



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Факультет управления территориями
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
16 февраля 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА
«Б1.О.12.04 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 27.03.03 Системный анализ и управление

Направленность(профиль) подготовки: Управление земельно-информационными системами

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2024

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 3 з.е.
в академических часах: 108 ак.ч.

Москва, 2024

Разработчики:

Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Маркарян Е. Г.

Доцент кафедры Высшей математики, кандидат
физико-математических наук Волковая Т. А.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 27.03.03 Системный анализ и управление, утвержденного приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 902

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	факультет Управления территориями	Председатель ученого совета факультета	Зозуля В. В.	Рассмотрено	31.01.2024, № 01-24

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного аппарата теории вероятностей и математической статистики и его связи с профессиональной деятельностью, а также об основных направлениях развития современной математической статистики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению аппарата теории вероятностей и математической статистики для решения практических задач профессиональной деятельности, построения статистических моделей изучаемых случайных процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных стохастических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных вероятностно-статистических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования вероятностно-статистического аппарата: случайные величины и их законы распределения, статистические модели, критерии согласия;
- получение компетенций в области применения вероятностно-статистического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения стохастических моделей изучаемых случайных процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным вероятностно-статистическим аппаратам и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

УК-2.2 Определяет связи между поставленными задачами и ожидаемые результаты их решения

Знать:

УК-2.2/Зн9 Основные направления развития современной математической статистики

Уметь:

УК-2.2/Ум10 Применять вероятностно-статистический аппарат для решения практических задач профессиональной деятельности

Владеть:

УК-2.2/Нв8 Основными методами теории вероятностей и математической статистики

ОПК-1 Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики

ОПК-1.1 Демонстрирует знания моделирования отдельных фрагментов процесса, математического анализа, выбора оптимального варианта для конкретных условий при создании документации

Знать:

ОПК-1.1/Зн1 Методов математического моделирования и анализа в профессиональной деятельности

Уметь:

ОПК-1.1/Ум1 Использовать естественно-научные и инженерные знания для оптимизации процессов в профессиональной деятельности

Владеть:

ОПК-1.1/Нв1 Навыком выбора наилучшего метода моделирования и расчета в профессиональной деятельности

ОПК-1.2 Использует фундаментальные знания в профессиональной деятельности для решения задач отрасли

Знать:

ОПК-1.2/Зн3 О связи специальности с фундаментальными науками

Уметь:

ОПК-1.2/Ум2 Описать с использованием математического аппарата происходящие процессы

Владеть:

ОПК-1.2/Нв3 Основным математическим аппаратом для решения профессиональных задач

ОПК-2 Способен формулировать

задачи

профессиональной

деятельности на основе знаний профильных разделов

математических и естественнонаучных дисциплин (модулей)

ОПК-2.4 Выбирает соответствующие программные продукты или их части для решения конкретных профессиональных задач

Знать:

ОПК-2.4/Зн4 Алгоритмы решения специализированных задач, последовательность обработки информации

Уметь:

ОПК-2.4/Ум3 Строить стохастические модели изучаемых случайных процессов и явлений

Владеть:

ОПК-2.4/Нв4 Навыками применения стандартных вероятностно-статистических моделей и методов

ОПК-2.5 Демонстрирует навыки автоматизированного проектирования технологических процессов

Знать:

ОПК-2.5/Зн4 Современные достижения математической статистики и вероятностных методов

Уметь:

ОПК-2.5/Ум3 Использовать специализированную литературу для решения профессиональных задач, связанных с оценкой полученных значений определяемых величин, а также их предрасчетом

Владеть:

ОПК-2.5/Нв3 Способностью использовать современные научные разработки для анализа происходящих процессов и качественной оценки проведенных работ

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.12.04 «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 3.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
3 семестр	108	3	16	32	24	Экзамен (36)
Всего	108	3	16	32	24	36

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий (часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотношенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Теория вероятностей	36	8	16	12	УК-2.2
Тема 1.1. Случайные события	9	2	4	3	ОПК-1.1
Тема 1.2. Независимые испытания	9	2	4	3	ОПК-1.2
Тема 1.3. Случайные величины	9	2	4	3	ОПК-2.4
Тема 1.4. Предельные теоремы теории вероятностей	9	2	4	3	ОПК-2.5
Раздел 2. Элементы математической статистики	36	8	16	12	УК-2.2
Тема 2.1. Основы выборочного метода	9	2	4	3	ОПК-1.1
Тема 2.2. Оценки параметров распределения	9	2	4	3	ОПК-1.2
Тема 2.3. Элементы теории корреляции	9	2	4	3	ОПК-2.4
					ОПК-2.5

Тема 2.4. Проверка статистических гипотез	9	2	4	3	
Итого	72	16	32	24	

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Теория вероятностей

Тема 1.1. Случайные события

- 1.1. Основные понятия теории вероятностей. Классическое и геометрическое определения вероятности. Статистическая вероятность
- 1.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность
- 1.3. Формула полной вероятности. Формула Байеса

Тема 1.2. Независимые испытания

- 2.1. Схема Бернулли. Закон Бернулли
- 2.2. Локальная и интегральная теоремы Лапласа
- 2.3. Закон Пуассона. Простейший поток событий

Тема 1.3. Случайные величины

- 3.1. Классификация случайных величин. Функция распределения
- 3.2. Основные законы распределения дискретной случайной величины и ее числовые характеристики
- 3.3. Основные законы распределения непрерывной случайной величины и ее числовые характеристики
- 3.4. Двумерная дискретная случайная величина и ее числовые характеристики

Тема 1.4. Предельные теоремы теории вероятностей

- 4.1. Закон больших чисел
- 4.2. Центральная предельная теорема

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 2. Элементы математической статистики

Тема 2.1. Основы выборочного метода

- 1.1. Задачи математической статистики
- 1.2. Виды выборок и их свойства
- 1.3. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма

Тема 2.2. Оценки параметров распределения

- 2.1. Свойства статистических оценок
- 2.2. Точечные статистические оценки
- 2.3. Доверительная вероятность. Интервальные статистические оценки. Оценка точности измерений
- 2.4. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия

Тема 2.3. Элементы теории корреляции

- 3.1. Выборочное уравнение линейной регрессии
- 3.2. Ковариационная матрица. Выборочный коэффициент корреляции

Тема 2.4. Проверка статистических гипотез

- 4.1. Понятие статистической гипотезы. Классификация статистических ошибок
- 4.2. Критерий согласия Пирсона

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач
Расчетно-графическая работа

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Теория вероятностей

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.4 ОПК-2.5 УК-2.2

Тема 1.4. Предельные теоремы теории вероятностей

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Вероятность того, что студент сдаст кафедральный зачет по теории вероятностей, равна 0, 8. Условная вероятность того, что студент сдаст экзамен по указанной дисциплине, равна 0, 5 (если сдаст зачет) и 0, 4 (в противном случае). Найдите вероятность того, что студент не сдаст хоть что-нибудь (зачет или экзамен).

2. Решите задачу

Вероятность того, что покупателю требуется обувь 41-го размера, равна 0, 2. Какова вероятность того, что среди 100 покупателей потребуют обувь 41-го размера: а) 25 человек; б) от 10 до 30 человек; в) не менее 35 человек?

3. Решите задачу

Все значения равномерно распределенной случайной величины X лежат на $[2; 8]$. Найдите: а) функцию $F(x)$ распределения вероятностей и плотность распределения $f(x)$; б) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; в) коэффициент асимметрии и эксцесс. Найдите вероятность $P(0 \leq X \leq 7)$.

Раздел 2. Элементы математической статистики

Контролируемые ИДК: ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.4 ОПК-2.5 УК-2.2

Тема 2.4. Проверка статистических гипотез

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Какие из следующих гипотез являются статистическими?

1) Генеральная совокупность распределена по нормальному закону. 2) Президент Кеннеди был убит в результате заговора. 3) Зима будет теплой. 4) Генеральная средняя нормальной генеральной совокупности равна 7. 5) Генеральные средние двух нормальных генеральных совокупностей равны друг другу.

2. Решите задачу

При данном уровне значимости для правосторонней критической области статистического критерия найдена критическая точка $\alpha_{кр} = 7$. При каких из следующих значений статистического критерия нулевая гипотеза будет отвергнута? 1) 3, 1; 2) 2, 7; 3) 5, 5; 4) 8, 1; 5) 10, 7.

3. Дана корреляционная таблица. Чему равны частоты s , t , r ?

y \ X	10	15	20	25	30	35	n_y
20	1	5					6
30		6	4				10
40			7	17	s		t
50			2	10	8		20
60				5	7	3	15
n_x	1	11	13	32	r	3	78

Форма контроля/оценочное средство: Расчетно-графическая работа

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Внутри параллелограмма с вершинами $A = (1, 0)$, $B = (2, 2)$, $C = (6, 2)$ и $D = (5, 0)$ наудачу выбрана точка $M = (x, y)$. Найдите вероятность события

$$A = \{(x, y) \in ABCD \mid y \leq (x-3)^2, y \leq 2x-2, y \geq 0\}.$$

2. Решите задачу

Вероятность того, что дошкольник сможет проплыть определенную дистанцию под водой, равна 0,6. Учитывая, что случайная величина X – это число успешно проплытых дистанций среди четырех, найдите: а) закон распределения случайной величины X ; б) функцию распределения; в) математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и моду; г) коэффициент асимметрии и эксцесс. Постройте полигон и график функции распределения. Найдите вероятности $P(1 < X \leq 3)$ и $P(X = 1)$.

3. Решите задачу

Дана таблица, которая содержит результаты определений X_1, X_2, X_3 в метрах пространственных

координат X_1, X_2, X_3 некоторого пункта (общее для всех данных слагаемое не влияет на расчеты и потому опущено). Требуется оценить математическое ожидание, дисперсию соответствующего трехмерного случайного вектора $\bar{X}(X_1, X_2, X_3)$, его ковариационную C и корреляционную K матрицы. Выборка объемом 10 из генеральной совокупности трехмерного вектора приведена в таблице.

i	X_1	X_2	X_3
1.	0,8	1,85	-0,52
2.	1,4	0,6	3,3
3.	-0,25	0,7	1,02
4.	1,6	-0,3	1,55
5.	1,8	1,3	0,02
6.	0,15	1,25	1,1
7.	1,8	1,75	1,96
8.	0,5	0,25	-0,2
9.	1,7	0,85	1,1
10.	1,1	1,65	-0,1

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

3 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: УК-2.2 ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.4 ОПК-2.5

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Классификация случайных событий

Алгебра случайных событий

2. Сформулировать определения или свойства

Математическое ожидание дискретной случайной величины

Дисперсия дискретной случайной величины

3. Сформулировать определения или свойства

Эмпирическая функция распределения

Полигон и гистограмма распределения

4. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формула полной вероятности. Формула Байеса

Схема Бернулли. Закон Бернулли

5. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Равномерное распределение и его числовые характеристики

Нормальное распределение и его числовые характеристики

6. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Выборочное уравнение линейной регрессии

Ковариационная матрица. Выборочный коэффициент корреляции

7. Решите задачу

Даны законы распределения независимых случайных величин X и Y :

x_i	-1	0	1
p_i	0,2	0,3	0,5

y_j	-1	0	1	2
q_j	0,1	0,2	0,6	0,1

Найдите законы распределения случайных величин: а) $Y - 2X$;

б) $X \cdot Y^2 + 1$.

8. Решите задачу

Найдите выборочное среднее, выборочную и исправленную дисперсию, выборочное и исправленное среднеквадратическое отклонение, построить полигон распределения, найти

эмпирическую функцию распределения.

x_i	48	53	58	63	68	73	78	83	88	93	98
n_i	2	7	16	20	24	10	8	5	4	3	1

9. Решите задачу

Найдите доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}$, объем выборки n ;
 $\gamma = 0.95, \bar{x} = 32.7, n = 50, \sigma = 2.1$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для студентов вузов. / В.Е. Гмурман. - Изд. 6-е доп. - Высш. шк., 2002. - 405 - 5-06-004212-X. - Текст: непосредственный.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : Учеб. пособие для вузов. / В.Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - Высш. шк., 2003. - 479 - 5-06-004214-6. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей : Учеб. для вузов. / Е.С. Вентцель. - 7-е изд. стереотип. - Издательство Высшая школа, 2001. - 575 - 5-06-003650-2. - Текст: непосредственный.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике / Д.Т. Письменный. - 2-е изд., испр. - Издательство Айрис-пресс, 2005. - 256 - 5-8112-1497-9. - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения

(обновление производится по мере появления новых версий программы)

Не используется.

Перечень информационно-справочных систем

(обновление выполняется еженедельно)

Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

Интерактивная панель - 1 шт.

Меловая доска - 4 шт.

Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.

Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться настоящей рабочей программы учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или самостоятельно обучающийся использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития,

индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.