МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Картографический факультет
Кафедра высшей математики

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор
А. Л. Степанченко
24 марта 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) «Б1.О.01 МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 05.03.06 Экология и природопользование

Направленность(профиль) подготовки: Экология и природопользование

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2025

Срок получения образования: 4 года

Объем: в зачетных единицах: 15 з.е.
в академических часах: 540 ак.ч.

Москва, 2025

Разработчики:
Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Чанга М. Е.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 05.03.06 Экология и природопользование, утвержденного приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 894

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	Картографический факультет	Председатель ученого совета факультета	Загребин Г. И.	Рассмотрено	20.12.2024, № 4/24

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3. Место дисциплины в структуре ОП

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

5. Содержание дисциплины
   5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
   5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля

6. Оценочные материалы текущего контроля

7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

8. Порядок проведения промежуточной аттестации

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
   9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
   9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
   9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
   9.4. Оборудование и технические средства обучения

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие

Знать:

УК-1.1/Зн2 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа

Уметь:

УК-1.1/Ум2 Применять методики поиска, сбора и обработки информации, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, применять системный подход для решения поставленных задач

Владеть:

УК-1.1/Нв3 Методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач

ОПК-1 Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественнонаучного и математического циклов при решении задач в области экологии и природопользования

ОПК-1.3 Применяет математический аппарат для решения расчетных задач, строит простые математические модели процессов.

Знать:

ОПК-1.3/Зн3 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний

Уметь:

ОПК-1.3/Ум3 Использовать математические и естественнонаучные знания для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики

Владеть:

ОПК-1.3/Нв3 Основными методами математических и естественнонаучных знаний для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики

ОПК-1.4 Выбирает корректные статистические методы для обработки данных, применяет их для статистической обработки данных экологического мониторинга, интерпретирует результаты статистического анализа

Знать:

ОПК-1.4/Зн3 Основные математические и естественные методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ОПК-1.4/Ум3 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ОПК-1.4/Нв3 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделить рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.01 «Математика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 1, 2, 3, 4.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
1 семестр	144	4	36	36	36	Экзамен (36)
2 семестр	108	3	34	34	4	Экзамен (36)
3 семестр	144	4	36	36	36	Экзамен (36)
4 семестр	144	4	34	34	40	Экзамен (36)
Всего	540	15	140	140	116	144

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотнесенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Введение в матемтаический анализ	**30**	**10**	**11**	**9**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 1.1. Числовые множества	3	1	1	1	
Тема 1.2. Функции одной переменной	3	1	1	1	
Тема 1.3. Пределы	11	4	4	3	
Тема 1.4. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин	4	1	2	1	
Тема 1.5. Непрерывность функций	9	3	3	3	
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	**35**	**12**	**12**	**11**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 2.1. Производная и дифференциал	9	3	3	3	
Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков	3	1	1	1	
Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	6	2	2	2	
Тема 2.4. Формула Тейлора	6	2	2	2	
Тема 2.5. Исследование функций при помощи производных	11	4	4	3	
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	**43**	**14**	**13**	**16**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл	4	1	1	2	
Тема 3.2. Основные методы интегрирования	5	1	2	2	
Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций	6	2	2	2	
Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции	5	2	1	2	

Тема 3.5. Интегрирование некоторых иррациональных функций	5	2	1	2	
Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства	6	2	2	2	
Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла	6	2	2	2	
Тема 3.8. Несобственные интегралы	3	1	1	1	
Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла	3	1	1	1	
Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия	**38**	**18**	**18**	**2**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 4.1. Системы координат	2	1	1		
Тема 4.2. Векторы	4	2	2		
Тема 4.3. Скалярное произведение	2	1	1		
Тема 4.4. Векторное и смешанное произведение векторов	5	2	2	1	
Тема 4.5. Прямая на плоскости	4	2	2		
Тема 4.6. Канонические уравнения кривых второго порядка	4	2	2		
Тема 4.7. Общая теория кривых второго порядка	4	2	2		
Тема 4.8. Плоскость	4	2	2		
Тема 4.9. Прямая в пространстве	5	2	2	1	
Тема 4.10. Поверхности второго порядка и исследование их форм по каноническим уравнениям	4	2	2		
Раздел 5. Элементы линейной алгебры	**34**	**16**	**16**	**2**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 5.1. Матрицы	4	2	2		
Тема 5.2. Определители	7	3	3	1	
Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы	4	2	2		
Тема 5.4. Обратная матрица и правило Крамера	4	2	2		
Тема 5.5. Линейные пространства	4	2	2		
Тема 5.6. Системы линейных уравнений	7	3	3	1	
Тема 5.7. Элементы теории квадратичных форм	4	2	2		
Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	**45**	**14**	**14**	**17**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 6.1. Функции нескольких переменных	6	2	2	2	

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	8	3	3	2	
Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций	7	2	2	3	
Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных	7	2	2	3	
Тема 6.5. Экстремум функции нескольких переменных	10	3	3	4	
Тема 6.6. Скалярное поле	7	2	2	3	
Раздел 7. Кратные интегралы	**31**	**11**	**11**	**9**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 7.1. Двойной интеграл	11	4	4	3	
Тема 7.2. Тройной интеграл	11	4	4	3	
Тема 7.3. Приложения кратных интегралов	9	3	3	3	
Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и аоверхностные интегралы	**32**	**11**	**11**	**10**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 8.1. Элементы теории поля	9	3	3	3	
Тема 8.2. Криволинейные интегралы	12	4	4	4	
Тема 8.3. Поверхностные интегралы	11	4	4	3	
Раздел 9. Ряды	**53**	**16**	**16**	**21**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 9.1. Числовые ряды	17	5	5	7	
Тема 9.2. Функциональные ряды	19	6	6	7	
Тема 9.3. Тригонометрические ряды. Интеграл Фурье	17	5	5	7	
Раздел 10. Дифференциальные уравнения	**55**	**18**	**18**	**19**	УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4
Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка	26	9	9	8	
Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков	21	7	6	8	
Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений	8	2	3	3	
Итого	**396**	**140**	**140**	**116**	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Введение в матемтаический анализ

Тема 1.1. Числовые множества

1.1. Основные понятия и символика теории множеств
1.2. Множество действительных чисел
1.3. Комплексные числа и действия с ними

Тема 1.2. Функции одной переменной

2.1. Определение и способы задания
2.2. Основные свойства функций
2.3. Классификация функций

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.3. Пределы

3.1. Основные определения
3.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов
3.3. Теоремы о существовании пределов
3.4. Первый замечательный предел
3.5. Определение предела числовой последовательности
3.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.4. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин

4.1. Сравнение бесконечно малых
4.2. Эквивалентные бесконечно малые
4.3. Классификация бесконечно больших величин

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 1.5. Непрерывность функций

5.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
5.2. Точки разрыва и их классификация
5.3. Теоремы о непрерывных функциях
5.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Тема 2.1. Производная и дифференциал

1.1. Определение производной
1.2. Дифференцируемость и дифференциал
1.3. Основные правила дифференцирования
1.4. Линеаризация функций

Текущий контроль

Вид (форма) контроля

Решение задач

Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков

2.1. Производные высших порядков
2.2. Производные неявной и параметрически заданной функций
2.3. Дифференциалы высших порядков
2.4. Инвариантность дифференциала

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

3.1. Теорема Ферма
3.2. Теорема Ролля
3.3 Теорема Коши
3.4 Теорема Лагранжа
3.5 Правило Лопиталя

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 2.4. Формула Тейлора

4.1. Формула Тейлора для многочлена
4.2. Формула Тейлора для произвольной функции

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 2.5. Исследование функций при помощи производных

5.1. Монотонность функций
5.2. Экстремумы функций
5.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
5.4. Асимптоты графика функции
5.5. Общая схема исследования и построения графика функции
5.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

1.1. Основные понятия
1.2. Свойства неопределенного интеграла
1.3. Таблица основных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

2.1. Непосредственное интегрирование
2.2. Метод замены переменной
2.3. Формула интегрирования по частям

Тема 3.3. Интегрирование рациональных функций

3.1. Общие сведения о рациональных функциях
3.2. Интегрирование простейших алгебраических дробей
3.3. Интегрирование рациональных дробей

Тема 3.4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические и показательную функции

4.1. Интегрирование дифференциала R(sin(x), cos(x))dx
4.2. Интегрирование функций с использованием тригонометрических преобразований
4.3. Интегрирование рациональных выражений от exp(x)

Тема 3.5. Интегрирование некоторых иррациональных функций

Интегрирование основных видов иррациональных функций

Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства

6.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы
6.2. Геометрический смысл определенного интеграла
6.3. Основные свойства определенного интеграла

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла

7.1. Дифференцирование интеграла с переменным верхним пределом
7.2. Формула Ньютона-Лейбница
7.3. Замена переменной в определенном интеграле
7.4. Интегрирование по частям
7.5. Интегрирование четных и нечетных функций на симметричных отрезках

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 3.8. Несобственные интегралы

8.1. Интегралы с бесконечными пределами
8.2. Интегралы от неограниченных функций

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла

9.1. Вычисление площадей в прямоугольных координатах
9.2. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах
9.3. Длина дуги кривой
9.4. Объем тела

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Тема 4.1. Системы координат

1.1. Системы координат на плоскости
1.2. Системы координат в пространстве

Тема 4.2. Векторы

2.1. Основные понятия
2.2. Линейные операции над векторами
2.3. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису
2.4. Проекция вектора на ось
2.5. Представление векторов в декартовой системе координат

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.3. Скалярное произведение

3.1. Определение и свойства скалярного произведения
3.2. Скалярное произведение в декартовых координатах

Тема 4.4. Векторное и смешанное произведение векторов

4.1. Определители второго и третьего порядков
4.2. Определение векторного произведения и его свойства
4.3. Векторное произведение в декартовых координатах
4.4. Смешанное произведение векторов и его свойства
4.5. Смешанное произведение в декартовых координатах

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.5. Прямая на плоскости

5.1. Общее уравнение прямой
5.2. Виды уравнений прямой на плоскости
5.3. Взаимное расположение двух прямых на плоскости
5.4. Расстояние от точки до прямой на плоскости

Тема 4.6. Канонические уравнения кривых второго порядка

6.1. Окружность
6.2. Эллипс
6.3. Гипербола
6.4. Парабола
6.5. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы

Тема 4.7. Общая теория кривых второго порядка

7.1. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости
7.2. Пятичленное уравнение кривой второго порядка
7.3. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.8. Плоскость

8.1. Уравнения поверхностей и линий в пространстве
8.2. Способы задания плоскости в пространстве
8.3. Взаимное расположение плоскостей

Тема 4.9. Прямая в пространстве

9.1. Способы задания прямой в пространстве
9.2. Взаимное расположение прямых в пространстве
9.3. Взаимное расположение прямой и плоскости
9.4. Основные задачи на прямую и плоскость

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.10. Поверхности второго порядка и исследование их форм по каноническим уравнениям

10.1 Преобразование декартовых прямоугольных координат в пространстве. Углы Эйлера
10.2 Понятие общего уравнения поверхности второго порядка
10.3 Канонические уравнения сферы и эллипсоида
10.4 Канонические уравнения гиперболоидов
10.5 Канонические уравнения параболоидов
10.6 Цилиндрические и конические поверхности второго порядка
10.7 Приведение неполного уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Тема 5.1. Матрицы

1.1. Понятие матрицы
1.2. Линейные операции над матрицами
1.3. Транспонирование и умножение матриц

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.2. Определители

2.1. Понятие определителя
2.2. Свойства определителей
2.3. Основные методы вычисления определителей n-го порядка

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.3. Базисный минор и ранг матрицы

3.1. Понятие линейной зависимости строк матрицы
3.2. Базисный минор и ранг матрицы
3.3. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя
3.4. Вычисление ранга матрицы

Тема 5.4. Обратная матрица и правило Крамера

4.1. Обратная матрица и ее отыскание
4.2. Правило Крамера

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.5. Линейные пространства

5.1. Понятие линейного пространства
5.2. Понятие линейной зависимости векторов линейного пространства
5.3. Базис и координаты вектора
5.4. Размерность линейного пространства
5.5. Понятие изоморфизма линейных пространств
5.6. Преобразование координат при переходе к новому базису пространства L_n

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.6. Системы линейных уравнений

6.1. Понятие системы линейных уравнений и ее решения
6.2. Условие совместности системы линейных уравнений
6.3. Построение решения линейной системы
6.4. Однородные системы линейных уравнений
6.5. Метод Гаусса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.7. Элементы теории квадратичных форм

7.1. Евклидово пространство
7.2. Краткая теория квадратичных форм
7.3. Приведение к каноническому виду общих уравнений кривых и поверхностей второго порядка

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

1.1. Основные понятия
1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

2.1 Частные производные первого порядка
2.2 Дифференцируемость и полный дифференциал
2.3 Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях
2.4 Частные производные и дифференциалы высших порядков
2.5 Задача об отыскании функции по ее полному дифференциалу

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

3.1. Производная сложной функции
3.2. Инвариантность формы дифференциала первого порядка
3.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

4.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
4.2. Геометрический смысл полного дифференциала
4.3. Нормальная плоскость и касательная к пространственной кривой

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.5. Экстремум функции нескольких переменных

5.1. Формула Тейлора
5.2. Локальный экстремум
5.3. Условный экстремум
5.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.6. Скалярное поле

6.1. Поверхности и линии уровня
6.2. Производная по направлению
6.3. Градиент скалярного поля

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 7. Кратные интегралы

Тема 7.1. Двойной интеграл

1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
1.3. Замена переменных в двойном интеграле
1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 7.2. Тройной интеграл

2.1. Тройной интеграл, его свойства и вычисление в прямоугольных декартовых координатах
2.2. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

3.1. Вычисление площадей областей в плоскости Oxy и поверхностей
3.2. Вычисление объемов тел
3.3. Механические приложения кратных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и аоверхностные интегралы

Тема 8.1. Элементы теории поля

Общие сведения

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 8.2. Криволинейные интегралы

2.1. Криволинейные интегралы первого рода, их свойства и способы вычисления
2.2. Криволинейные интегралы второго рода, их свойства и способы вычисления. Условие независимости от пути интегрирования
2.3. Формула Грина
2.4. Приложения криволинейных интегралов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

3.1. Понятия поверхностных интегралов первого и второго рода
3.2. Формула Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач
Контрольная работа

Раздел 9. Ряды

Тема 9.1. Числовые ряды

1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости
1.2. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов
1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 9.2. Функциональные ряды

2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости
2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля
2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.
2.4.Приближенные вычисления с применением степенных рядов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 9.3. Тригонометрические ряды. Интеграл Фурье

3.1. Ортогональная система функций
3.2. Ряд Фурье. Теорема Дирихле
3.3. Ряды Фурье четных и нечетных функций
3.4. Ряд Фурье как способ продолжения функций
3.5. Интеграл Фурье и его приложения

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

1.1. Основные понятия
1.2. Уравнения, интегрируемые в квадратурах

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

2.1. Основные понятия
2.2. Уравнения, допускающие понижение порядка
2.3. Теория решений линейных уравнений второго порядка
2.4. Теория решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами второго и более высоких порядков. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Общие сведения

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:
- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 4 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в матемтаический анализ
Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 1.2. Функции одной переменной

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y=\lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right)-\sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y=|x+15|-|x-15|$$

3. Постройте графики функций

$$y=|2x+1|+|x-1|,\ y=\left|\arcsin 2|x|\right|-\frac{\pi}{2}.$$

4. Определите, является ли данная функция периодической, и найдите ее наименьший положительный период, если он существует

$$y=7\sin 3x+\cos 3x$$

Тема 1.3. Пределы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^2+n+1}{2n^2+n+1}=\frac{3}{2}.$$

2. Вычислите пределы:

а) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2}$; б) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^5+3}+\sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2}-\sqrt{n-2}}$;

в) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2+4n^2}{5+8n^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}$; г) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(1+3n)^3-27n^3}{(1+4n)^2+2n^2}$;

д) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(n+2)!-(n+1)n!}{n(n+1)!}$; е) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{4^{2n+1}+2^{2n}}{2^{2n+3}-5^{2n}}$;

Тема 1.4. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые:

а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x\arcsin x}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln\left(\frac{\sin x}{2}+1\right)}{e^{3x}-1}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\operatorname{arctg}\,5x}{7^x-e^{-x}}$;

г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{3^{\sin x}-1}{\ln(1+\operatorname{arctg}6x)}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\arcsin 2x\cdot\left(e^{\sin 3x}-1\right)}{\sqrt{1-\cos x}\left(\sqrt{1+x}-1\right)}$; е) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-1}{\ln x}$;

ё) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{1+\cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}$; ж) $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}$; з) $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1+\sin x\cos 3x}{1+\sin x\cos 2x}\right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}$;

и) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\ln(x+3)-\ln x\right)$.

2. Вычислите пределы:

а) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+2x+1}}{2x-1}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4-2x^3-3x^2+1}{x^4-x^2+x+12}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)$; е) $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin 5x}{\sin 3x}$;

ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-x+1}{2x^2+1}\right)^{x+2}$; ж) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 5x}$; з) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1+\sin x-\cos x}{1+\sin 3x-\cos 3x}$;

и) $\lim\limits_{x\to2}\sin\frac{x-2}{2}\operatorname{tg}\frac{\pi x}{4}$.

Тема 1.5. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва:

а) $f(x)=\frac{1}{x^2-4}$; б) $f(x)=\operatorname{arcctg}\frac{1}{x}$; в) $f(x)=\begin{cases}|x|x, & \text{при } x<2,\\ x+2, & \text{при } x\ge 2;\end{cases}$

г) $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & \text{при } x\ne 0,\end{cases}$ д) $f(x)=\frac{\sin|x|}{}e^{\frac{1}{\pi-x}}$.

$$\text{г) } f(x)=\begin{cases} x \\ 2, \text{ при } x=0; \end{cases} \qquad \text{д) } f(x) \quad x$$

2. Вычислите пределы:

$$\text{а) } \lim_{x\to 0\pm}\frac{1}{2-5^{\frac{1}{x}}};\ \text{б) } \lim_{x\to 1\pm}\frac{x^2-1}{|x-1|};\ \text{в) } \lim_{x\to 1\pm}\operatorname{arctg}\frac{1}{1-x};$$

$$\text{г) } \lim_{x\to 2\pm} f(x),\ \text{если } f(x)=\begin{cases} |x-1|-1, \text{ при } x\le 2, \\ \dfrac{x^2-2x}{x-2}, \text{ при } x>2; \end{cases}$$

$$\text{д) } \lim_{x\to 0\pm} f(x),\ \text{если } f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, \text{ при } x<0, \\ \sin x, \text{ при } x>0. \end{cases}$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 2.1. Производная и дифференциал

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y=\lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right)-\sqrt[3]{x+5}.$$

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Составьте уравнения касательной и нормали к графику заданных функций в точке, если

$$\text{а) } y=\ln(\sin x+2\cos x),\ x_0=\frac{\pi}{4};$$

$$\text{б) } x^3+3xy^2-\ln y=x+3,\quad x_0=1,\ y_0=1;\quad \text{в) } x=2t+t^2,\quad y=3t+t^3,$$

$$t_0=1.$$

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя

$$\text{а) } \lim_{x\to 1}\frac{x^2-1+\ln x}{7^x-7};\ \text{б) } \lim_{x\to 2}\frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x-e^2)};\ \text{в) } \lim_{x\to 0}\arcsin x\cdot\operatorname{ctg}x;$$

$$\text{г) } \lim_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}};\ \text{д) } \lim_{x\to+\infty}\frac{\pi-2\operatorname{arctg}x}{e^{\frac{3}{x}}-1};\ \text{е) } \lim_{x\to 0+}\sqrt[n]{x}\ln^m x;\ \text{ё) } \lim_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x};$$

$$\text{ж) } \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(\operatorname{tg}x)^{2x-\pi};\ \text{з) } \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{2x-x^4}-\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[4]{x^3}};\ \text{и) } \lim_{x\to 3}\sin(x-3)\operatorname{tg}\frac{\pi x}{6}.$$

Тема 2.4. Формула Тейлора

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y=e^{\sin x},\ \text{если } x_0=0.$$

2. Разложите функцию по формуле Тейлора, если

$$y = 6\sin x + x^2, \text{ если } x_0 = \frac{\pi}{6}.$$

Тема 2.5. Исследование функций при помощи производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2+4}$$

2. Исследуйте функцию и постройте ее график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

1. $\int\left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x}\right)dx;$ $\int\frac{\left(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x}\right)^2}{x}dx;$ $\int\left(5^x - \frac{1}{x^3}\right)dx;$

   $\int(2\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x)^2\,dx.$

2. $\int x\sqrt[3]{6x^2+1}dx;$ $\int xe^{-2x^2}dx;$ $\int\frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x}dx;$ $\int\frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}.$

3. $\int\frac{dx}{x^2-6x};$ $\int\frac{(4-3x)\,dx}{5x^2+6x+18};$ $\int\frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}};$ $\int\frac{xdx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}.$

4. $\int\frac{e^{\frac{x}{2}}dx}{\sqrt{16-e^x}};$ $\int\frac{dx}{e^{2x}+1};$ $\int\frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}};$ $\int\frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}.$

5. $\int(3x-x^2)\cos 2x dx;$ $\int x^2\ln^2(x+1)dx;$ $\int\frac{x^2dx}{e^{2x}};$ $\int(e^{2x}+4)\sin 3x dx;$

   $\int\arcsin(3x+1)dx.$

Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения определенного интеграла, вычислите

$$\int_{-1}^{2} x^2 dx.$$

Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие интегралы:

а) $\int_1^5 \cos 5x dx$; $\int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx$; $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx$; $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$;

б) $\int_{-3}^1 (4-x)\cos\frac{x}{3} dx$; $\int_2^5 \ln\frac{x}{2}(3x+2) dx$; $\int_0^1 (5-2x)e^{-\frac{x}{2}} dx$; $\int_0^1 x\cdot \operatorname{arctg} x dx$;

в) $\int_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx$; $\int_2^3 \frac{2x^2+4}{x^3-x^2-x+1} dx$; $\int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}$; $\int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$;

г) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}$; $\int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}$; $\int_4^5 \frac{x dx}{x^4-4x^2+3}$; $\int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}$;

д) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1} dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$; $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x)dx}{\sin 2x}$; $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx$;

е) $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}$; $\int_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx$; $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$.

Тема 3.8. Несобственные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие несобственные интегралы или докажите их расходимость

а) $\int_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx$; б) $\int_0^1 \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi}\arcsin x}}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx$.

Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

2. Вычислите длину одной арки циклоиды

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы:

6. $\int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{x(x+3)(x-1)} dx$; $\int \frac{2x^3+x+1}{x^3(x+1)} dx$;

$\int \frac{2x^3+7x^2+7x+9}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)} dx$; $\int \frac{(2x+5)dx}{(x^2+3x)(x^2+x+1)}$.

7. $\int \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx$; $\int \cos^5 x \sin^2 x dx$; $\int \frac{4\operatorname{tg} x - 5}{4\cos^2 x - \sin 2x + 1} dx$;

$\int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx$.

$\int \sin 5x \sin 7x \cos 7x\,dx.$

8. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}-5\sqrt{x}}{2\sqrt[6]{x^2}+4}dx;$ $\int \frac{4+\sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x-1+\sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}}dx;$ $\int \frac{\left(12x^3+5x^2-2\right)dx}{\sqrt{x^2+5x+4}};$

$\int \sqrt{16-x^2}\,dx.$

2. Вычислите объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной следующими линиями вокруг оси Оу

$y^2 = 4 - x,\ x = 0$

Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 4.2. Векторы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A=(3,4,-1)$, $B=(2,-4,2)$, $C=(5,6,0)$, $D=(11,-3,-12)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O,\ \bar{e}_1,\ \bar{e}_2,\ \bar{e}_3)$.

а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$, их модули и направляющие косинусы.

б) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}+4\overrightarrow{DA}$ и $7\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{DA}$.

в) Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

г) Найдите проекцию вектора $\overrightarrow{AD}$ на вектор $\overrightarrow{AB}$.

д) Найдите координаты точки M, делящей отрезок $[AB]$ в отношении 2:1.

е) Докажите неколлинеарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и вычислить площадь треугольника ABC.

ё) Вычислите длину высоты треугольника ABC, опущенную из вершины A.

ж) Докажите некомпланарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ и вычислить объем пирамиды $ABCD$.

з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро $[BC]$ и вершины A и D пирамиды $ABCD$.

и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины D.

Тема 4.4. Векторное и смешанное произведение векторов

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите модуль векторного произведения в каноническом базисе

$$\left[3\bar{a}-\bar{b},\ 2\bar{c}+\bar{a}\right],$$

если $\bar{a}=2\bar{i}+2\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=-\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{c}=5\bar{i}-2\bar{k}$

Тема 4.7. Общая теория кривых второго порядка

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2+y^2-10x+4y+20=0.$$

Тема 4.9. Прямая в пространстве

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A=(3,-1,5)$, $B=(2,-1,4)$, $C=(4,0,5)$, $D=(1,0,4)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O,\ \bar{e}_1,\ \bar{e}_2,\ \bar{e}_3)$.

а) Напишите уравнение плоскости (ABC).

б) Напишите канонические уравнения прямой l, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC).

в) Напишите канонические уравнения прямой m, проходящей через точку D параллельно прямой (AB).

г) Вычислите расстояние от точки D до плоскости (ABC).

д) Вычислите расстояние от точки D до прямой (AB).

е) Вычислите расстояние между прямыми l и (AB).

ё) Напишите уравнение плоскости π, проходящей через точку D параллельно плоскости (ABC).

ж) Напишите уравнение плоскости α, проходящей через точку D перпендикулярно плоскости (ABC).

з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей π и (ABD).

Раздел 5. Элементы линейной алгебры

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 5.1. Матрицы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$A+3B-10C \quad \text{и} \quad A^{T}+3B^{T}+C^{T}, \quad \text{если} \quad A=\begin{pmatrix}1&2&0&7\\7&0&2&1\end{pmatrix},$$

$$B=\begin{pmatrix}3&2&3&1\\1&4&3&3\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

Тема 5.2. Определители

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите определители

$$\text{а)}\begin{vmatrix}9&12\\-2&15\end{vmatrix};\ \text{б)}\begin{vmatrix}6&1&1\\0&-1&-1\\1&-3&1\end{vmatrix};\ \begin{vmatrix}4&3&1\\0&1&2\\4&0&1\end{vmatrix};\ \text{в)}\begin{vmatrix}-3&-5&4&7\\9&8&-5&-8\\3&2&-3&-4\\6&7&-2&-5\end{vmatrix};\ \begin{vmatrix}1&2&3&4\\3&4&5&6\\5&6&7&9\\31&23&55&42\end{vmatrix}.$$

Тема 5.4. Обратная матрица и правило Крамера

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите присоединенную и обратную матрицы, если

$$\text{а)}\ A=\begin{pmatrix}3&2\\4&3\end{pmatrix};\ \text{б)}\ A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&-1&-1\\3&1&1\end{pmatrix};\ \text{в)}\ A=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&1\\1&1&2\end{pmatrix};\ \text{г)}\ A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\1&-1&1\\-1&1&1\end{pmatrix}.$$

Тема 5.5. Линейные пространства

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Вектор $\bar{x}\in V^3$ в базисе $e=(\bar{e}_1,\ \bar{e}_2,\ \bar{e}_3)$ имеет координаты $(3,\ -5,\ 4)$. Найдите координаты указанного вектора $\bar{x}$ в базисе $e'=(\bar{e}_1',\ \bar{e}_2',\ \bar{e}_3')$, если $\bar{e}_1'=2\bar{e}_1+\bar{e}_2+3\bar{e}_3$, $\bar{e}_2'=3\bar{e}_1+2\bar{e}_2+4\bar{e}_3$, $\bar{e}_3'=2\bar{e}_1-3\bar{e}_2+\bar{e}_3$.

2. Решите задачу

Найдите матрицы перехода от базиса $e=(\bar{e}_1,\ \bar{e}_2,\ \bar{e}_3)$ к базисам $e'=(\bar{e}_1',\ \bar{e}_2',\ \bar{e}_3')$ и $e''=(\bar{e}_1'',\ \bar{e}_2'',\ \bar{e}_3'')$, а также координаты вектора $\bar{x}=\bar{e}_1+2\bar{e}_2+\bar{e}_3$ в базисах e' и e'', если $\bar{e}_1'=3\bar{e}_1+2\bar{e}_2+3\bar{e}_3$, $\bar{e}_2'=-4\bar{e}_1-3\bar{e}_2-5\bar{e}_3$, $\bar{e}_3'=5\bar{e}_1+\bar{e}_2-\bar{e}_3$ и $\bar{e}_1''=2\bar{e}_1+2\bar{e}_2-\bar{e}_3$, $\bar{e}_2''=2\bar{e}_1-\bar{e}_2+2\bar{e}_3$, $\bar{e}_3''=-\bar{e}_1+2\bar{e}_2+2\bar{e}_3$.

Тема 5.6. Системы линейных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Матричным методом решите системы

$$\text{а)}\begin{cases}x_1+x_2-x_3=0,\\x_1-x_2+x_3=2,\\-x_1+x_2+x_3=4;\end{cases}\ \text{б)}\begin{cases}2x_1-3x_2+3x_3=-2,\\2x_1-x_2+x_3=2,\\x_1+x_2+x_3=6;\end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 4, \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

2. Методом Гаусса решите системы

$$\text{а)} \begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б)} \begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

Тема 5.7. Элементы теории квадратичных форм

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений, а также размерность ее пространства решений и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0, \end{cases}$$

2. Решите задачу

Найдите матрицу оператора $f: V \to V$ в базисе $e' = \left(\overline{e}_1', \overline{e}_2', \overline{e}_3'\right)$, если в базисе $e = \left(\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3\right)$ его матрица имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \overline{e}_1' = 2\overline{e}_1 + 3\overline{e}_2 + \overline{e}_3, \quad \overline{e}_2' = 3\overline{e}_1 + 4\overline{e}_2 + \overline{e}_3,$$

$$\overline{e}_3' = \overline{e}_1 + 2\overline{e}_2 + 2\overline{e}_3.$$

Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 6.1. Функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите и изобразите область определения функции

$$z = \sqrt{\sin \pi \left(x^2 + y^2\right)}.$$

Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите значения частных производных функции до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2},\ 1\right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}.$$

Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производные неявно заданной функции

$$\frac{z}{xy} = z^3.$$

Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) \text{ в точке } M_0 = \left(1,\ 1,\ \frac{\pi}{4}\right).$$

Тема 6.5. Экстремум функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = \left(2x - x^2\right)\left(2y - y^2\right).$$

Тема 6.6. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Найдите угол между градиентами функции $z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$ в точках $M_1 = (1,\ 1)$ и $M_2 = (3,\ 4)$, а также производную функции z в точке M_1 по направлению к точке M_2.

Раздел 7. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 7.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_{0}^{\sqrt{36-y^2}} f(x,y)\,dx + \int_{-3}^{0} dy \int_{0}^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x,y)\,dx$$

Тема 7.2. Тройной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите тройной интеграл

$$\iiint_V \left(y^2 + x^3 - z\right) dx\,dy\,dz, \text{ где } V\text{: } 0 \le x \le 2,\ -1 \le y \le 0,\ 0 \le z \le 1.$$

Тема 7.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{49} z^2,\ \ x^2 + y^2 = \frac{1}{7} z,\ \ x = 0,\ \ y = 0\ \ (x \ge 0, y \ge 0),$$

где $\mu = 10xz$ – плотность тела.

2. Вычислить массу пластины D, ограниченной данными кривыми

$$x^2 + y^2 = 1,\ \ x^2 + y^2 = 16,\ \ x = 0, y = 0\ (x \ge 0, y \ge 0),$$

где $\mu = \dfrac{3y + x}{x^2 + y^2}$ – поверхностная плотность.

Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и аоверхностные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 8.1. Элементы теории поля

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Используя формулу Остроградского-Гаусса, найдите поток векторного поля $\vec{a} = \left(xy + y^2 + z\right)\vec{i} + \left(x^2 z + yz\right)\vec{j} + \left(x^2 + xz\right)\vec{k}$ через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ и $z = 1$ (нормаль внешняя).

Тема 8.2. Криволинейные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_L \left(y\sqrt{x} + y^2 + 2x\right) dl,$$

где L – отрезок прямой, заключенный между точками $A = (0,0)$ и $B = (2,1)$.

Тема 8.3. Поверхностные интегралы

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S xyz\,ds, \text{ где } S=\{(x,y,z)\,|\,x+y+z=1,\ x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0\}.$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Вычислите $\iint_D y\,dx\,dy$, где область D ограничена линиями $y^2-2y+x^2=0$, $y^2-4y+x^2=0$, $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$, $y=x\sqrt{3}$.

2. Вычислите тройной интеграл

$\iiint_V y^2 z\,\mathrm{ch}(xy)\,dx\,dy\,dz$, где V ограничено поверхностями $x=0,\ y=-1,\ y=x,\ z=0,\ z=2$.

Раздел 9. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 9.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{90}{4n^2+8n-5}.$$

2. Исследуйте сходимость рядов

а) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}}-1\right)$; б) $\sum_{n=1}^{+\infty}\mathrm{tg}\frac{\pi}{3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\arcsin\frac{n+3}{2n+5}\right)^n$;

д) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^7\left(\frac{9}{10}\right)^n$; е) $\sum_{n=1}^{+\infty} n\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2}$; ё) $\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{n^2}{(n^3+2)\ln^2 n}$;

ж) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}$; з) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{(n+1)n}$; и) $\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^{n^2}$.

Тема 9.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^2}$; б) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{6^n}{n^2(x^2-2x+6)^n}$.

2. Разложите в ряд Тейлора функцию

$f(x)=2x^3+x^2-4x$, если $x_0=-2$.

Тема 9.3. Тригонометрические ряды. Интеграл Фурье

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Фурье функцию

$$f(x)=x^2 \text{ на отрезке } [-\pi,\pi].$$

2. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x)=\begin{cases}1+x, \text{ при } -2<x\le 0,\\ -1, \text{ при } 0<x\le 2.\end{cases}$$

Раздел 10. Дифференциальные уравнения

Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 ОПК-1.4 УК-1.1

Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Покажите, что данная функция является решением данного дифференциального уравнения

$$\text{а) } y=\ln\cos x,\ y'=-\mathrm{tg}x;\ \text{б) } x^2-xy+y^2=C,\ (x-2y)y'-2x+y=0.$$

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши:

$$\text{а) } xy'-y=x\mathrm{tg}\frac{y}{x};\ \text{б) } xy'-y=(x+y)\ln\left(\frac{x+y}{x}\right);$$

$$\text{в) } (2x-4y+6)dx+(x+y-3)dy=0,\ y(0)=0.$$

Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

$$\text{а) } y''-3y'-10y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=\frac{1}{2};\ \text{б) } y''-4y'+4y=0;$$

$$\text{в) } y''-2y'+2y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0.$$

2. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

$$\text{а) } y''+y'=12x^2;\ \text{б) } y''-3y'+2y=(x^2+x)e^{3x};\ \text{в) } y''+9y=2x\sin x+xe^{3x}.$$

Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Разлагая подынтегральную функцию в ряд Маклорена и интегрируя его почленно, найдите разложение в ряд интеграла

$$\int\sqrt{x}e^x dx.$$

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \text{ с точностью } \varepsilon=0{,}01.$$

3. С помощью метода изоклин приближенно постройте несколько интегральных кривых уравнения

$$y' = x - y^2.$$

4. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

$$\text{а) } y'' + y = \frac{1}{\sin x}; \ \text{б) } y'' + 4y = 2\operatorname{tg} x; \ \text{в) } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

1 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Функция. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

2. Сформулировать определения или свойства

Основные элементарные функции; (Степенная, тригонометрические, обратно – тригонометрические, показательная, логарифмическая) их свойства и графики

3. Сформулировать определения или свойства

Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

4. Сформулировать определения или свойства

Производная; её геометрический и физический смысл.

5. Сформулировать определения или свойства

Логарифмическое дифференцирование.

6. Сформулировать определения или свойства

Неопределённый интеграл и первообразная.

25. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Предел числовой последовательности

Предельный переход в неравенствах

26. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

27. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Первый замечательный предел

Второй замечательный предел

28. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производная сложной функции

Производная обратной функции

29. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций

30. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Интегрирование заменой переменной

Интегрирование по частям

49. Вычислить

$$\lim \frac{x^3 - 3x - 2}{}$$

$$\lim_{x \to -1} \frac{\quad}{x^2 + x}$$

50. Найти значение производной функции

$y = (2x^2 + 2x - 3)(x^3 - 4x + 2)$ в точке $x_0 = 1$.

51. Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя)

$$\lim_{x \to 0} \frac{tgx - x}{x - \sin x}$$

52. Вычислить интеграл (методом интегрирования по частям)

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx.$$

53. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$y = 3 - x^2$ и прямой $y = x - 3$

54. Вычислить объем тела, полученного при вращении кривой

$$y = x + 1, \quad 0 \le x \le 2$$

2 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4

Вопросы/Задания:

7. Сформулировать определения или свойства

Определение вектора. Коллинеарные и компланарные векторы

8. Сформулировать определения или свойства

Определители второго и третьего порядков и их вычисление

9. Сформулировать определения или свойства

Понятие линейного пространства

10. Сформулировать определения или свойства

Способы задания и виды уравнений плоскости

11. Сформулировать определения или свойства

Угол между прямой и плоскостью. Условие перпендикулярности прямой и плоскости

12. Сформулировать определения или свойства

Понятие системы линейных алгебраических уравнений и ее решения

31. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису

32. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов

Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)

33. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Общее уравнение плоскости (вывод уравнения)

Задачи: о расстоянии от точки до плоскости, о расстоянии между параллельными плоскостями

34. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вывод канонических уравнений прямой. Переход к параметрическим уравнениям прямой

Общие уравнения прямой в пространстве. Переход к каноническим уравнениям прямой

35. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейные операции над матрицами

Свойства определителей и основные методы их вычисления

36. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема об общем решении неоднородной системы линейных алгебраических уравнений

Метод Гаусса

55. Найти общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

56. Решить задачу

Составить уравнение прямой (A_4M), перпендикулярной к плоскости $(A_1A_2A_3)$, если $A_1 = (0,4,5)$, $A_2 = (3,-2,1)$, $A_3 = (4,5,6)$, $A_4 = (3,3,2)$

57. Решить задачу

Вычислить модуль векторного произведения $\left[3\overline{a} - \overline{b},\ 2\overline{c} + \overline{a}\right]$, если $\overline{a} = 4\overline{i} + \overline{j} - \overline{k}$, $\overline{b} = -3\overline{j} - \overline{k}$, $\overline{c} = \frac{1}{2}\overline{i} - 2\overline{k}$

58. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 15325 & 15323 & 37527 \\ 23735 & 23735 & 17417 \\ 23737 & 23737 & 17418 \end{vmatrix}.$$

59. Найти точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{0} \text{ и } 2x - 4y - 3z + 7 = 0$$

60. Решить задачу

Вычислить $\det\left(A^{-1}\right)\left(AB^{T}\right)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

3 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4

Вопросы/Задания:

13. Сформулировать определения или свойства

Понятие предела функции двух переменных

14. Сформулировать определения или свойства

Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных

15. Сформулировать определения или свойства

Формула Тейлора

16. Сформулировать определения или свойства

Определение двойного интеграла

Определение тройного интеграла

17. Сформулировать определения или свойства

Определение криволинейного интеграла первого рода

Определение криволинейного интеграла второго рода

18. Сформулировать определения или свойства

Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент

37. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы вычисления дифференциала первого порядка и его геометрический смысл

Задача о приближенных вычислениях с помощью дифференциала

38. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы частных производных сложных функций

Формулы частных производных функций, заданных неявно

39. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных

Достаточный признак существования экстремума функции двух переменных

40. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты

41. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формула Грина (теорема с доказательством)

Формула Гаусса-Остроградского

Формула Стокса

42. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вычисление криволинейного интеграла первого и второго рода

61. Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z=\sqrt{x^2+y^2}-xy \text{ в точке } (3,4,-7).$$

62. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x,y)=-x^2+xy-y^2-9y+6x-35$$

63. Определить наибольшее и наименьшее значения функции

$$z=x^2+y^2-x\cdot y+x+y \text{ в области } x\le 0,\ y\le 0,\ x+y\ge -3.$$

64. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint\limits_{(D)}(x+y)dxdy,\ \ 0\le x\le 1,\ 1\le y\le 2.$$

65. Решить задачу

Показать, что выражение $\frac{x}{y}dy+(\frac{1}{1+x^2}-\frac{1}{x}+\ln y)dx$ будет полным дифференциалом некоторой функции. Восстановить эту функцию с помощью криволинейного интеграла второго рода.

66. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля

$$F(P)=\left(y^2+z^2\right)\vec{i}+\left(z^2+x^2\right)\vec{j}+\left(x^2+y^2\right)\vec{k}.$$

4 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: УК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-1.4

Вопросы/Задания:

19. Сформулировать определения или свойства
Числовой ряд
Понятие частичных сумм числового ряда
20. Сформулировать определения или свойства
Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд
21. Сформулировать определения или свойства
Понятие знакочередующихся и знакопеременных числовых рядов
22. Сформулировать определения или свойства
Понятие функционального ряда и его области сходимости
23. Сформулировать определения или свойства
Понятие тригонометрического ряда
24. Сформулировать определения или свойства
Дифференциальные уравнения первого и второго порядков.
43. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Свойства сходящихся числовых рядов
Необходимый признак сходимости числовых рядов
44. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов
45. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Признак Лейбница сходимости знакопеременных числовых рядов
46. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Ряд Фурье. Теорема Дирихле
47. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования
48. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Интегрирование нормальных систем линейных уравнений второго порядка
67. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\left(xy^2+x\right)dx+\left(y-x^2y\right)dy=0.$$

68. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\sin\frac{\pi}{2^n}.$$

69. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x)=\begin{cases}-x, \text{ если } -\pi<x\le 0,\\ 0, \text{ если } 0<x\le\pi.\end{cases}$$

70. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4^n(x+1)^n}{n^2}.$$

71. Решить задачу

Вычислите $\ln 10$ с точностью $\alpha=0,0001$,
воспользовавшись разложением в степенной ряд
соответствующим образом подобранной функции

72. Решить дифференциальное уравнение

$$\frac{y}{x}dx+\left(y^3+\ln x\right)dy=0$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.

2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2007. - 416 - 978-5-488-01072-7. - Текст: непосредственный.

3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 4-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2006. - 608 - 5-8112-1778-1. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов В 2-х т. Т. 2. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001; 2002. - 5-89602-013-9 (т.2). - Текст: непосредственный.

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для втузов. В 2-х т. Т. 1 / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2002; 2004; 2006. - 5-89602-012-0(т.1). - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. https://www.iprbookshop.ru/ - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения
(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем
(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.
Меловая доска - 4 шт.
Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.
Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Математика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.