



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Факультет управления территориями
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
24 марта 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА
«Б1.О.13.02 МАТЕМАТИКА»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 21.03.02 Землеустройство и кадастры

Направленность (профиль) подготовки: Управление недвижимостью и развитием территорий

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2023

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 12 з.е.
в академических часах: 432 ак.ч.

Москва, 2023

Разработчики:

Старший преподаватель кафедры Высшей математики Исакова О. В.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 21.03.02 Землеустройство и кадастры, утвержденного приказом Минобрнауки от 12.08.2020 № 978

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	факультет Управления территориями	Председатель ученого совета факультета	Зозуля В. В.	Рассмотрено	15.12.2022, № 2-2022

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения, случайные величины и их законы распределения, статистические модели, критерии согласия, интегральные преобразования;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общинженерные знания

ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании землеустроительной и кадастровой документации

Знать:

ОПК-1.1/Зн1 Методы математического моделирования и анализа, применяемые в землеустройстве и кадастрах недвижимости

Уметь:

ОПК-1.1/Ум1 Использовать естественно-научные и инженерные знания для оптимизации землеустроительных процессов

Владеть:

ОПК-1.1/Нв1 Навыком выбора наилучшего метода моделирования и расчета при разработке землеустроительной и кадастровой документации

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения конкретных задач в землеустройстве и кадастрах

Знать:

ОПК-1.2/Зн1 Фундаментальные концепции и теории, применимые в землеустройстве и кадастрах недвижимости

Уметь:

ОПК-1.2/Ум1 Интегрировать научные знания для решения реальных профессиональных задач

Владеть:

ОПК-1.2/Нв1 Навыком эффективного применения научного потенциала для улучшения качества землеустроительных и кадастровых процедур

ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций в землеустройстве и кадастре с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений

Знать:

ОПК-1.3/Зн1 Отечественный и международный опыт повышения качества землеустроительных и кадастровых работ

Уметь:

ОПК-1.3/Ум1 Диагностировать причины ухудшения технологического процесса и рассчитывать варианты исправлений

Владеть:

ОПК-1.3/Нв1 Навыком внедрения современных ГИС-технологий и ИКТ-решений для автоматизации и повышения точности землеустроительных и кадастровых операций

ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса работ по внутрихозяйственному землеустройству и контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ

Знать:

ОПК-1.4/Зн1 Современные инструменты и технологии, применяемые в землеустройстве и контроле кадастровых проектов

Уметь:

ОПК-1.4/Ум1 Справляться с техническими сложностями и устранять препятствия в производственной деятельности

Владеть:

ОПК-1.4/Нв1 Навыком быстрого реагирования и оперативного устранения осложнений при выполнении землеустроительных и контрольных задач

ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки землеустроительной документации и рабочих проектов по использованию и охране земельных угодий

Знать:

ОПК-1.5/Зн1 Нормативно-правовые основы и технологию разработки землеустроительной документации

Уметь:

ОПК-1.5/Ум1 Оформлять техническую документацию, соответствующую современным требованиям земельного законодательства

Владеть:

ОПК-1.5/Нв1 Навыком подготовки рабочих проектов по эффективному использованию и защите земельных ресурсов

ОПК-1.6 Демонстрирует навыки разрешения споров при проведении землеустройства и кадастра

Знать:

ОПК-1.6/Зн1 Нормативно-правовую базу урегулирования земельных споров и конфликтных ситуаций

Уметь:

ОПК-1.6/Ум1 Вести переговоры и разрешать споры в процессе землеустроительных и кадастровых работ

Владеть:

ОПК-1.6/Нв1 Навыком мирного урегулирования разногласий и защиты законных интересов сторон в спорах относительно земли и имущества

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.13.02 «Математика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 1, 2, 3, 4.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
1 семестр	108	3	17	34	30	Зачет с оценкой (27)
2 семестр	108	3	16	32	24	Экзамен (36)
3 семестр	108	3	16	32	60	Зачет с оценкой
4 семестр	108	3	16	32	24	Экзамен (36)
Всего	432	12	65	130	138	99

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотношенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Введение в математический анализ	18	4	8	6	ОПК-1.1 ОПК-1.2

Тема 1.1. Функции одной переменной	4	1	2	1	ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 1.2. Пределы	9	2	4	3	ОПК-1.5
Тема 1.3. Непрерывность функций	5	1	2	2	ОПК-1.6
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	23	5	9	9	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Тема 2.1. Производная и дифференциал	3	1	1	1	ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков	7	1	2	4	ОПК-1.6
Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	5	1	2	2	
Тема 2.4. Исследование функций методами дифференциального исчисления	8	2	4	2	
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	40	8	17	15	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл	4	1	2	1	ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 3.2. Основные методы интегрирования	9	2	3	4	ОПК-1.6
Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций	6	1	3	2	
Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции	6	1	3	2	
Тема 3.5. Определенный интеграл и его свойства	8	2	3	3	
Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла	7	1	3	3	
Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия	47	10	21	16	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 4.1. Векторы	5	1	2	2	ОПК-1.3
Тема 4.2. Скалярное произведение векторов	9	2	5	2	ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 4.3. Векторное и смешанное произведение векторов	12	3	5	4	ОПК-1.6
Тема 4.4. Элементы аналитической геометрии на плоскости	11	2	5	4	
Тема 4.5. Плоскость и прямая в пространстве	10	2	4	4	
Раздел 5. Элементы линейной алгебры	25	6	11	8	ОПК-1.1 ОПК-1.2

Тема 5.1. Матрицы и определители	11	2	5	4	ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 5.2. Системы линейных уравнений	14	4	6	4	ОПК-1.5 ОПК-1.6
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	61	8	18	35	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3
Тема 6.1. Функции нескольких переменных	11	2	4	5	ОПК-1.4 ОПК-1.5
Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	18	2	6	10	ОПК-1.6
Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций	16	2	4	10	
Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных	16	2	4	10	
Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы	47	8	14	25	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 7.1. Двойной интеграл	27	4	8	15	ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 7.2. Криволинейные интегралы	20	4	6	10	ОПК-1.5 ОПК-1.6
Раздел 8. Ряды	28	6	12	10	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 8.1. Числовые ряды	14	3	6	5	ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 8.2. Функциональные ряды	14	3	6	5	ОПК-1.5 ОПК-1.6
Раздел 9. Дифференциальные уравнения	44	10	20	14	ОПК-1.1 ОПК-1.2
Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	15	3	7	5	ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 9.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков	16	4	7	5	ОПК-1.5 ОПК-1.6
Тема 9.3. Системы линейных дифференциальных уравнений	13	3	6	4	
Итого	333	65	130	138	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Тема 1.1. Функции одной переменной

- 1.1. Определение и способы задания функции
- 1.2. Основные свойства функций
- 1.3. Классификация функций

Текущий контроль

Вид (форма) контроля

Решение задач

Тема 1.2. Пределы

- 2.1. Основные определения
- 2.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов
- 2.3. Теоремы о существовании пределов
- 2.4. Первый замечательный предел
- 2.5. Определение предела числовой последовательности
- 2.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел
- 2.7. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.3. Непрерывность функций

- 3.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
- 3.2. Точки разрыва и их классификация
- 3.3. Теоремы о непрерывных функциях
- 3.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Тема 2.1. Производная и дифференциал

- 1.1. Определение производной
- 1.2. Дифференцируемость и дифференциал
- 1.3. Основные правила дифференцирования
- 1.4. Линеаризация функций

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков

- 2.1. Производные высших порядков
- 2.2. Производные неявной и параметрически заданной функций
- 2.3. Дифференциалы высших порядков
- 2.4. Инвариантность дифференциала

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

- 3.1. Теорема Ферма
- 3.2. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши
- 3.3. Правило Лопиталя

Тема 2.4. Исследование функций методами дифференциального исчисления

- 4.1. Монотонность функций
- 4.2. Экстремумы функций
- 4.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
- 4.4. Асимптоты графика функции
- 4.5. Общая схема исследования и построения графика функции
- 4.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Свойства неопределенного интеграла
- 1.3. Таблица основных интегралов

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

- 2.1. Непосредственное интегрирование
- 2.2. Метод замены переменной
- 2.3. Формула интегрирования по частям

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций

- 3.1. Общие сведения о рациональных функциях
- 3.2. Интегрирование простейших алгебраических дробей
- 3.3. Интегрирование рациональных дробей

Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции

- 4.1. Интегрирование дифференциала $R(\sin(x), \cos(x))dx$
- 4.2. Интегрирование функций с использованием тригонометрических преобразований
- 4.3. Интегрирование рациональных выражений

Тема 3.5. Определенный интеграл и его свойства

- 5.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы
- 5.2. Геометрический смысл определенного интеграла
- 5.3. Основные свойства определенного интеграла
- 5.4. Вычисление определенного интеграла

Текущий контроль

Вид (форма) контроля

Решение задач

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

- 6.1. Вычисление площадей в прямоугольных и полярных координатах
- 6.2. Длина дуги кривой
- 6.3. Объем тела

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Тестирование
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 4.1. Векторы

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Линейные операции над векторами
- 1.3. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису
- 1.4. Проекция вектора на ось
- 1.5. Представление векторов в декартовой системе координат

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.2. Скалярное произведение векторов

- 2.1. Определение и свойства скалярного произведения
- 2.2. Скалярное произведение в декартовых координатах

Тема 4.3. Векторное и смешанное произведение векторов

- 3.1. Определители второго и третьего порядков
- 3.2. Определение векторного произведения и его свойства
- 3.3. Векторное произведение в декартовых координатах
- 3.4. Смешанное произведение векторов и его свойства
- 3.5. Смешанное произведение в декартовых координатах

Тема 4.4. Элементы аналитической геометрии на плоскости

- 4.1. Прямая на плоскости
- 4.2. Кривые второго порядка

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.5. Плоскость и прямая в пространстве

- 5.1. Способы задания плоскости в пространстве
- 5.2. Взаимное расположение плоскостей
- 5.3. Способы задания прямой в пространстве
- 5.4. Взаимное расположение прямых в пространстве
- 5.5. Взаимное расположение прямой и плоскости

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Тема 5.1. Матрицы и определители

- 1.1. Понятие матрицы
- 1.2. Линейные операции над матрицами
- 1.3. Понятие определителя
- 1.4. Свойства определителей и основные методы их вычисления

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.2. Системы линейных уравнений

- 2.1. Обратная матрица и ее отыскание
- 2.2. Правило Крамера
- 2.3. Понятие системы линейных уравнений и ее решения
- 2.4. Ранг матрицы. Условие совместности системы линейных уравнений
- 2.5. Построение решения линейной системы
- 2.6. Однородные системы линейных уравнений
- 2.7. Метод Гаусса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Тестирование
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

- 2.1. Частные производные первого порядка
- 2.2. Дифференцируемость и полный дифференциал
- 2.3. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях
- 2.4. Частные производные и дифференциалы высших порядков

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

- 3.1. Производная сложной функции
- 3.2. Инвариантность формы дифференциала первого порядка
- 3.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

- 4.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
- 4.2. Формула Тейлора
- 4.3. Локальный экстремум функции нескольких переменных
- 4.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы

Тема 7.1. Двойной интеграл

- 1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
- 1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
- 1.3. Замена переменных в двойном интеграле
- 1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах
- 1.5. Приложения двойных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 7.2. Криволинейные интегралы

- 2.1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и способы вычисления
- 2.2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и способы вычисления. Условие независимости от пути интегрирования
- 2.3. Формула Грина
- 2.4. Приложения криволинейных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Тестирование
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 8. Ряды

Тема 8.1. Числовые ряды

- 1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости
- 1.2. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов
- 1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 8.2. Функциональные ряды

- 2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости
- 2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля
- 2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 2.4. Приближенные вычисления с применением степенных рядов
- 2.5. Ряды Фурье

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 9. Дифференциальные уравнения

Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 9.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

- 2.1. Основные понятия
- 2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка
- 2.3. Теория решений линейных уравнений второго порядка
- 2.4. Теория решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами второго и более высоких порядков. Метод вариации произвольных постоянных.

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 9.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Общие сведения и основные методы решения

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Тестирование
Контрольная работа

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».

- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 3 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 4 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 1.1. Функции одной переменной

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида.

$$y = |2x+1| + |x-1|, \quad y = |\arcsin 2|x|| - \frac{\pi}{2}$$

Тема 1.2. Пределы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}$$

2. Сформулируйте с помощью неравенств следующие утверждения. Поясните их геометрический смысл.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A \quad \text{и} \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

3. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} & \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{\sin x}{2} + 1\right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \\ & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1 + x} - 1)}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \\ & \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \\ & \text{и) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(x + 3) - \ln x). \end{aligned}$$

Тема 1.3. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва

$$\begin{aligned} & \text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}; \quad \text{в) } f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases} \\ & \text{г) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д) } f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{\pi - x}}. \end{aligned}$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 2.1. Производная и дифференциал

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg \left(\frac{x - 5}{x^2 - 10x + 24} \right) - \sqrt[3]{x + 5}$$

Тема 2.4. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите асимптоты графика функции

$$f(x) = \ln(4 - x^2)$$

2. Исследуйте функцию и постройте ее график.

$$y = \sqrt[3]{(x + 1)^2} - \sqrt[3]{(x - 1)^2}$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned} 1. & \int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} \right) dx; \quad \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \quad \int \left(5^x - \frac{1}{x^3} \right) dx; \\ & \int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx. \\ 2. & \int x\sqrt[3]{6x^2+1} dx; \quad \int x e^{-2x^2} dx; \quad \int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x} dx; \quad \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}. \\ 3. & \int \frac{dx}{x^2-6x}; \quad \int \frac{(4-3x)dx}{5x^2+6x+18}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}; \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}. \\ 4. & \int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16-e^x}}; \quad \int \frac{dx}{e^{2x}+1}; \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}; \quad \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}. \\ 5. & \int (3x-x^2)\cos 2x dx; \quad \int x^2 \ln^2(x+1) dx; \quad \int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}; \quad \int (e^{2x}+4)\sin 3x dx; \\ & \int \arcsin(3x+1) dx. \end{aligned}$$

Тема 3.5. Определенный интеграл и его свойства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие интегралы

$$\begin{aligned} \text{а)} & \int_1^5 \cos 5x dx; \quad \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \quad \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx; \quad \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}; \\ \text{б)} & \int_{-3}^1 (4-x)\cos \frac{x}{3} dx; \quad \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \quad \int_0^1 (5-2x)e^{-\frac{x}{2}} dx; \quad \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx; \\ \text{в)} & \int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx; \quad \int_2^3 \frac{2x^2+4}{x^3-x^2-x+1} dx; \quad \int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}; \quad \int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}; \\ \text{г)} & \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}; \quad \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}; \quad \int_4^5 \frac{x dx}{x^4-4x^2+3}; \quad \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}; \\ \text{д)} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1} dx; \quad \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \quad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \quad \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx; \\ \text{е)} & \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}; \quad \int_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx; \quad \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}; \quad \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}. \end{aligned}$$

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите длину дуги кривой
2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, \quad y^2 = x$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения односторонних пределов функции, докажите, что

$$\lim_{x \rightarrow 0-} 2^{\frac{1}{x}} = 0.$$

2. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

3. Вычислите объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = 4 - x, \quad x = 0, \quad \text{вокруг оси } Oy.$$

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Выберите верный ответ

Значение $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$ равно ...

- 1) 1
- 2) $\frac{3}{5}$
- 3) $\frac{5}{3}$
- 4) 0

2. Выберите верный ответ

Значение производной функции $y = x \sin x$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$ равно...

- 1) $\frac{\pi}{2}$
- 2) 1
- 3) 0
- 4) 0,5

3. Выберите верный ответ

Значение интеграла $\int_0^2 (2x + 1) dx$ равно ...

- 1) 0
- 2) 2
- 3) 4
- 4) 6

4. Выберите верный ответ

Найдите точку максимума функции $y = -x^2 + 3x - 1$.

- 1) 1
- 2) 1,5
- 3) 1,75
- 4) 2

5. Выберите верный ответ

Значение $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x+2)}{x^2-4}$ равно ...

- 1) -0,25
- 2) 0,25
- 3) 0
- 4) -

4) 0,5

6. Выберите верный ответ

Значение интеграла $\int_0^1 (x+1)^3 dx$ равно ...

- 1) 3
- 2) 3,5
- 3) 3,75
- 4) 4

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 4.1. Векторы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A=(3,4,-1)$, $B=(2,-4,2)$, $C=(5,6,0)$, $D=(11,-3,-12)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.

а) Найдите координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$, их модули и направляющие косинусы.

б) Найдите координаты векторов $\overline{AB} - 2\overline{BC} + 4\overline{DA}$ и $7\overline{AB} - \overline{AC} + 3\overline{DA}$.

в) Найдите угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

г) Найдите проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.

д) Найдите координаты точки M , делящей отрезок $[AB]$ в отношении 2:1.

е) Докажите неколлинеарность векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и вычислить площадь треугольника ABC .

ё) Вычислите длину высоты треугольника ABC , опущенную из вершины A .

ж) Докажите некомпланарность векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ и вычислить объем пирамиды $ABCD$.

з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро $[BC]$ и вершины A и D пирамиды $ABCD$.

и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D .

Тема 4.4. Элементы аналитической геометрии на плоскости

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0$$

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 5.1. Матрицы и определители

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите произведения матриц А и В

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, B = (1 \ 2 \ 3); \text{ в) } A = (1 \ 2 \ 3), B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{г) } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{ д) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \text{ е) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ -3 & 0 & 7 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{ё) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 6 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{ж) }$$

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mn} \end{pmatrix}; \quad \text{з) } A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_n \end{pmatrix}; \quad \text{и) } A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}.$$

2. Найдите ранг матрицы

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \text{ б) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 7 \\ 3 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \text{ в) } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислите определители

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 9 & 12 \\ -2 & 15 \end{vmatrix}; \text{ б) } \begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \text{ в) } \begin{vmatrix} -3 & -5 & 4 & 7 \\ 9 & 8 & -5 & -8 \\ 3 & 2 & -3 & -4 \\ 6 & 7 & -2 & -5 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 9 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{vmatrix}$$

Тема 5.2. Системы линейных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Методом Гаусса решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = -3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

2. Матричным методом решите системы

$$а) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите матричное уравнение

$$AX = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 4 \\ 5 & 5 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Методом Крамера решите системы

$$а) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases} б) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Проверьте совместность системы уравнений по теореме Кронекера-Капелли и определите ее тип

$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 - x_3 = 13, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = -10 \end{cases}$$

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Выберите верный ответ

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол в 60° , $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, то скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ равно...

1) 7,5

2) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

3) $7\sqrt{3}$

4) 5,5

2. Выберите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, то произведение матриц $A \cdot B$ равно...

1) $\begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 7 & 1 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Выберите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, то произведение матриц $A \cdot B^T$ равно...

- 1) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
 3) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

4. Выберите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, то матрица $C = 2A - B$ имеет вид...

- 1) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
 3) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите значения частных производных функции z до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2}, 1 \right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}$$

2. Вычислите значение производной функции с точностью до двух знаков после запятой, если

$$z = x^y, \text{ где } x = e^t, y = \ln t, t_0 = 1$$

3. Заменяя приращение функции дифференциалом, приближенно вычислите

$$1,002 \cdot 2,003^2$$

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2)$$

Раздел 7. Кратные и криволинейные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 7.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

2. Вычислите площадь фигуры D, ограниченной линиями

$$y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y^2 - 10y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad x = 0$$

Тема 7.2. Криволинейные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$\int_L \frac{dx + dy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + z dz,$$

где L – часть кривой, заданной параметрическими уравнениями
 $x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t, \quad z = e^t \quad (0 \leq t \leq \pi).$

2. Найдите функцию $F(x, y)$, если

$$dF = \left(\sin y - y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y + \cos x - \frac{1}{y} \right) dy$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$\text{а) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)x^2 y^2}; \quad \text{б) } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{x^2 + x - 2y + 2}{-y^2 + 3x^2}.$$

2. Вычислите массу дуги кривой

$$y = 2 \ln \left(\frac{4}{4 - x^2} \right), \quad \text{где } 0 \leq x \leq 1, \quad \text{если ее плотность в каждой точке равна} \\ \mu(x, y) = x.$$

3. Вычислите

$$\iint_D y dx dy, \quad \text{где область } D \text{ ограничена линиями } y^2 - 2y + x^2 = 0, \\ y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = x\sqrt{3}.$$

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Выберите верный ответ

Вычислить повторный интеграл

$$\int_0^1 dx \int_0^x (1 + y) dy$$

- 1) $2/3$;
- 2) $1/3$;
- 3) $-2/3$;
- 4) 3 ;

2. Выберите верный ответ

Частная производная первого порядка по x функции двух переменных
 $z = \sin xy$ равна...

- 1) $z'_x = -x \cos xy$;
- 2) $z'_x = x \cos xy$;
- 3) $z'_x = -y \cos xy$;
- 4) $z'_x = y \cos xy$.

3. Выберите верный ответ

Смешанная частная производная второго порядка функции $z = x^2 y^3$ равна...

- 1) $z''_{xy} = 6xy^2$;
- 2) $z''_{xy} = 6x^2 y$;
- 3) $z''_{xy} = 6xy$;
- 4) $z''_{xy} = 6x^2 y^2$.

4. Выберите верный ответ

Вычислить повторный интеграл

$$\int_0^1 dx \int_0^{\ln x} x e^y dy$$

- 1) 2/3;
- 2) 1/3;
- 3) -1/6;
- 4) 2;

Раздел 8. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 8.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте сходимость рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n; \quad \text{д)}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n}; \quad \text{ж)}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}; \quad \text{з) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}.$$

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \text{ с точностью } \varepsilon = 0,01$$

Тема 8.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Тейлора функцию

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x, \text{ если } x_0 = -2$$

2. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \\ -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

Раздел 9. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Тема 9.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}; \quad \text{б) } xy' - y = (x + y) \ln \left(\frac{x + y}{x} \right);$$

$$\text{в) } (2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0, y(0) = 0.$$

2. С помощью метода изоклин приближенно постройте несколько интегральных кривых уравнения

$$y' = x - y^2$$

Тема 9.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } y'' = xe^{x^2} + 3^{-x}; \quad \text{б) } y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x, y(0) = 1, y'(0) = 4; \quad \text{в) } x^2 y'' = y'^2;$$

$$\text{г) } y'' = 2yy'; \quad \text{д) } xy y'' - xy'^2 = yy', y(1) = e, y'(1) = 2e.$$

2. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

$$\text{а) } y'' + y = \frac{1}{\sin x}; \quad \text{б) } y'' + 4y = 2 \operatorname{tg} x; \quad \text{в) } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

Тема 9.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } y'' - 3y' - 10y = 0, y(0) = 1, y'(0) = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 4y = 0;$$

$$\text{в) } y'' - 2y' + 2y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } 2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0, y(0) = 0;$$

$$\text{б) } 2xy \ln y dx + (x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1}) dy = 0;$$

$$\text{в) } (3x^2 + 6xy^2) dx + (6x^2y + 4y^3) dy = 0.$$

3. Разложите в ряд Маклорена функцию

$$f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}.$$

1. Выберите верный ответ

Используя необходимый признак сходимости, исследуйте сходимость

ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n(n+1)}$.

- 1) Сходится.
- 2) Расходится.
- 3) Однозначно сказать нельзя.
- 4) Условно сходится.

2. Выберите верный ответ

Используя радикальный признак Коши, исследуйте сходимость ряда

$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{2n+1} \right)^n$.

- 1) Сходится.
- 2) Расходится.
- 3) Абсолютно сходится.
- 4) Условно сходится.

3. Выберите верный ответ

Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' = e^x$, удовлетворяющее начальным условиям $y'(0)=2$, $y(0)=3$.

- 1) $y = \ln x + 3x + 1$;
- 2) $y = e^x + x + 2$;
- 3) $y = 7x + 2$;
- 4) $y = \frac{1}{x} - 2x$;

4. Выберите верный ответ

Для дифференциального уравнения $y'' + 9y = 0$ составить его характеристическое уравнение.

- 1) $k + 9 = 0$;
- 2) $k^2 + 9 = 0$;
- 3) $k^2 + 9k = 0$;
- 4) $k - 9 = 0$;

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Функция. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

2. Сформулировать определения или свойства

Определённый интеграл как предел интегральной суммы

Геометрический и физический смысл определённого интеграла

3. Сформулировать определения или свойства

Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Задача линеаризации функции.

Прием логарифмического дифференцирования.

4. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Предел числовой последовательности

Предельный переход в неравенствах

Предел функции в точке

5. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

6. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Дифференцирование параметрически заданных функций

Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций

7. Вычислить с помощью эквивалентных б.м.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} \left(\sqrt{1 + x + \frac{x^2}{2}} - 1 \right)}$$

8. Вычислите интеграл

$$\int \sin x \cos^4 x dx$$

9. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной параболой

$$y = 4x^2 \text{ и прямой } y = 4x$$

2 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Определители второго и третьего порядков и их вычисление

2. Сформулировать определения или свойства

Общие уравнения эллипса, гиперболы и параболы и их геометрические характеристики

3. Сформулировать определения или свойства

Однородные системы линейных уравнений: основные определения

Общее решение линейной однородной системы

4. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов

Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)

5. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Задачи: о расстоянии от точки до прямой на плоскости, о расстоянии между параллельными прямыми на плоскости

Угол между прямыми на плоскости (вывод формул)

6. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейные операции над матрицами

Свойства определителей и основные методы их вычисления

7. Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

8. Составьте уравнение плоскости, проходящей через две параллельные прямые, заданные уравнениями

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2} \text{ и } \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$$

9. Решите задачу

Вычислите смешанное произведение $(\vec{a}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{a} - 6\vec{c})$, если
 $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$

3 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Вопросы/Задания:

10. Сформулировать определения или свойства

Определение функции двух переменных. Геометрический смысл области определения и множества значений

11. Сформулировать определения или свойства

Понятие предела функции двух переменных

Непрерывность функции двух переменных

12. Сформулировать определения или свойства

Задача о вычислении объема тела

Определение двойного интеграла

13. Уметь доказывать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Задача о приближенных вычислениях с помощью дифференциала

Задача о линеаризации функции двух переменных

14. Уметь доказывать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Способы вычисления криволинейного интеграла первого рода

Приложения криволинейного интеграла первого рода

15. Уметь доказывать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Необходимый и достаточный признаки существования экстремума функции двух переменных

16. Найти частные производные первого и второго порядка неявной функции $z(x, y)$ заданной уравнением

$$z^2 \cdot x - x^2 \cdot y + y^2 \cdot z + 2 \cdot x - y = 0 \text{ в точке } (0;1).$$

17. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_{(D)} e^{x^2+y^2} dx dy,$$

выполнив замену переменных $x = \rho \cos \phi$, $y = \rho \sin \phi$,

$\rho > 0$, если область (D) представляет собой круг радиуса r с

центром в начале координат

18. Показать, что следующее выражение будет полным дифференциалом некоторой функции. Восстановить эту функцию с помощью криволинейного интеграла второго рода.

$$\frac{x}{y} dy + \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{x} + \ln y \right) dx$$

4 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5 ОПК-1.6

Вопросы/Задания:

10. Сформулировать определения или свойства

Геометрическая прогрессия как пример числового ряда

Примеры расходящихся числовых рядов

11. Сформулировать определения или свойства

Понятие функционального ряда и его области сходимости

12. Сформулировать определения или свойства

Дифференциальные уравнения второго порядка. Понятие общего и частного решений

13. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Уравнения с разделяющимися переменными. Метод интегрирования

14. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признак Лейбница сходимости знакопеременных числовых рядов

Теорема Абеля

15. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Метод решения линейного однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

16. Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y' = (1 + x^2)(4 + y^2)$$

17. Решите задачу Коши

$$y'' - y' - 12y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4$$

18. Исследуйте на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{3n+4}$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.

2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2007. - 416 - 978-5-488-01072-7. - Текст: непосредственный.

3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 4-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2006. - 608 - 5-8112-1778-1. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов В 2-х т. Т. 2. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001; 2002. - 5-89602-013-9 (т.2). - Текст: непосредственный.

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. 1 / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2002; 2004; 2006. - 5-89602-012-0(т.1). - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения

(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем

(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.

Меловая доска - 4 шт.

Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.

Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может

представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.