



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ  
(МИИГАиК)

Факультет оптического приборостроения  
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1  
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович  
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор  
А. Л. Степанченко  
15 мая 2026 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)  
ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА  
«Б1.О.11.02 ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

Направленность(профиль) подготовки: Лазерная техника и лазерные технологии

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2026

Срок получения образования: 4 года

Объем:  
в зачетных единицах: 3 з.е.  
в академических часах: 108 ак.ч.

Москва, 2026

**Разработчики:**

Профессор кафедры Высшей математики, д.н., профессор  
Нейман Ю. М.

Профессор кафедры Высшей математики, д.т.н., доцент  
Сугаипова Л. С.

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) составлен в соответствии с требованиями  
ФГОС ВО по направлению подготовки 12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии,  
утвержденного приказом Минобрнауки от 19.09.2017 № 951

**Согласование и утверждение**

| № | Подразделение                               | Ответственное<br>лицо                        | ФИО           | Виза        | Дата, протокол<br>(при наличии) |
|---|---------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------|-------------|---------------------------------|
| 1 | факультет<br>Оптического<br>приборостроения | Председатель<br>ученого совета<br>факультета | Торшина И. П. | Рассмотрено | 10.02.2026, №<br>5/25-26        |

## 1. Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и технологиями производства лазерной техники

ОПК-1.2 Способен применять знания естественных наук в инженерной практике

*Знать:*

ОПК-1.2/Зн4 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

*Уметь:*

ОПК-1.2/Ум4 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

*Владеть:*

ОПК-1.2/Нв4 Теоретическим аппаратом, иметь способность проводить аналитическую работу с источниками

ОПК-1.3 ОПК-1.3. Способен применять общетехнические знания в инженерной деятельности

*Знать:*

ОПК-1.3/Зн4 Закономерности развития современного математического аппарата в контексте профессиональной деятельности

ОПК-1.3/Зн19 Направления развития используемого в различных отраслях науки математического аппарата

*Уметь:*

ОПК-1.3/Ум4 Применять математический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности

ОПК-1.3/Ум20 Использовать открытые источники для поиска актуальных результатов исследований в рамках специальности

*Владеть:*

ОПК-1.3/Нв4 Навыками использования применяемого в отрасли математического аппарата

ОПК-1.3/Нв16 Навыками реализации передовых разработок в области использования математического аппарата для решения профессиональных задач

## 2. Показатели и критерии оценивания компетенций

| Планируемые результаты освоения программы | Уровень овладения | Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ по уровням освоения) |
|-------------------------------------------|-------------------|---------------------------------------------------------------------------|
|                                           |                   |                                                                           |

## 3. Шкала оценивания

| Оценка              | Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ)     |
|---------------------|-----------------------------------------------------------|
| Неудовлетворительно | Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне |

## 4. Контрольные мероприятия по дисциплине

|                          |                                   |
|--------------------------|-----------------------------------|
| Вид контроля             | Форма контроля/Оценочное средство |
| Текущий контроль         | Контрольная работа                |
| Промежуточная аттестация | Контрольная работа<br>Экзамен     |

| № п/п | Наименование раздела                                                 | Контролируемые ИДК | Вид контроля/ используемые оценочные материалы |                      |
|-------|----------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------------|----------------------|
|       |                                                                      |                    | Текущий                                        | Промежут. аттестация |
| 6     | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных            | ОПК-1.2<br>ОПК-1.3 | Контрольная работа                             | Экзамен              |
| 7     | Кратные интегралы                                                    | ОПК-1.2<br>ОПК-1.3 | Контрольная работа                             | Экзамен              |
| 8     | Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы | ОПК-1.2<br>ОПК-1.3 | Контрольная работа                             | Экзамен              |

### 5. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

*Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.*

### 6. Оценочные материалы текущего контроля

#### **Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.2 ОПК-1.3*

#### *Тема 6.5. Скалярное поле*

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Постройте линии уровня функции

$$z = (x^2 + y^2)^2 - 2(x^2 - y^2),$$

придавая  $z$  значения от  $-1$  до  $\frac{3}{2}$  через  $\frac{1}{2}$ .

2. Найдите угол между градиентами функции

$$z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$$

в точках  $M_1 = (1, 1)$  и  $M_2 = (3, 4)$ , а также производную функции  $z$  в точке  $M_1$  по направлению к точке  $M_2$ .

3. Вычислите значения производных функции

$z = x^y$ , где  $x = \sin u$ ,  $y = \cos v$ ,  $u_0 = \frac{\pi}{2}$ ,  $v_0 = 0$ , с точностью до двух знаков после запятой.

4. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2)$$

## Раздел 7. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.2 ОПК-1.3

### Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Измените порядок интегрирования, изобразите область интегрирования

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

2. Вычислите

$$\iint_D (2x - y) dx dy, \text{ где область } D \text{ ограничена линиями } y = x^2, y = x, \\ x = 1, x = 2.$$

3. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями

$$y = 2x, x + y + z = 2, x \geq 0, z \geq 0.$$

4. Вычислите массу тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0), \\ \text{где } \mu = 32z \text{ — плотность тела.}$$

## Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и поверхностные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.2 ОПК-1.3

### Тема 8.3. Поверхностные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S x ds, \text{ где } S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 = 1, z = 0, z = 2\}.$$

2. Найдите циркуляцию векторного поля

$$\vec{a} = 4y\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k} \text{ вдоль замкнутого контура, заданного параметрическими уравнениями } x = \cos t, y = \sin t, z = 2 - \sin t - \cos t \\ (0 \leq t \leq 2\pi).$$

3. Используя формулу Остроградского-Гаусса, найдите поток векторного поля

$\vec{a} = (xy + y^2 + z)\vec{i} + (x^2z + yz)\vec{j} + (x^2 + xz)\vec{k}$  через замкнутую поверхность, образованную поверхностями  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $z = 0$  и  $z = 1$  (нормаль внешняя).

4. Используя формулу Стокса, найдите модуль циркуляции векторного поля

$\vec{a} = x\vec{i} - z^2\vec{j} + y\vec{k}$  вдоль замкнутого контура, заданного уравнениями  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $4x - 3y - z = 3$ .

## 7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

3 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.2 ОПК-1.3

Вопросы/Задания:

1. Производная по направлению. Градиент.

Сформулировать определение. Перечислить свойства.

2. Поток поля. Дивергенция поля. Циркуляция поля. Ротор поля.

Сформулировать определение. Перечислить свойства.

3. Определение поверхностного интеграла первого рода

Сформулировать определение. Привести свойства.