



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Факультет управления территориями
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
15 мая 2026 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА
«Б1.О.13.03 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 27.03.03 Системный анализ и управление

Направленность (профиль) подготовки: Управление земельно-информационными системами

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2026

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 6 з.е.
в академических часах: 216 ак.ч.

Москва, 2026

Разработчики:

Старший преподаватель кафедры Высшей математики Исакова О.
В.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 27.03.03 Системный анализ и управление, утвержденного приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 902

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	факультет Управления территориями	Председатель ученого совета факультета	Воронцова А. А.	Рассмотрено	25.11.2025, № 8-2025

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения, случайные величины и их законы распределения, статистические модели, критерии согласия, интегральные преобразования;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-1 Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики

ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации

Знать:

ОПК-1.1/Зн1 Методов математического моделирования и анализа в профессиональной деятельности

ОПК-1.1/Зн2 Методы математического моделирования и анализа, применяемые в землеустройстве и кадастрах недвижимости

ОПК-1.1/Зн3 Основные понятия и определения теории графов

Уметь:

ОПК-1.1/Ум1 Использовать естественно-научные и инженерные знания для оптимизации процессов в профессиональной деятельности

ОПК-1.1/Ум2 Использовать естественно-научные и инженерные знания для оптимизации землеустроительных процессов

ОПК-1.1/Ум3 Пользоваться графами для описания однородных бинарных отношений

Владеть:

ОПК-1.1/Нв1 Навыком выбора наилучшего метода моделирования и расчета в профессиональной деятельности

ОПК-1.1/Нв2 Навыком выбора наилучшего метода моделирования и расчета при разработке землеустроительной и кадастровой документации

ОПК-1.1/Нв3 Основными методами решения оптимизационных задач на графах для практических приложений

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли

Знать:

ОПК-1.2/Зн1 Фундаментальные концепции и теории, применимые в землеустройстве и кадастрах недвижимости

ОПК-1.2/Зн2 Фундаментальные концепции и теории, применимые в профессиональной деятельности

ОПК-1.2/Зн3 О связи специальности с фундаментальными науками

Уметь:

ОПК-1.2/Ум1 Интегрировать научные знания для решения реальных профессиональных задач

ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

ОПК-1.2/Ум3 Пользоваться графами для анализа однородных бинарных отношений;

Владеть:

ОПК-1.2/Нв1 Навыком эффективного применения научного потенциала для улучшения качества землеустроительных и кадастровых процедур

ОПК-1.2/Нв2 Навыком эффективного применения научного потенциала для профессиональной деятельности

ОПК-1.2/Нв3 Основным математическим аппаратом для решения профессиональных задач

ОПК-2 Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)

ОПК-2.1 Использует знание алгоритма организации выполнения работ в процессе проектной деятельности

Знать:

ОПК-2.1/Зн3 Основной математический аппарат применяемый в решении профессиональных задач

Уметь:

ОПК-2.1/Ум6 Применять аппарат теории множеств для формализованного описания данных и их взаимосвязей

Владеть:

ОПК-2.1/Нв5 Методами алгебры множеств для анализа формальных моделей данных и их взаимосвязей

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.13.03 «Высшая математика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 1, 2.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
1 семестр	108	3	36	36	36	Зачет с оценкой
2 семестр	108	3	34	34	4	Экзамен (36)
Всего	216	6	70	70	40	36

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий (часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотношенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Введение в математический анализ	15	3	6	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1
Тема 1.1. Функции одной переменной	5	1	2	2	
Тема 1.2. Пределы	5	1	2	2	
Тема 1.3. Непрерывность функций	5	1	2	2	
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	20	5	8	7	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1
Тема 2.1. Производная и дифференциал	6	2	2	2	
Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков	5	1	2	2	
Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	5	1	2	2	
Тема 2.4. Исследование функций методами дифференциального исчисления	4	1	2	1	
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	23	6	11	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл	4	1	2	1	
Тема 3.2. Основные методы интегрирования	4	1	2	1	
Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций	4	1	2	1	
Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции	4	1	2	1	
Тема 3.5. Определенный интеграл и его свойства	4	1	2	1	
Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла	3	1	1	1	
Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия	52	26	22	4	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1
Тема 4.1. Векторы	11	6	4	1	
Тема 4.2. Скалярное произведение векторов	11	6	4	1	
Тема 4.3. Векторное и смешанное произведение векторов	11	6	4	1	
Тема 4.4. Элементы аналитической геометрии на плоскости	9	4	4	1	
Тема 4.5. Плоскость и прямая в пространстве	10	4	6		
Раздел 5. Элементы линейной алгебры	20	8	12		ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1
Тема 5.1. Матрицы и определители	10	4	6		
Тема 5.2. Системы линейных уравнений	10	4	6		
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	20	8	4	8	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1
Тема 6.1. Функции нескольких переменных	5	2	1	2	
Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	5	2	1	2	
Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций	5	2	1	2	
Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных	5	2	1	2	
Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы	10	4	2	4	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1
Тема 7.1. Двойной интеграл	5	2	1	2	
Тема 7.2. Криволинейные интегралы	5	2	1	2	

Раздел 8. Ряды	8	4	2	2	ОПК-1.1
Тема 8.1. Числовые ряды	4	2	1	1	ОПК-1.2
Тема 8.2. Функциональные ряды	4	2	1	1	ОПК-2.1
Раздел 9. Дифференциальные уравнения	12	6	3	3	ОПК-1.1
Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	4	2	1	1	ОПК-1.2
Тема 9.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков	4	2	1	1	ОПК-2.1
Тема 9.3. Системы линейных дифференциальных уравнений	4	2	1	1	
Итого	180	70	70	40	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Тема 1.1. Функции одной переменной

- 1.1. Определение и способы задания функции
- 1.2. Основные свойства функций
- 1.3. Классификация функций

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.2. Пределы

- 2.1. Основные определения
- 2.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов
- 2.3. Теоремы о существовании пределов
- 2.4. Первый замечательный предел
- 2.5. Определение предела числовой последовательности
- 2.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел
- 2.7. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.3. Непрерывность функций

- 3.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
- 3.2. Точки разрыва и их классификация
- 3.3. Теоремы о непрерывных функциях
- 3.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Тема 2.1. Производная и дифференциал

- 1.1. Определение производной
- 1.2. Дифференцируемость и дифференциал
- 1.3. Основные правила дифференцирования
- 1.4. Линеаризация функций

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков

- 2.1. Производные высших порядков
- 2.2. Производные неявной и параметрически заданной функций
- 2.3. Дифференциалы высших порядков
- 2.4. Инвариантность дифференциала

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

- 3.1. Теорема Ферма
- 3.2. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши
- 3.3. Правило Лопиталя

Тема 2.4. Исследование функций методами дифференциального исчисления

- 4.1. Монотонность функций
- 4.2. Экстремумы функций
- 4.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
- 4.4. Асимптоты графика функции
- 4.5. Общая схема исследования и построения графика функции
- 4.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Свойства неопределенного интеграла
- 1.3. Таблица основных интегралов

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

- 2.1. Непосредственное интегрирование
- 2.2. Метод замены переменной
- 2.3. Формула интегрирования по частям

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций

- 3.1. Общие сведения о рациональных функциях
- 3.2. Интегрирование простейших алгебраических дробей
- 3.3. Интегрирование рациональных дробей

Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции

- 4.1. Интегрирование дифференциала $R(\sin(x), \cos(x))dx$
- 4.2. Интегрирование функций с использованием тригонометрических преобразований
- 4.3. Интегрирование рациональных выражений

Тема 3.5. Определенный интеграл и его свойства

- 5.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы
- 5.2. Геометрический смысл определенного интеграла
- 5.3. Основные свойства определенного интеграла
- 5.4. Вычисление определенного интеграла

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

- 6.1. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах
- 6.2. Длина дуги кривой
- 6.3. Объем тела

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 4.1. Векторы

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Линейные операции над векторами
- 1.3. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису
- 1.4. Проекция вектора на ось
- 1.5. Представление векторов в декартовой системе координат

Текущий контроль

Вид (форма) контроля

Решение задач

Тема 4.2. Скалярное произведение векторов

- 2.1. Определение и свойства скалярного произведения
- 2.2. Скалярное произведение в декартовых координатах

Тема 4.3. Векторное и смешанное произведение векторов

- 3.1. Определители второго и третьего порядков
- 3.2. Определение векторного произведения и его свойства
- 3.3. Векторное произведение в декартовых координатах
- 3.4. Смешанное произведение векторов и его свойства
- 3.5. Смешанное произведение в декартовых координатах

Тема 4.4. Элементы аналитической геометрии на плоскости

- 4.1. Прямая на плоскости
- 4.2. Кривые второго порядка

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.5. Плоскость и прямая в пространстве

- 5.1. Способы задания плоскости в пространстве
- 5.2. Взаимное расположение плоскостей
- 5.3. Способы задания прямой в пространстве
- 5.4. Взаимное расположение прямых в пространстве
- 5.5. Взаимное расположение прямой и плоскости

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Тема 5.1. Матрицы и определители

- 1.1. Понятие матрицы
- 1.2. Линейные операции над матрицами
- 1.3. Понятие определителя
- 1.4. Свойства определителей и основные методы их вычисления

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.2. Системы линейных уравнений

- 2.1. Обратная матрица и ее отыскание
- 2.2. Правило Крамера
- 2.3. Понятие системы линейных уравнений и ее решения
- 2.4. Ранг матрицы. Условие совместности системы линейных уравнений
- 2.5. Построение решения линейной системы
- 2.6. Однородные системы линейных уравнений
- 2.7. Метод Гаусса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

- 2.1. Частные производные первого порядка
- 2.2. Дифференцируемость и полный дифференциал
- 2.3. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях
- 2.4. Частные производные и дифференциалы высших порядков

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

- 3.1. Производная сложной функции
- 3.2. Инвариантность формы дифференциала первого порядка
- 3.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

- 4.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
- 4.2. Формула Тейлора
- 4.3. Локальный экстремум функции нескольких переменных
- 4.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы

Тема 7.1. Двойной интеграл

- 1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
- 1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
- 1.3. Замена переменных в двойном интеграле
- 1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах
- 1.5. Приложения двойных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 7.2. Криволинейные интегралы

- 2.1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и способы вычисления
- 2.2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и способы вычисления. Условие независимости от пути интегрирования
- 2.3. Формула Грина
- 2.4. Приложения криволинейных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 8. Ряды

Тема 8.1. Числовые ряды

- 1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости
- 1.2. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов
- 1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 8.2. Функциональные ряды

- 2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости
- 2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля
- 2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 2.4. Приближенные вычисления с применением степенных рядов
- 2.5. Ряды Фурье

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 9. Дифференциальные уравнения

Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 9.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

2.1. Основные понятия

2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка

2.3. Теория решений линейных уравнений второго порядка

2.4. Теория решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами второго и более высоких порядков. Метод вариации произвольных постоянных.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 9.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Общие сведения и основные методы решения

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».

- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 1.1. Функции одной переменной

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида.

$$y = |2x+1| + |x-1|, \quad y = |\arcsin 2|x|| - \frac{\pi}{2}$$

Тема 1.2. Пределы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}$$

2. Сформулируйте с помощью неравенств следующие утверждения. Поясните их геометрический смысл.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A \quad \text{и} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

3. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} & \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{\sin x}{2} + 1\right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \\ & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x}(\sqrt{1+x} - 1)}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \\ & \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \\ & \text{и) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+3) - \ln x). \end{aligned}$$

Тема 1.3. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва

$$\begin{aligned} & \text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad \text{в) } f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases} \\ & \text{г) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д) } f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{\pi-x}}. \end{aligned}$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 2.1. Производная и дифференциал

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}$$

Тема 2.4. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите асимптоты графика функции

$$f(x) = \ln(4-x^2)$$

2. Исследуйте функцию и постройте ее график.

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned} 1. & \int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x}\right) dx; \quad \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \quad \int \left(5^x - \frac{1}{x^3}\right) dx; \\ & \int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx. \\ 2. & \int x\sqrt[3]{6x^2+1} dx; \quad \int x e^{-2x^2} dx; \quad \int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x} dx; \quad \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}. \\ 3. & \int \frac{dx}{x^2-6x}; \quad \int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}; \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}. \\ 4. & \int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16-e^x}}; \quad \int \frac{dx}{e^{2x}+1}; \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}; \quad \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}. \\ 5. & \int (3x-x^2)\cos 2x dx; \quad \int x^2 \ln^2(x+1) dx; \quad \int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}; \quad \int (e^{2x}+4)\sin 3x dx; \\ & \int \arcsin(3x+1) dx. \end{aligned}$$

Тема 3.5. Определенный интеграл и его свойства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие интегралы

$$\begin{aligned} \text{а) } & \int_1^5 \cos 5x dx; \quad \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \quad \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx; \quad \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}; \\ \text{б) } & \int_{-3}^1 (4-x)\cos \frac{x}{3} dx; \quad \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \quad \int_0^1 (5-2x)e^{-\frac{x}{2}} dx; \quad \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx; \\ & \int_1^{\frac{1}{2}} 3x^4 + 3x^2 + 1 dx; \quad \int_1^3 2x^2 + 4 dx; \quad \int_2^5 dx; \quad \int_1^5 dx. \end{aligned}$$

$$в) \int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}; \int_2^5 \frac{dx}{x^3-x^2-x+1}; \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}; \int_4^7 \frac{dx}{(x-1)(x+2)};$$

$$г) \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}; \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}; \int_4^5 \frac{x dx}{x^4-4x^2+3}; \int_{-\frac{3}{2}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}};$$

$$д) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx; \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx;$$

$$е) \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}; \int_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx; \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}; \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}.$$

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите длину дуги кривой
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, \quad y^2 = x$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения односторонних пределов функции, докажите, что

$$\lim_{x \rightarrow 0-} 2^{\frac{1}{x}} = 0.$$

2. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

3. Вычислите объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = 4 - x, \quad x = 0, \quad \text{вокруг оси } Oy.$$

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 4.1. Векторы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A = (3, 4, -1)$, $B = (2, -4, 2)$, $C = (5, 6, 0)$, $D = (11, -3, -12)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$.

а) Найдите координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$, их модули и направляющие косинусы.

б) Найдите координаты векторов $\overline{AB} - 2\overline{BC} + 4\overline{DA}$ и $7\overline{AB} - \overline{AC} + 3\overline{DA}$.

в) Найдите угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

г) Найдите проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.

д) Найдите координаты точки M , делящей отрезок $[AB]$ в отношении 2:1.

е) Проверьте перпендикулярность векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и векторов

- е) Докажите неколлинеарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и вычислить площадь треугольника ABC .
- ё) Вычислите длину высоты треугольника ABC , опущенную из вершины A .
- ж) Докажите некомпланарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ и вычислить объем пирамиды $ABCD$.
- з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро $[BC]$ и вершины A и D пирамиды $ABCD$.
- и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D .

Тема 4.4. Элементы аналитической геометрии на плоскости

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0$$

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 5.1. Матрицы и определители

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите произведения матриц A и B

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, B = (1 \ 2 \ 3); \text{ в) } A = (1 \ 2 \ 3), B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{ д) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{ е) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ -3 & 0 & 7 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ ё) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 6 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}; \text{ ж) }$$

$$A = \begin{pmatrix} \chi_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \chi_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \chi_n \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mn} \end{pmatrix}; \text{ з) } A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_n \end{pmatrix}; \text{ и) } A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}.$$

2. Найдите ранг матрицы

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 3 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \text{ в) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислите определители

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 9 & 12 \\ -2 & 15 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} -3 & -5 & 4 & 7 \\ 9 & 8 & -5 & -8 \\ 3 & 2 & -3 & -4 \\ 6 & 7 & -2 & -5 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{vmatrix}$$

Тема 5.2. Системы линейных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Методом Гаусса решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

2. Матричным методом решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите матричное уравнение

$$AX = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Методом Крамера решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases} \text{ б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и определите ее тип

$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$$

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите значения частных производных функции z до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2}, 1 \right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}$$

2. Вычислите значение производной функции с точностью до двух знаков после запятой, если

$$z = x^{y^t}, \text{ где } x = e^t, y = \ln t, t_0 = 1$$

3. Заменяя приращение функции дифференциалом, приближенно вычислите

$$1,002 \cdot 2,003^2$$

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2)$$

Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 7.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

2. Вычислите площадь фигуры D , ограниченной линиями

$$y^2 - 6y + x^2 = 0, y^2 - 10y + x^2 = 0, y = x, x = 0$$

Тема 7.2. Криволинейные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$\int_L \frac{dx + dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + z dz,$$

где L – часть кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, z = e^t \quad (0 < t < \pi)$$

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t, \quad z = e^t \quad (0 \leq t \leq \pi).$$

2. Найдите функцию $F(x, y)$, если

$$dF = \left(\sin y - y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y + \cos x - \frac{1}{y} \right) dy$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$\text{а) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2 y^2}; \quad \text{б) } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + x - 2y + 2}{-y^2 + 3x^2}.$$

2. Вычислите массу дуги кривой

$$y = 2 \ln \left(\frac{4}{4 - x^2} \right), \quad \text{где } 0 \leq x \leq 1, \quad \text{если ее плотность в каждой точке равна} \\ \mu(x, y) = x.$$

3. Вычислите

$$\iint_D y dx dy, \quad \text{где область } D \text{ ограничена линиями } y^2 - 2y + x^2 = 0, \\ y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = x\sqrt{3}.$$

Раздел 8. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 8.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте сходимость рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n; \quad \text{д)}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n}; \quad \text{ж)}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}; \quad \text{з) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}.$$

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \quad \text{с точностью } \varepsilon = 0,01$$

Тема 8.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Тейлора функцию

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x, \quad \text{если } x_0 = -2$$

2. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

Раздел 9. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.1

Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}; \quad \text{б) } xy' - y = (x + y) \ln \left(\frac{x + y}{x} \right);$$

$$\text{в) } (2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0, y(0) = 0.$$

2. С помощью метода изоклин приближенно постройте несколько интегральных кривых уравнения

$$y' = x - y^2$$

Тема 9.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } y'' = xe^{x^2} + 3^{-x}; \quad \text{б) } y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x, y(0) = 1, y'(0) = 4; \quad \text{в) } x^2 y'' = y'^2;$$

$$\text{г) } y'' = 2yy'; \quad \text{д) } xy y'' - xy'^2 = yy', y(1) = e, y'(1) = 2e.$$

2. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

$$\text{а) } y'' + y = \frac{1}{\sin x}; \quad \text{б) } y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x; \quad \text{в) } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

Тема 9.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } y'' - 3y' - 10y = 0, y(0) = 1, y'(0) = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 4y = 0;$$

$$\text{в) } y'' - 2y' + 2y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } 2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0, y(0) = 0;$$

$$\text{б) } 2xy \ln y dx + (x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1}) dy = 0;$$

$$\text{в) } (3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0.$$

3. Разложите в ряд Маклорена функцию

$$f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}.$$

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-2.1 ОПК-1.2

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства
Функция. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность
2. Сформулировать определения или свойства
Определённый интеграл как предел интегральной суммы
Геометрический и физический смысл определённого интеграла
3. Сформулировать определения или свойства
Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Задача линеаризации функции. Прием логарифмического дифференцирования.
4. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Предел числовой последовательности
Предельный переход в неравенствах
Предел функции в точке
5. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции
6. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Дифференцирование параметрически заданных функций
Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций
7. Вычислить с помощью эквивалентных б.м.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} \left(\sqrt{1 + x + \frac{x^2}{2}} - 1 \right)}$$

8. Вычислите интеграл

$$\int \sin x \cos^4 x dx$$

9. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной параболой

$$y = 4x^2 \text{ и прямой } y = 4x$$

2 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-2.1 ОПК-1.2

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства
Определители второго и третьего порядков и их вычисление
2. Сформулировать определения или свойства
Общие уравнения эллипса, гиперболы и параболы и их геометрические характеристики
3. Сформулировать определения или свойства
Однородные системы линейных уравнений: основные определения

Общее решение линейной однородной системы

4. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов

Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)

5. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Задачи: о расстоянии от точки до прямой на плоскости, о расстоянии между параллельными прямыми на плоскости

Угол между прямыми на плоскости (вывод формул)

6. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейные операции над матрицами

Свойства определителей и основные методы их вычисления

7. Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

8. Составьте уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые, заданные уравнениями

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2} \text{ и } \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$$

9. Решите задачу

Вычислите смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{a} - 6\vec{c})$, если

$$\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = 5\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.

2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2007. - 416 - 978-5-488-01072-7. - Текст: непосредственный.

3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 4-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2006. - 608 - 5-8112-1778-1. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов В 2-х т. Т. 2. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001; 2002. - 5-89602-013-9 (т.2). - Текст: непосредственный.

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. 1 / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2002; 2004; 2006. - 5-89602-012-0(т.1). - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения

(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем

(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.

Меловая доска - 4 шт.

Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.

Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может

представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.