



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Геодезический факультет
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
15 мая 2026 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)
МОДУЛЬ. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
«Б1.О.02.01 ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование

Направленность(профиль) подготовки: Аэрокосмические съёмки и фотограмметрия

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2026

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 13 з.е.
в академических часах: 468 ак.ч.

Москва, 2026

Разработчики:

Профессор кафедры Высшей математики, д.н., профессор
Нейман Ю. М.

Профессор кафедры Высшей математики, д.т.н., доцент
Сугаипова Л. С.

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) составлен в соответствии с требованиями
ФГОС ВО по направлению подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование,
утвержденного приказом Минобрнауки от 12.08.2020 № 972

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	Геодезический факультет	Председатель ученого совета факультета	Половнев О. В.	Рассмотрено	28.01.2026, № 14

1. Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя математические и естественнонаучные знания

ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации

Знать:

ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ОПК-1.1/Нв2 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделять рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли

Знать:

ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий

Уметь:

ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

Владеть:

ОПК-1.2/Нв3 Основным математическим аппаратом для решения задач геодезии

ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений

Знать:

ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени

Уметь:

ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени

Владеть:

ОПК-1.3/Нв2 Способностью интерпретировать полученные численные значения характеристик, отражающих изменение объекта с течением времени

ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ

Знать:

ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов

ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики

Уметь:

ОПК-1.4/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-1.4/Нв3 Специализированной научной, производственной и профессиональной терминологией

ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов

Знать:

ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике

Уметь:

ОПК-1.5/Ум3 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования

Владеть:

ОПК-1.5/Нв3 Навыками интерпретации результатов опубликованных исследований с целью применения существующих наработок для совершенствования методов решения профессиональных задач

2. Показатели и критерии оценивания компетенций

Планируемые результаты освоения программы	Уровень овладения	Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ по уровням освоения)
ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя математические и естественнонаучные знания	Повышенный	ИДК ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации <i>Знать:</i> ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи <i>Уметь:</i> ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса <i>Владеть:</i> ОПК-1.1/Нв2 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделять рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи ИДК ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли <i>Знать:</i> ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий

Уметь:

ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

Владеть:

ОПК-1.2/Нв3 Основным математическим аппаратом для решения задач геодезии

ИДК ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений

Знать:

ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени

Уметь:

ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени

Владеть:

ОПК-1.3/Нв2 Способностью интерпретировать полученные численные значения характеристик, отражающих изменение объекта с течением времени

ИДК ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ

Знать:

ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов

ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики

Уметь:

ОПК-1.4/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-1.4/Нв3 Специализированной научной, производственной и профессиональной терминологией

ИДК ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов

Знать:

ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике

	Уметь: ОПК-1.5/Ум3 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования Владеть: ОПК-1.5/Нв3 Навыками интерпретации результатов опубликованных исследований с целью применения существующих наработок для совершенствования методов решения профессиональных задач
Базовый	ИДК ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации Знать: ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи Уметь: ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса ИДК ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли Знать: ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий Уметь: ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы ИДК ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений Знать: ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени Уметь: ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени

	ИДК ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ Знать: ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики Уметь: ОПК-1.4/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач ИДК ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов Знать: ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике Уметь: ОПК-1.5/Ум3 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования
Пороговый	ИДК ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации Знать: ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ИДК ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли Знать: ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий

		ИДК ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений Знать: ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени ИДК ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ Знать: ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики ИДК ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов Знать: ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике
--	--	--

3. Шкала оценивания

Оценка	Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ)
Отлично	ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса ОПК-1.1/Нв2 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделить рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

	ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы ОПК-1.2/Нв3 Основным математическим аппаратом для решения задач геодезии ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени ОПК-1.3/Нв3 Способностью интерпретировать полученные численные значения характеристик, отражающих изменение объекта с течением времени ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики ОПК-1.4/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач ОПК-1.4/Нв3 Специализированной научной, производственной и профессиональной терминологией ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике ОПК-1.5/Ум3 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования ОПК-1.5/Нв3 Навыками интерпретации результатов опубликованных исследований с целью применения существующих наработок для совершенствования методов решения профессиональных задач
Хорошо	ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

	ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики ОПК-1.4/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике ОПК-1.5/Ум3 Осуществлять поиск и выделять нужную информацию по тематике исследования
Удовлетворительно	ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации ОПК-1.1/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли ОПК-1.2/Зн3 О связи геодезии с фундаментальными науками, на которые опирается весь ее инструментарий ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений ОПК-1.3/Зн3 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов ОПК-1.4/Зн3 Современные достижения математики ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов ОПК-1.5/Зн3 Источники размещения исследовательских работ по профессиональной тематике

Неудовлетворительно	Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне
---------------------	---

4. Контрольные мероприятия по дисциплине

Вид контроля	Форма контроля/Оценочное средство
Текущий контроль	Контрольная работа
Промежуточная аттестация	Контрольная работа Зачет с оценкой Экзамен

№ п/п	Наименование раздела	Контролируемые ИДК	Вид контроля/ используемые оценочные материалы	
			Текущий	Промежут. аттестация
1	Введение в математический анализ	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
2	Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
3	Интегральное исчисление функции одной переменной	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
4	Векторная алгебра и аналитическая геометрия	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
5	Элементы линейной алгебры	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
7	Кратные интегралы	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен

8	Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
9	Ряды	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен
10	Дифференциальные уравнения	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5	Контрольная работа	Зачет с оценкой Экзамен

5. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.

Промежуточная аттестация: Зачет с оценкой, 3 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 4 семестр.

6. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 1.4. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y = 7\sin 3x + \cos 3x$$

3. Постройте графики функций

$$y = |2x+1| + |x-1|, \quad y = |\arcsin 2|x|| - \frac{\pi}{2}$$

4. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}$$

5. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} - \sqrt{n-2}}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + 4n^2}{5 + 8n^2} \right)^{\frac{n+1}{2}}; \\ \text{г) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1+3n)^3 - 27n^3}{(1+4n)^2 + 2n^2}; \quad \text{д) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(n+2)! - (n+1)n!}{n(n+1)!}; \quad \text{е) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{2n+1} + 2^{2n}}{2^{2n+3} - 5^{2n}}; \\ \text{ё) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\sqrt[3]{3n+4} - \sqrt[3]{3(n^2+1)^2}}{1 + \sqrt[3]{n+2}}; \quad \text{ж) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}; \\ \text{з) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3} \cos n}{n+5}; \quad \text{и) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \dots + \frac{n}{5^n} \right). \end{aligned}$$

6. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \\ \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{2x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1}{x^4 - x^2 + x + 12}; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x); \\ \text{е) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+2}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}; \\ \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin 3x - \cos 3x}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{x-2}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}. \end{aligned}$$

7. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln\left(\frac{\sin x}{2} + 1\right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x}(\sqrt{1+x} - 1)}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \\ \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \\ \text{и) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+3) - \ln x). \end{aligned}$$

8. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва

$$\left| \begin{array}{l} \text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } f(x) = \operatorname{arccctg} \frac{1}{x}; \quad \text{в) } f(x) = \begin{cases} |x|x, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases} \\ \text{г) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д) } f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{\pi-x}}. \end{array} \right.$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg \left(\frac{x-5}{x^2 - 10x + 24} \right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталья

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{7^x - 7}; & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)}; & \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}; & \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x}} - 1}; & \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt[n]{x} \ln^m x; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x}; \\ \text{ж) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}; & \text{з) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}; & \text{и) } \lim_{x \rightarrow 3} \sin(x-3) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}. \end{array}$$

3. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y = e^{\sin x}, \text{ если } x_0 = 0$$

4. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

5. Исследуйте функцию и постройте график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

6. Вычислите

$$\text{а) } \cos 46^\circ 15'; \quad \text{б) } \sqrt{16,28}.$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned}
& 1. \int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} \right) dx; \quad \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \quad \int \left(5^x - \frac{1}{x^3} \right) dx; \\
& \int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx. \\
& 2. \int x\sqrt[3]{6x^2 + 1} dx; \int x e^{-2x^2} dx; \int \frac{\sqrt{\ln 2x + 3}}{x} dx; \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}. \\
& 3. \int \frac{dx}{x^2 - 6x}; \int \frac{(4 - 3x) dx}{5x^2 + 6x + 18}; \int \frac{dx}{\sqrt{4 - 6x - 3x^2}}; \int \frac{x dx}{\sqrt{2 - 11x + 3x^2}}. \\
& 4. \int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16 - e^x}}; \int \frac{dx}{e^{2x} + 1}; \int \frac{dx}{x\sqrt{4x + x^2 - 1}}; \int \frac{dx}{(x - 2)\sqrt{2x + x^2}}. \\
& 5. \int (3x - x^2) \cos 2x dx; \int x^2 \ln^2(x + 1) dx; \int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}; \int (e^{2x} + 4) \sin 3x dx; \\
& \int \arcsin(3x + 1) dx.
\end{aligned}$$

2. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned}
& 6. \int \frac{x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 9}{x(x+3)(x-1)} dx; \quad \int \frac{2x^3 + x + 1}{x^3(x+1)} dx; \\
& \int \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x + 9}{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)} dx; \int \frac{(2x + 5) dx}{(x^2 + 3x)(x^2 + x + 1)}. \\
& 7. \int \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx; \quad \int \cos^5 x \sin^2 x dx; \quad \int \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{4 \cos^2 x - \sin 2x + 1} dx; \\
& \int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx. \\
& 8. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt{x}}{2\sqrt[6]{x^2} + 4} dx; \quad \int \frac{4 + \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x - 1 + \sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}} dx; \quad \int \frac{(12x^3 + 5x^2 - 2) dx}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}}; \\
& \int \sqrt{16 - x^2} dx.
\end{aligned}$$

3. Вычислите следующие интегралы

$$\begin{aligned}
& \text{a)} \int_1^5 \cos 5x dx; \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx; \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}; \\
& \text{б)} \int_{-3}^1 (4-x) \cos \frac{x}{3} dx; \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \int_0^1 (5-2x) e^{-\frac{x}{2}} dx; \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx; \\
& \text{в)} \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx; \int_2^3 \frac{2x^2 + 4}{x^3 - x^2 - x + 1} dx; \int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}; \\
& \int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}; \\
& \text{г)} \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}; \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x - x^2 - 15}}; \int_4^5 \frac{x dx}{x^4 - 4x^2 + 3}; \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2 - 6x - 9x^2}}; \\
& \text{д)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx; \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx; \\
& \text{е)} \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3 + e^{-x})}; \int_3^8 \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1} dx; \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}; \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}.
\end{aligned}$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

5. Вычислите длину кривой

$$y = x^2 \text{ на отрезке } [0; 2]$$

6. Вычислите следующие несобственные интегралы или докажите их расходимость

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx; \text{ б) } \int_0^1 \frac{2e^{\frac{1-\arcsin x}{\pi}}}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 4.7. Прямая в пространстве

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите скалярное произведение

$$\left(\frac{1}{3}\vec{b} - 2\vec{a}\right) \cdot (2\vec{b} + 3\vec{a}), \text{ пр}_{\vec{b}}(\vec{a} + 3\vec{b}) \text{ и } \cos(\angle \vec{a}, 2\vec{b}),$$

$$\text{если } \vec{a} = -5\vec{m} - 6\vec{n}, \vec{b} = 2\vec{m} + 7\vec{n}, |\vec{m}| = 2, |\vec{n}| = 7, (\vec{m}, \vec{n}) = \pi.$$

2. Вычислите модуль векторного произведения

$$[3\vec{a} - \vec{b}, 2\vec{c} + \vec{a}],$$

$$\text{если } \vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = -\vec{j} - \vec{k}, \vec{c} = 5\vec{i} - 2\vec{k}.$$

3. Вычислите смешанное произведение

$$(\vec{a}, \vec{b} - 2\vec{c}, \vec{a} - \vec{c}),$$

$$\text{если } \vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

4. Выполните пункты а)--к)

$$\text{Пусть } A = (3, -1, 5), B = (2, -1, 4), C = (4, 0, 5), D = (1, 0, 4).$$

а) Напишите уравнение плоскости (ABC) .

б) Напишите канонические уравнения прямой l , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

в) Напишите канонические уравнения прямой m , проходящей через точку D параллельно прямой (AB) .

г) Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC) .

д) Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB) .

е) Вычислите расстояние между прямыми l и (AB) .

ё) Напишите уравнение плоскости π , проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC) .

ж) Напишите уравнение плоскости α , проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC) .

з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD) .

и) Найдите угол между плоскостями π и (ABD) .

й) Найдите угол между прямыми l и (CD) .

к) Найдите угол между прямой (AB) и плоскостью (CBD) .

5. Выполните пункты а)--и)

Пусть $A = (3, 4, -1)$, $B = (2, -4, 2)$, $C = (5, 6, 0)$, $D = (11, -3, -12)$.

а) Найдите координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$, их модули и направляющие косинусы.

б) Найдите координаты векторов $\overline{AB} - 2\overline{BC} + 4\overline{DA}$ и $7\overline{AB} - \overline{AC} + 3\overline{DA}$.

в) Найдите угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

г) Найдите проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.

д) Найдите координаты точки M , делящей отрезок AB в отношении 2:1.

е) Докажите неколлинеарность векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ и вычислите площадь треугольника ABC .

ё) Вычислите длину высоты треугольника ABC , опущенной из вершины A .

ж) Докажите некомпланарность векторов $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ и вычислите объем пирамиды $ABCD$.

з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро BC и вершины A и D пирамиды $ABCD$.

и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенной из вершины D .

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 5.5. Линейные пространства

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите базис и размерность следующих пространств

а) $V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \mid x_1 = 0\}$;

б) $V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \mid x_1 = x_n = 0\}$;

в) $V = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \mid x_1 = x_2 = \dots = x_n\}$.

2. Выпишите все векторы, входящие в линейную оболочку данной системы векторов:

а) $(1, 0, 0, 0)$;

б) $(1, 0, 0, 1)$; $(0, 0, 0, 1)$;

в) $(1, 0, 0, 0)$; $(0, 0, 0, 1)$; $(0, 1, 1, 0)$.

3. Найдите

Найдите матрицы перехода от базиса $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ к базисам

$e' = (\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3)$ и $e'' = (\bar{e}''_1, \bar{e}''_2, \bar{e}''_3)$, а также координаты векто-

ра $\bar{x} = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3$ в базисах e' и e'' , если $\bar{e}'_1 = 3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3$,

$\bar{e}'_2 = -4\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2 - 5\bar{e}_3$, $\bar{e}'_3 = 5\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3$ и $\bar{e}''_1 = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3$,

„ „

$$\bar{e}_2'' = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3, \quad \bar{e}_3'' = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3.$$

4. Найдите собственные значения и собственные векторы
оператор $f: V^3 \rightarrow V^3$,

$$\text{задан в базисе } e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3) \text{ матрицей } A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Тема 5.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите произведение матриц А и В, если

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \ 2 \ 3); \quad \text{в) } A = (1 \ 2 \ 3),$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{д) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{е) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \\ -3 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{ё) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 6 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & -2 & -6 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 6 & 3 & 9 & -3 \end{pmatrix};$$

$$\text{ж) } A = \begin{pmatrix} \chi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \chi_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \chi_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \cdots & \alpha_{mn} \end{pmatrix};$$

$$\text{з) } A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu_n \end{pmatrix}; \quad \text{и) } A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите значение многочлена от матрицы, если

$$\text{а) } f(x) = x^2 + x + 2, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } f(x) = x^2 + 3x - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 4 & 5 & 4 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

3. Являются ли линейным векторным пространством следующие множества?

$$\text{а) } V = \{f(x) \mid f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2, \quad a_0, a_1, a_2 \in R\};$$

$$\text{б) } V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \cdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \mid \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in R \right\};$$

$$\text{в) } V = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \mid \alpha_{ij} \in R, \quad i, j = \overline{1, n} \right\}.$$

$$\left| \begin{pmatrix} \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nm} \end{pmatrix} \right|$$

4. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0.$$

5. Матричным методом решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

6. Решите системы методом Гаусса

$$\text{а) } \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

7. Методом Крамера решите системы

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -3, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 6.5. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Постройте линии уровня функции

$$z = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2),$$

придавая z значения от -1 до $\frac{3}{2}$ через $\frac{1}{2}$.

2. Найдите угол между градиентами функции

$$z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$$

в точках $M_1 = (1, 1)$ и $M_2 = (3, 4)$, а также производную функции z в точке M_1 по направлению к точке M_2 .

3. Вычислите значения производных функции

$$z = x^y, \text{ где } x = \sin u, \quad y = \cos v, \quad u_0 = \frac{\pi}{4}, \quad v_0 = 0, \text{ с точностью до двух}$$

знаков после запятой.

4. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2)$$

Раздел 7. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Измените порядок интегрирования, изобразите область интегрирования

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

2. Вычислите

$$\iint_D (2x - y) dx dy, \text{ где область } D \text{ ограничена линиями } y = x^2, y = x, \\ x = 1, x = 2.$$

3. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями

$$y = 2x, x + y + z = 2, x \geq 0, z \geq 0.$$

4. Вычислите массу тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0),$$

где $\mu = 32z$ – плотность тела.

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S x dz, \text{ где } S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 2\}.$$

2. Найдите циркуляцию векторного поля

$$\vec{a} = 4y\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k} \text{ вдоль замкнутого контура, заданного параметрическими уравнениями } x = \cos t, y = \sin t, z = 2 - \sin t - \cos t \\ (0 \leq t \leq 2\pi).$$

3. Используя формулу Остроградского-Гаусса, найдите поток векторного поля

$$\vec{a} = (xy + y^2 + z)\vec{i} + (x^2z + yz)\vec{j} + (x^2 + xz)\vec{k} \text{ через замкнутую поверхность, образованную поверхностями } x^2 + y^2 = 4, z = 0 \text{ и } z = 1 \\ (\text{нормаль внешняя}).$$

4. Используя формулу Стокса, найдите модуль циркуляции векторного поля

$$\vec{a} = x\vec{i} - z^2\vec{j} + y\vec{k} \text{ вдоль замкнутого контура, заданного уравнениями } x^2 + y^2 = 4, 4x - 3y - z = 3.$$

Раздел 9. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 9.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте сходимость рядов

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^2}} - 1 \right); \quad \text{б)} \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г)} \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n;$$

$$\text{д)} \sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е)} \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё)} \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n};$$

$$\text{ж)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}; \quad \text{з)} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и)} \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}.$$

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \text{ с точностью } \varepsilon = 0,01.$$

3. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$$

Тема 9.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}; \quad \text{б)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n}$$

2. Разложите в ряд Маклорена функцию

$$f(x) = \cos \frac{2x^3}{3}$$

3. Вычислите с заданной точностью

$$\text{а)} \sqrt[6]{738}, \text{ при } \varepsilon = 0,001; \quad \text{б)} \int_0^1 \cos \sqrt{x} dx, \text{ при } \varepsilon = 0,0001.$$

4. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \\ -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $y' = (1+x^2)(4+y^2)$;

б) $2x^2yy' + y^2 = 2$, $y(-1) = 2$;

в) $xydx + (x+1)dy = 0$, $y(0) = 1$.

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $x(y' - x \cos x) = y$; б) $xy' + (x+1)y = 3x^2e^{-x}$; в) $xy' + y - e^x = 0$, $y(1) = 2$.

3. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $y'' = xe^{x^2} + 3^{-x}$; б) $y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 4$; в) $x^2y'' = y'^2$;

г) $y'' = 2yy'$; д) $xyy'' - xy'^2 = yy'$, $y(1) = e$, $y'(1) = 2e$.

4. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

а) $y'' + y' = 12x^2$; б) $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}$; в) $y'' + 9y = 2x \sin x + xe^{3x}$.

7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Производная функции

Определение производной, дифференцируемость функции. Физический и геометрический смысл производной. Непрерывность и дифференцируемость функции. Уравнение нормали.

2. Свойства определенного интеграла

Основные свойства определенного интеграла, доказательства. Геометрический смысл теоремы о среднем.

3. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x};$$

2 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

4. Определитель

Понятие определителя. Свойства определителя.

5. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов в трехмерном пространстве.

Привести определения. Перечислить свойства. Сделать чертеж.

6. С помощью определения выясните, являются ли данные системы линейно зависимыми?

а) $\vec{a}_1 = (1, 1, 1)$; $\vec{a}_2 = (1, 1, 2)$; $\vec{a}_3 = (1, 2, 3)$;

$$\text{б) } \bar{a}_1 = (4, 0, 1, -5); \bar{a}_2 = (0, 4, -5, -1); \bar{a}_3 = (-1, 5, 4, 0); \bar{a}_4 = (5, 1, 0, 4);$$

$$\text{в) } f_1(x) = 4 - x; f_2(x) = 2x + 3; f_3(x) = 6x + 8;$$

$$\text{г) } f_1(x) = \sin^2 x; f_2(x) = \cos^2 x; f_3(x) = \frac{1}{2}.$$

3 семестр, Зачет с оценкой

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Производная по направлению. Градиент.

Сформулировать определение. Перечислить свойства.

2. Поток поля. Дивергенция поля. Циркуляция поля. Ротор поля.

Сформулировать определение. Перечислить свойства.

3. Определение поверхностного интеграла первого рода

Сформулировать определение. Привести свойства.

4 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

7. Ортогональные системы функций

Сформулировать определение. Привести примеры (с доказательством).

8. Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования.

Сформулировать определение. Описать алгоритм решения.

9. Найдите общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 5y' + 4y = xe^{2x}$$