



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Геодезический факультет
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
17 февраля 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
МОДУЛЬ. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
«Б1.О.02.03 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование

Направленность(профиль) подготовки: Аэрокосмические съёмки и фотограмметрия

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2023

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 3 з.е.
в академических часах: 108 ак.ч.

Москва, 2023

Разработчики:

Доцент кафедры Высшей математики, к.н. Гонжа Е. А.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование, утвержденного приказом Минобрнауки от 12.08.2020 № 972

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	Геодезический факультет	Председатель ученого совета факультета	Половнев О. В.	Рассмотрено	23.01.2023, № 8

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения, случайные величины и их законы распределения, статистические модели, критерии согласия, интегральные преобразования;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя математические и естественнонаучные знания

ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации

Знать:

ОПК-1.1/Зн2 Аппарат, применяемый для описания изменения объекта с течением времени

Уметь:

ОПК-1.1/Ум2 Выявить перечень подходящих для решения конкретной задачи методов математической интерпретации процесса

Владеть:

ОПК-1.1/Нв2 Навыками создания математических моделей, позволяющих наделить рассматриваемый объект необходимыми свойствами оригинала, для отладки процедуры решения задачи

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли

Знать:

ОПК-1.2/Зн2 Основные вероятностно-статистические методы, позволяющие решать профессиональные задачи

Уметь:

ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

Владеть:

ОПК-1.2/Нв2 Навыками решения исследовательских задач в профессиональной деятельности

ОПК-1.3 Анализирует причины снижения качества технологических процессов и предлагает эффективные способы повышения качества производства работ при выполнении различных технологических операций с учетом отечественного и зарубежного опытов с применением геоинформационных систем, информационно-телекоммуникационных технологий, делает расчеты построений

Знать:

ОПК-1.3/Зн2 Методы определения качества произведенных вычислений

Уметь:

ОПК-1.3/Ум2 Моделировать различные сценарии изменения объекта с течением времени

Владеть:

ОПК-1.3/Нв2 Способностью интерпретировать полученные численные значения характеристик, отражающих изменение объекта с течением времени

ОПК-1.4 Демонстрирует навыки использования современных инструментов и методов выполнения комплекса специальных работ по контролю проектов, связанных с осложнениями, возникающими при производстве работ

Знать:

ОПК-1.4/Зн2 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов

Уметь:

ОПК-1.4/Ум2 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач, связанных с оценкой полученных значений определяемых величин, а также их предрасчетом

Владеть:

ОПК-1.4/Нв2 Способностью использовать современные научные разработки для анализа происходящих процессов и качественной оценки проведенных работ

ОПК-1.5 Демонстрирует навыки разработки технической документации и рабочих проектов

Знать:

ОПК-1.5/Зн2 Аппарат вероятностной и статистической оценок происходящих с течением времени изменений в технологическом процессе и/или на объекте, являющимся результатом производства работ

Уметь:

ОПК-1.5/Ум2 Интерпретировать полученные данные для целей математической обработки, подбирать подходящий метод оценки

Владеть:

ОПК-1.5/Нв2 Применением базового вероятностно-статистического аппарата для решения профессиональных задач

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.02.03 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 3.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
3 семестр	108	3	17	17	38	Экзамен (36)
Всего	108	3	17	17	38	36

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотношенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Теория вероятностей	42	10	10	22	ОПК-1.1
Тема 1.1. Случайные события	22	6	6	10	ОПК-1.2
Тема 1.2. Случайные величины	10	2	2	6	ОПК-1.3
Тема 1.3. Случайные векторы	10	2	2	6	ОПК-1.4
					ОПК-1.5
Раздел 2. Элементы математической статистики	30	7	7	16	ОПК-1.1
Тема 2.1. Оценивание параметров распределения	16	4	4	8	ОПК-1.2
Тема 2.2. Проверка статистических гипотез	14	3	3	8	ОПК-1.3
					ОПК-1.4
					ОПК-1.5
Итого	72	17	17	38	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Теория вероятностей

Тема 1.1. Случайные события

- 1.1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое и геометрическое определения вероятности. Статистическая вероятность.
- 1.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.
- 1.3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Тема 1.2. Случайные величины

- 2.1. Случайная величина: определение, классификация, закон распределения.
- 2.2. Основные законы распределения дискретной случайной величины.
- 2.3. Функция распределения вероятностей, её свойства.
- 2.4. Плотность распределения вероятностей, её свойства.
- 2.5. Математическое ожидание и его свойства.
- 2.6. Дисперсия и её свойства.
- 2.7. Начальные и центральные моменты. Асимметрия, эксцесс.
- 2.8. Основные законы распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
- 2.9. Функция Лапласа и её свойства.
- 2.10. Понятие о локальной и интегральной теоремах Лапласа.

Тема 1.3. Случайные векторы

- 3.1. Функция совместного распределения вероятностей случайного вектора и её свойства.
- 3.2. Плотность совместного распределения вероятностей случайного вектора и её свойства.
- 3.3. Случайные величины зависимые и независимые. Условные законы распределения вероятностей.
- 3.4. Понятие о корреляционной зависимости. Ковариация, коэффициент корреляции.
- 3.5. Случайный вектор и его числовые характеристики. Свойства ковариационной матрицы.
- 3.6. Многомерное нормальное распределение и его числовые характеристики.
- 3.7. Числовые характеристики линейных преобразований случайного вектора.
- 3.8. Числовые характеристики нелинейных преобразований случайного вектора. Метод линеаризации для приближенного оценивания числовых характеристик нелинейных преобразований случайного вектора.

Раздел 2. Элементы математической статистики

Тема 2.1. Оценивание параметров распределения

- 1.1. Задачи математической статистики.
- 1.2. Свойства статистических оценок.
- 1.3. Точечные и интервальные статистические оценки.
- 1.4. Метод моментов для отыскания статистических оценок параметров распределения.
- 1.5. Метод максимального правдоподобия для отыскания статистических оценок параметров распределения.
- 1.6. Оценка точности измерений.
- 1.7. Линии регрессии. Понятие о линейном прогнозе.
- 1.8. Оценивание параметров распределения методом наименьших квадратов.

Тема 2.2. Проверка статистических гипотез

- 4.1. Понятие статистической гипотезы. Ошибки первого и второго рода.
- 4.2. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей.
- 4.3. Проверка гипотез о математическом ожидании нормальной генеральной совокупности.

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 2. Элементы математической статистики

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Тема 2.2. Проверка статистических гипотез

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите вероятность события

Внутри параллелограмма с вершинами $A = (1, 0)$, $B = (2, 2)$, $C = (6, 2)$ и $D = (5, 0)$ наудачу выбрана точка $M = (x, y)$. Найдите вероятность события

$$A = \{(x, y) \in ABCD \mid y \leq (x-3)^2, y \leq 2x-2, y \geq 0\}.$$

2. Решите задачу

Взвод пешей разведки в составе 53 человек получил 4 пистолета, 14 пистолетов-пулемётов, 2 винтовки, 30 самозарядных винтовок, 3 ручных пулемёта, из которых только самозарядные винтовки были пристрелянными. Вероятность попадания в цель из пристрелянного орудия равна 0,7, а из не пристрелянного – 0,3. Какова вероятность того, что из наудачу взятого орудия цель будет поражена при одном выстреле?

3. Решите задачу

На полке стоят 12 книг, среди которых 6 – художественные, 4 – научно-популярные, остальные – словари. Найдите вероятность того, что среди взятых наугад четырех книг: а) хотя бы одна художественная; б) три научно-популярные; в) не менее двух художественных; г) ни одного словаря.

4. Решите задачу

Известно, что 10% делянок под овощами плохо обработаны. Сколько нужно проверить делянок, чтобы с вероятностью 0,9973 можно было утверждать, что относительная частота засоренных делянок будет отличаться от вероятности засоренности по модулю не более чем на 0,001?

5. Найдите математическое ожидание и дисперсию

Даны две независимые случайные величины X_1 и X_2 , для которых известны их математические ожидания и дисперсии. Требуется найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины Y , пользуясь свойствами этих числовых характеристик.

$$M(X_1) = 3, D(X_1) = 2, M(X_2) = -2, D(X_2) = 5,$$

$$Y = 2X_1 + 3X_2 - 5.$$

6. Решите задачу

Случайный вектор X с математическим ожиданием $M(X)$ и ковариационной матрицей $K(X)$ подвергается линейному преобразованию $Y = AX + C$. Найти математическое ожидание $M(Y)$, ковариационную матрицу $K(Y)$ и нормированную ковариационную матрицу $C(Y)$ преобразованного вектора $Y = A \cdot X + C$.

$$M(X) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, K(X) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

7. Оцените ковариационную матрицу

Таблица содержит результаты определений X_1, X_2 в метрах координат на плоскости X_1, X_2 некоторого пункта (общее для всех данных слагаемое не влияет на расчёты и потому опущено).

i	X_1	X_2
1	0.80	0.85
2	1.40	1.60
3	0.75	0.70
4	0.60	0.70
5	1.80	1.30

Требуется оценить ковариационную матрицу соответствующего двумерного случайного вектора $\vec{X}(X_1, X_2)$.

8. Какие из следующих гипотез являются статистическими?

Какие из следующих гипотез являются статистическими?

- 1) Генеральная совокупность распределена по нормальному закону.
- 2) Президент Кеннеди был убит в результате заговора.
- 3) Зима будет теплой.
- 4) Генеральная средняя нормальной генеральной совокупности равна 7.
- 5) Генеральные средние двух нормальных генеральных совокупностей равны друг другу.

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

3 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-1.4 ОПК-1.5

Вопросы/Задания:

1. Основные формулы комбинаторики

Привести формулы, дать необходимые пояснения.

2. Метод линеаризации для приближенного оценивания числовых характеристик нелинейных преобразований случайного вектора

Дать развернутый ответ, привести пример.

3. Решить задачу

Известна ковариационная матрица $K(X)$ случайного вектора X . Найти дисперсию $D(Y)$ случайной величины Y .

$$K(X) = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 9 \end{pmatrix}, \quad Y = X_1 + X_2 - X_3 + 3.$$

4. Начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс

Определение. Формулы.

5. Нормальное распределение и его числовые характеристики

Определение, формулы.

6. Решить задачу

По выборке объёма $n=9$, извлечённой из нормальной генеральной совокупности $N(m, \sigma^2)$, найдены несмещённые оценки математического ожидания $\hat{m}=5,8$ и дисперсии $\hat{\sigma}^2=1,69$. Проверьте нулевую гипотезу $H_0: m = m_0 = 3,4$ при конкурирующей гипотезе $H_1: m \neq m_0$ и уровне значимости $\alpha=0,05$.

7. Понятие о корреляционной зависимости

Определение, примеры.

8. Локальная и интегральная теоремы Лапласа

9. Решить задачу

По двум независимым выборкам, объёмы которых $n_1=9$ и $n_2=16$, извлечённым из нормальных генеральных совокупностей, найдены несмещённые оценки дисперсий $\hat{\sigma}_1=0,88$ и $\hat{\sigma}_2=0,58$. Проверьте нулевую гипотезу $H_0: D_1 = D_2$ при конкурирующей гипотезе $H_1: D_1 > D_2$ и уровне значимости $\alpha=0,05$.

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Сугаипова Л.С. Теория вероятностей. Случайные величины и случайные векторы. Методические указания и задания для самостоятельной работы по курсу "Теория вероятностей". / Л.С. Сугаипова. - МИИГАиК, 2007. - 46 - Текст: непосредственный.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / В.Е. Гмурман. - 11-е изд. перераб. - Издательство Высшее образование, 2008. - 404 - 978-5-9692-0194-1. - Текст: непосредственный.

3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие / В.Е. Гмурман. - 12-е изд. перераб. - Издательство Высшее образование, 2008. - 479 - 978-5-9692-0192-7. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей : Учеб. для вузов. / Е.С. Вентцель. - 7-е изд. стереотип. - Издательство Высшая школа, 2001. - 575 - 5-06-003650-2. - Текст: непосредственный.

2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике / Д.Т. Письменный. - 2-е изд., испр. - Издательство Айрис-пресс, 2005. - 256 - 5-8112-1497-9. - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения

(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем

(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.

Меловая доска - 4 шт.

Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.

Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонализацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов

- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться с настоящей рабочей программой учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или обучающийся самостоятельно использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.