить множество

$$A \cup (B \Delta C) \cup (A \setminus C) \Delta (B \Delta C)$$

Раздел 3. Элементы комбинаторики

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1

Тема 3.3. Разбиения и объединения множеств

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Сколько всего существует телефонных номеров, состоящих из 5 различных цифр?

2. Решите задачу

Сколькими способами можно распределить 10 специалистов по четырем цехам 1, 2, 3, 4 так, чтобы в них попало соответственно 1, 2, 3, 4 специалиста?

3. Решите задачу

Сколькими способами можно выбрать 5 номеров из 36?

4. Решите задачу

В студенческой группе всего 20 человек. 18 человек изучают английский язык, а 8 человек – немецкий. Каждый студент изучает хотя бы один язык. Сколько студентов изучают оба иностранных языка?

Раздел 4. Теория графов

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5 ПК-5.1

Тема 4.5. Алгоритмы на графах

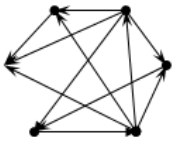
Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

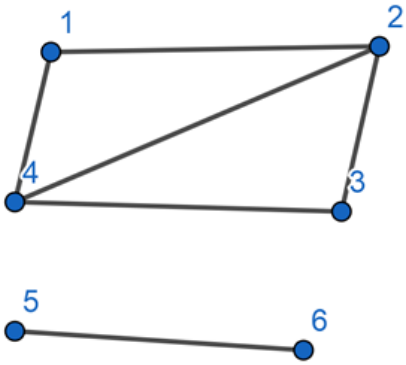
1. Решите задачу

На острове расположено 6 городов. Каждый из городов соединен с любым другим дорогой. Сколько всего дорог на острове?

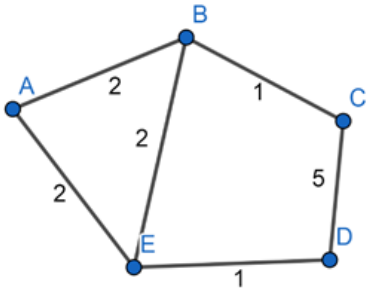
2. Описать следующий граф для представления в ЭВМ в матричной форме



3. Для графа, изображенного на рисунке, найдите матрицу смежности.



4. Найти длину кратчайшего пути из вершины A в вершину D для графа, заданного рисунком.



8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

2 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-5.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Основные понятия логики высказываний. Логические переменные и логические операции.

2. Сформулировать определения или свойства

Представление булевых функций в алгебраической нормальной форме. Представление булевых функций в алгебраической нормальной форме.

3. Сформулировать определения или свойства

Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, сочетания, сочетания с повторениями, подстановки.

4. Сформулировать определения или свойства

Основные инварианты графа, их взаимосвязь. Методы анализа (обхода) графов. Понятие изоморфизма графов

5. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Для логических операций отрицания, конъюнкции и дизъюнкции с помощью построения таблицы истинности доказать закон идемпотентности

6. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Для логических операций отрицания, конъюнкции и дизъюнкции с помощью построения таблицы истинности доказать законы поглощения

7. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вывести формулу для числа перестановок элементов множества из n различных элементов

8. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вывести формулу для числа перестановок элементов множества из n различных элементов

9. Решите задачу

Найти методом Форда-Беллмана кратчайшие пути между первой и остальными вершинами для взвешенного орграфа со следующей матрицей весов

0	-1	∝	∝	2
∝	0	∝	3	∝
1	2	0	∝	-1
∝	∝	-1	0	∝
∝	∝	∝	3	0

10. Показать, что

$$\sum_{n=1}^{m} mC(m,n) = m2^{n-1}$$

11. Построить таблицу истинности и диаграмму Венна для логической формулы

$$a \cdot b \to (b \leftrightarrow c) \oplus a \mid c \to b \cdot c.$$

12. Доказать следующее свойство биномиальных коэффициентов

$$C_k^n = C_{n-k}^n$$

2 семестр, Курсовая работа

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.8 ПК-2.1 ПК-4.1 ПК-5.1 ПК-4.2 ПК-4.3 ПК-4.5

Вопросы/Задания:

1. Алгоритм Дейкстры. Максимальный путь

Решите задачу

3.14.1. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину минимального пути и сам путь от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ или $t = x_7$ по алгоритму Дейкстры, а затем величину максимального пути и сам путь между теми же вершинами:

1) $$\begin{array}{c|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \hline x_1 & - & 5 & 10 & 13 & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & 8 & 9 & 13 & \infty \\ x_3 & \infty & \infty & - & 5 & 3 & 6 \\ x_4 & \infty & \infty & \infty & - & 8 & 10 \\ x_5 & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array}$$

2) $$\begin{array}{c|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \hline x_1 & - & 11 & \infty & 14 & 15 & \infty \\ x_2 & \infty & - & 13 & \infty & \infty & \infty \\ x_3 & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 13 \\ x_4 & \infty & 7 & 11 & - & 9 & \infty \\ x_5 & \infty & 11 & 10 & \infty & - & 14 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array}$$

3) $$\begin{array}{c|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \hline x_1 & - & 5 & 8 & 7 & 18 & \infty \\ x_2 & \infty & - & 11 & \infty & \infty & \infty \\ x_3 & \infty & \infty & - & \infty & \infty & 17 \\ x_4 & \infty & 10 & 12 & - & 6 & \infty \\ x_5 & \infty & 7 & 8 & \infty & - & 11 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array}$$

4) $$\begin{array}{c|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \hline x_1 & - & 6 & 8 & 11 & 10 & \infty \\ x_2 & \infty & - & \infty & 9 & 7 & 15 \\ x_3 & \infty & 8 & - & 7 & 4 & 11 \\ x_4 & \infty & \infty & \infty & - & 6 & 7 \\ & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \end{array}$$

5) $$\begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & \infty & 11 & 15 & 7 & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & \infty & \infty & 14 & 18 & \infty \\ x_3 & \infty & 9 & - & 13 & 7 & 11 & 22 \\ x_4 & \infty & \infty & \infty & - & \infty & 11 & 16 \\ x_5 & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 8 & 23 \end{array}$$

6) $$\begin{array}{c|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \hline x_1 & - & 5 & 6 & 9 & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & \infty & 3 & \infty & 14 \\ x_3 & \infty & 3 & - & 3 & 4 & 16 \\ x_4 & \infty & \infty & \infty & - & \infty & 4 \\ & \infty & \infty & \infty & 3 & - & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} x_5 \\ x_6 \end{array}\begin{pmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \quad \begin{array}{c} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{array}\begin{pmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 19 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \quad \begin{array}{c} x_5 \\ x_6 \end{array}\begin{pmatrix} \infty & \infty & \infty & 3 & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

2. Минимальный путь

Решите задачу

3.14.2. По заданной матрице весов Ω графа G найти минимальный путь по алгоритму Беллмана – Мура между начальной вершиной $s = x_1$ и конечной вершиной $t = x_6$ или $t = x_7$:

$$1)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 15 & \infty & 12 & 10 & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & 4 & -6 & 2 & \infty & \infty \\ x_3 & \infty & \infty & - & \infty & -4 & 2 & -3 \\ x_4 & \infty & \infty & 10 & - & 7 & \infty & 9 \\ x_5 & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -5 & 5 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 \\ x_7 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array} \quad 2)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 3 & \infty & 7 & \infty & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & 5 & \infty & 5 & 11 & \infty \\ x_3 & \infty & \infty & - & -4 & -6 & 5 & \infty \\ x_4 & \infty & \infty & \infty & - & 8 & 6 & 4 \\ x_5 & \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 & 10 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -3 \\ x_7 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array} \quad 3)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 2 & \infty & \infty & 4 & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & \infty & \infty & \infty & 10 & \infty \\ x_3 & \infty & 2 & - & 3 & 6 & \infty & \infty \\ x_4 & \infty & -7 & \infty & - & \infty & \infty & 4 \\ x_5 & \infty & -4 & \infty & 8 & - & \infty & 11 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & -3 & -5 & - & 3 \\ x_7 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array}$$

$$4)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 3 & 8 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & \infty & 7 & \infty & 10 & \infty \\ x_3 & \infty & 4 & - & \infty & 7 & 6 & 10 \\ x_4 & \infty & \infty & -5 & - & \infty & \infty & 4 \\ x_5 & \infty & -9 & \infty & 12 & - & 6 & \infty \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - & -5 \\ x_7 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array} \quad 5)\ \begin{array}{c|cccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \hline x_1 & - & 8 & 7 & 11 & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & -10 & 7 & \infty & \infty \\ x_3 & \infty & \infty & - & \infty & 6 & \infty \\ x_4 & \infty & \infty & 5 & - & \infty & 8 \\ x_5 & \infty & \infty & \infty & -6 & - & 7 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array} \quad 6)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & -3 & 7 & \infty & 8 & \infty & \infty \\ x_2 & \infty & - & 5 & 11 & \infty & 13 & \infty \\ x_3 & \infty & \infty & - & -5 & \infty & \infty & \infty \\ x_4 & \infty & \infty & \infty & - & \infty & 6 & 4 \\ x_5 & \infty & \infty & 7 & 9 & - & -6 & 12 \\ x_6 & \infty & \infty & 8 & \infty & \infty & - & 5 \\ x_7 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{array}$$

3. Алгоритм Прима. Алгоритм Краскала.

Решите задачу

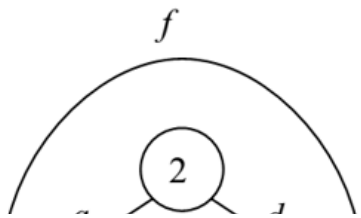
3.19.1. Для графа G, заданного матрицей весов, построить минимальный по весу остов G' и найти его вес $\omega(G')$.

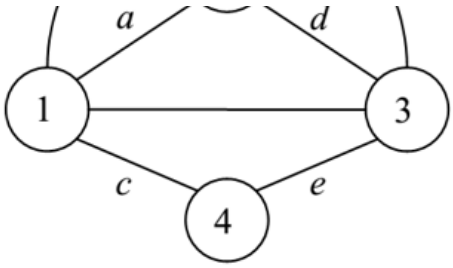
$$1)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 10 & \infty & 5 & \infty & \infty & 14 \\ x_2 & 10 & - & 6 & 2 & 4 & 8 & \infty \\ x_3 & \infty & 6 & - & 3 & 1 & 1 & \infty \\ x_4 & 5 & 2 & 3 & - & 6 & \infty & 3 \\ x_5 & \infty & 4 & 1 & 6 & - & 5 & \infty \\ x_6 & \infty & 8 & 1 & \infty & 5 & - & 2 \\ x_7 & 14 & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 & - \end{array} \quad 2)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 7 & 15 & 12 & \infty & 10 & \infty \\ x_2 & 7 & - & 13 & 9 & \infty & \infty & 8 \\ x_3 & 15 & 13 & - & 7 & 15 & 7 & \infty \\ x_4 & 12 & 9 & 7 & - & 9 & \infty & 11 \\ x_5 & \infty & \infty & 15 & 9 & - & 10 & \infty \\ x_6 & 10 & \infty & 7 & \infty & 10 & - & 12 \\ x_7 & \infty & 8 & \infty & 11 & \infty & 12 & - \end{array} \quad 3)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 10 & 11 & \infty & 14 & \infty & 12 \\ x_2 & 10 & - & 10 & 9 & \infty & \infty & 7 \\ x_3 & 11 & 10 & - & 12 & 10 & \infty & 6 \\ x_4 & \infty & 9 & 12 & - & 9 & 12 & \infty \\ x_5 & 14 & \infty & 10 & 9 & - & 11 & 12 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & 12 & 11 & - & \infty \\ x_7 & 12 & 7 & 6 & \infty & 12 & \infty & - \end{array}$$

$$4)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 3 & 5 & \infty & 6 & \infty & \infty \\ x_2 & 3 & - & 10 & 6 & 8 & \infty & 4 \\ x_3 & 5 & 10 & - & 5 & 7 & \infty & 9 \\ x_4 & \infty & 6 & 5 & - & 8 & 7 & \infty \\ x_5 & 6 & 8 & 7 & 8 & - & 9 & 11 \\ x_6 & \infty & \infty & \infty & 7 & 9 & - & \infty \\ x_7 & \infty & 4 & 9 & \infty & 11 & \infty & - \end{array} \quad 5)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 8 & \infty & 10 & 13 & \infty & 11 \\ x_2 & 8 & - & 7 & 8 & \infty & 15 & \infty \\ x_3 & \infty & 7 & - & \infty & 19 & 10 & 15 \\ x_4 & 10 & 8 & \infty & - & 9 & \infty & 6 \\ x_5 & 13 & \infty & 19 & 9 & - & 8 & \infty \\ x_6 & \infty & 15 & 10 & \infty & 8 & - & 12 \\ x_7 & 11 & \infty & 15 & 6 & \infty & 12 & - \end{array} \quad 6)\ \begin{array}{c|ccccccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline x_1 & - & 6 & 8 & \infty & \infty & 7 & \infty \\ x_2 & 6 & - & 11 & 12 & 9 & \infty & 5 \\ x_3 & 8 & 11 & - & 7 & 8 & \infty & 9 \\ x_4 & \infty & 12 & 7 & - & 6 & 5 & 10 \\ x_5 & \infty & 9 & 8 & 6 & - & 8 & \infty \\ x_6 & 7 & \infty & \infty & 5 & 8 & - & 7 \\ x_7 & \infty & 5 & 9 & 10 & \infty & 7 & - \end{array}$$

4. В таблице указаны массы грузов, которые необходимо перевезти. Решить задач единого среднего.

Пункт	1	2	3	4
Груз (т)	a	b	c	d





5. Для графа, заданного матрицей, решить задач коммиояжера методом ветвей и границ.

$$A = \begin{pmatrix} \infty & a & b & c & d \\ e & \infty & f & g & h \\ k & m & \infty & n & p \\ q & r & s & \infty & t \\ x & y & z & w & \infty \end{pmatrix}$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Судоплатов С. В. Дискретная математика: учебник / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. - 5-е изд. - Новосибирск: НГТУ, 2016. - 280 с. - 978-5-7782-2820-7. - Текст: электронный // Издательство Лань: [сайт]. - URL: https://e.lanbook.com/book/118335 - Режим доступа: по подписке

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Учебник для вузов / Ф.А. Новиков. - Издательство Питер, 2003. - 304 - 5-94723-355-X. - Текст: непосредственный.

3. Судоплатов С.В. Элементы дискретной математики: Учебник. / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. - Изд-во НГТУ, 2002. - 208 с. - (Серия "Высшее образование"). - 5-16-000957-4 (Инфра-М); 5-7782-0332-2 (НГТУ). - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Ковалёва Л. Ф. Дискретная математика в задачах: учебное пособие / Л. Ф. Ковалёва. - Дискретная математика в задачах - Москва: Евразийский открытый институт, 2011. - 142 с. - 978-5-374-00514-1. - Текст: электронный // IPR SMART: [сайт]. - URL: https://www.iprbookshop.ru/10660.html - Режим доступа: по подписке

2. Ерусалимский Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум: учебник для вузов / Я. М. Ерусалимский. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2023. - 476 с. - 978-5-507-46767-9. - Текст: электронный // Издательство Лань: [сайт]. - URL: https://e.lanbook.com/book/319427 - Режим доступа: по подписке

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. https://www.iprbookshop.ru/ - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения
(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем
(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.
Меловая доска - 4 шт.
Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.
Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Дискретная математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая

имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.