

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ

**МЕХАНИКА,
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА**

Для студентов 1 курса дневного отделения

Москва 2005 г.

УДК 530.1

Составители:

- проф. Ильин Ю.А - раздел: “Основные законы и формулы”, общая редакция .
- проф. Стрижкин И.И., доц.Малининкова О.Н. - разделы: “Кинематика”, “Динамика вращательного движения”, “Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела”, “Законы сохранения”, “Работа и энергия”;
- проф. Феофилактова Т.В. – раздел: “Силы инерции”;
- проф. Скорохватов Н.А. – раздел: “Специальная теория относительности”.
- проф. Дунаенко Л.П. –задачи на тему: “Силы тяготения”.
- проф. Скорохватов Н.А., проф.Стрижкин И.И. – раздел: “Элементы молекулярной физики”.
- проф. Троицкий В.И. - раздел: “Термодинамика”.

“Сборник контрольных задач № 1”. - М., Изд. МИИГАиК, 2005, с. 23.

Пособие составлено в соответствии с утвержденной программой курса “Физика” и рекомендовано кафедрой физики к изданию.

В пособии содержатся краткие теоретические сведения по первой части курса “Физика”, примеры решения типовых задач и варианты контрольной работы № 1, выполняемой студентами на первом курсе.

Введение

Пособие содержит типовые задачи по следующим основным разделам:

- кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки;
- динамика поступательного и вращательного движения;
- закон сохранения момента импульса;
- работа при вращательном движении, закон сохранения энергии (поступательное и вращательное движение тела);
- работа силы тяготения и силы упругости;
- закон сохранения энергии в поле тяготения Земли;
- силы инерции;
- специальная теория относительности;
- элементы молекулярной физики и термодинамики.

1. Указания к выполнению и оформлению контрольной работы.

К решению задач следует приступать после тщательного изучения соответствующего раздела механики. Каждая задача должна быть оформлена на отдельном листе с указанием фамилии студента, группы, номера варианта и дня сдачи. Условие задачи нужно переписывать полностью. Решение задачи должно сопровождаться подробными пояснениями. Работы, содержащие в решении только набор формул, к проверке не принимаются. Для замечаний преподавателя целесообразно оставлять поля. Как правило, необходимо делать чертеж (рисунок), поясняющий решение задачи. Решение задачи желательно получить в общем виде, а затем подставить числовые значения заданных величин, выраженных в единицах системы СИ. В случаях, когда возможно, оцените правдоподобность числового ответа. В ответе записать числовое значение и сокращенное наименование размерности искомой величины.

Ниже, в разделе 3, приведен ряд примеров решения задач (по одному для каждого типа задач). Приведенные решения следует рассматривать, в определенной мере, и как пример оформления задачи. Малый объем этого пособия не позволяет рассмотреть достаточного числа примеров. При решении задач из данной контрольной работы целесообразно использовать, в частности, "Сборник задач по общему курсу физики", автор - В.С.Волькенштейн (все издания), который содержит примеры решения задач, а также таблицы физических констант и справочный материал.

2. Основные законы и формулы.
(необходимые для решения контрольной работы № 1)

Кинематика

Положение материальной точки в пространстве характеризуется координатами x, y, z , либо радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным из начала отсчета в материальную точку.

- Уравнение поступательного движения материальной точки (центра масс твердого тела) в пространстве: $\vec{r} = \vec{f}(t)$, где $\vec{f}(t)$ - некоторая векторная функция времени t .

Перемещение: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ - разность двух радиус-векторов, соответствующих двум положениям материальной точки.

Мгновенная скорость: $\vec{v} = (\vec{r})'$.

Мгновенное ускорение: $\vec{a} = (\vec{v})'$.

- Уравнение поступательного движения точки вдоль оси x : $x = f(t)$.

Скорость по оси x (проекция $\vec{v}$ на ось x): $v_x = (x)'$.

Ускорение по оси x (проекция $\vec{a}$ на ось x): $a_x = (v)'$.

Перемещение по оси x (проекция $\vec{r}$ на ось x): $\Delta x = x_2 - x_1 = x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}$.

Для равнопеременного движения:

$$x = x_0 \pm v_{0x}t \pm a_x t^2 / 2; \quad v_x = \pm v_{0x} \pm a_x t,$$

выбор знака "+" или "-" зависит от направления векторов $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ относительно направления оси x .

Путь s - длина траектории, всегда $s > 0$.

Средняя путевая скорость: $\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Величина средней скорости перемещения:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Величина среднего ускорения: $\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \equiv \frac{v - v_0}{t}$.

- Уравнение вращательного движения материальной точки по окружности радиуса R :
 $\varphi = f(t)$. Здесь φ - угол поворота радиус-вектора постоянной длины R ; φ - величина скалярная.

Изменение угла $d\vec{\varphi}$ - величина векторная, направление $d\vec{\varphi}$ определяется правилом правого винта (буравчика), вектор $d\vec{\varphi}$ направлен вдоль оси вращения.

Угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$.

Угловое ускорение: $\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$.

Для равномерного вращательного движения: $\omega = \Delta\varphi / \Delta t = 2\pi / T = 2\pi n$, где T -период обращения, n - частота вращения ($n = N/t$, N - число оборотов, совершаемых телом за время t).

Для равнопеременного вращательного движения: (в проекции на ось z):

$$\varphi = \varphi_0 \pm \omega_{0z} t \pm \frac{\varepsilon_z t^2}{2}; \quad \omega_z = \pm \omega_{0z} \pm \varepsilon_z t, \quad \text{где } \omega_{0z} - \text{начальная угловая скорость.}$$

- Полное ускорение при криволинейном движении:

$$\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $a_\tau = dv/dt$ - тангенциальная составляющая ускорения; $a_n = v^2/r$ - нормальная составляющая ускорения (r - радиус кривизны траектории в данной точке). При вращении точки по окружности радиус кривизны есть радиус окружности: $r = R$.

- Связь между линейными и угловыми величинами:

$$s = r\varphi; \quad v = r\omega \quad a_\tau = r\varepsilon; \quad a_n = \omega^2 r.$$

Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

- Импульс (количество движения) материальной точки: $\vec{p} = m\vec{v}$.
- Второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

- Это же уравнение в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки:

$$F_\tau = ma_\tau = m \cdot dv/dt; \quad F_n = m a_n = mv^2/R = m\omega^2 R.$$

- Закон сохранения импульса для замкнутой системы

$$\vec{p}(t) = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где n - число материальных точек (или тел), входящих в систему.

- Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости: $F_x = -kx$, где k - коэффициент упругости (в случае пружины - жесткость), x - абсолютная деформация;

б) сила гравитационного взаимодействия: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$, где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$ -

гравитационная постоянная, m_1 и m_2 - массы взаимодействующих тел, r - расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки) или между центрами тел (для тел сферической формы);

сила тяжести: $P = mg$, где $g = \frac{GM}{R^2} = 9,8 \text{ м/с}^2$ - ускорение свободного падения на поверхности Земли (M - масса Земли, R - радиус Земли);

в) сила трения (скольжения) $F = \mu N$, где μ - коэффициент трения, N - сила нормального давления.

Работа и энергия

- Работа, совершаемая переменной силой на пути s :

$$A = \int F_r \cdot dr = \int F \cdot \cos \alpha \cdot dr,$$

где F – сила, действующая в точке, dr – элемент перемещения, α – угол между векторами F и dr

- Средняя мощность за промежуток времени Δt :

$$\langle N \rangle = \Delta A / \Delta t$$

- Мгновенная мощность:

$$N = dA/dt, \text{ или } N = (\vec{F}\vec{v}) = F_v v = Fv \cos \alpha.$$

- Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$T = (1/2)mv^2.$$

- Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины:

$$\Pi = (1/2)kx^2,$$

б) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при $h \ll R_3$, R_3 – радиус Земли);

в) гравитационного взаимодействия:

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

- Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы):

$$T + \Pi = E(t) = \text{const.}$$

- Работа A , совершаемая внешними силами и силами трения, равна изменению полной энергии системы тел:

$$A = A_{\text{вн}} + A_{\text{тр}} = \Delta E = E_2 - E_1.$$

Динамика вращательного движения

- Момент инерции материальной точки относительно оси z является мерой инертности точки при вращательном движении и определяется: $I = mr^2$,

где m – масса материальной точки, r – расстояние от точки до оси z . Момент инерции системы тел есть сумма моментов инерции тел системы.

- Момент инерции тела относительно оси:

$$I = \int_V \rho r^2 dV, \text{ где } V - \text{объём тела, } r - \text{расстояние от оси } z \text{ до элемента тела } dV, \rho - \text{плотность}$$

тела. Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси, проходящей через центр масс C и совпадающей с осью симметрии тела:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню:

$$I_C = (1/12)ml^2;$$

б) обруча радиуса R (тонкостенного цилиндра):

$$I_C = mR^2;$$

в) диска (сплошного цилиндра) радиуса R :

$$I_C = (mR^2)/2;$$

г) шара радиуса R :

$$I_C = (2/5)mR^2.$$

Если для тела известен момент инерции I_C относительно оси, проходящей через центр масс C , то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле Штейнера: $I = I_C + md^2$,

где m - масса тела, d - расстояние от центра масс тела до оси вращения.

- Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z :

$$T_{\text{вр}} = (1/2)I_z\omega^2,$$

где I_z - момент инерции тела относительно оси z ; ω - его угловая скорость.

- Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}I_C\omega^2,$$

где m - масса тела; v_C - скорость центра масс тела; I_C - момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω - угловая скорость тела.

- Момент силы относительно неподвижной точки:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}],$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведённый из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Модуль момента силы:

$$M = F \cdot l,$$

где l - плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

- Работа при повороте тела:

$$dA = M_z d\varphi,$$

где $d\varphi$ - угол поворота тела; M_z - проекция момента силы M на ось z .

- Момент импульса (момент количества движения) твёрдого тела относительно оси вращения z :

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = I_z \omega,$$

где r_i - расстояние от оси z до отдельной частицы тела; $m_i v_i$ - импульс этой частицы; I_z - момент инерции тела относительно оси z ; ω - его угловая скорость.

- Уравнение (закон) динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = d\vec{L}/dt; \quad M_z = I_z(d\omega/dt) = I_z\varepsilon,$$

где ε - угловое ускорение; I_z - момент инерции тела относительно оси z .

- Закон сохранения момента импульса (момента количества движения):

$$\vec{L}(t) = \sum \vec{L}_i = \text{const},$$

где $\vec{L}(t)$ - момент импульса системы тел, $\vec{L}_i$ - моменты импульсов тел, входящих в систему.

Неинерциальные системы отсчета

- Сила инерции при ускоренном поступательном движении системы отсчета: $\vec{F}_{\text{ин}} = -m\vec{a}_0$, где m - масса тела, $\vec{a}_0$ - ускорение системы отсчета.

- Силы инерции при вращательном движении системы отсчета:

- Центробежная сила инерции: $\vec{F}_{\text{цб}} = m\omega^2\vec{R}$, где m - масса тела, ω - угловая скорость системы отсчета, $\vec{R}$ - вектор, проведённый от оси вращения системы к телу;

- Сила Кориолиса: $\vec{F}_k = 2m[\vec{V}'\vec{\omega}]$, где m - масса тела, $\vec{\omega}$ - угловая скорость системы отсчета, $\vec{V}'$ - относительная скорость движения тела.

Специальная теория относительности.

- При движении системы отсчета K' относительно системы отсчета K в направлении совпадающих осей x и x' со скоростью V выполняются преобразования координат и времени Лоренца:

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + x' \cdot V/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}$$

- Обратные преобразования от системы K к системе K' :

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - x \cdot V/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}$$

- Лоренцово преобразование длины и промежутков времени:

$$l = l_0 \sqrt{1 - (V/c)^2}; \quad \Delta t = \Delta t_0 / \sqrt{1 - (V/c)^2}$$

- Релятивистское уравнение динамики, частицы:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}; \quad \vec{p} = m \vec{V} / \sqrt{1 - (V/c)^2}$$

- Полная и кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}; \quad T = E - mc^2.$$

- Связь между энергией и импульсом релятивистской частицы:

$$E = c \sqrt{p^2 + (mc)^2}$$

Молекулярная физика и термодинамика

- Число молекул N , содержащихся в теле массой m :

$$N = \nu \cdot N_A = (m/M) N_A$$

где $\nu = m/M$ - количество вещества (число молей); $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль - число Авогадро; M - молярная масса вещества, определяемая через относительную молекулярную массу M_r так: $M = 10^{-3} \cdot M_r$ кг/моль (например, для кислорода O_2 , $M_r = 32$, $M = 0,032$ кг/моль).

- Концентрация молекул в теле объемом V :

$$n = N/V.$$

- Масса одной молекулы:

$$m_0 = m/N = M/N.$$

- Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона):

$$PV = (m/M) RT = \nu RT,$$

где p - давление; T - термодинамическая температура в К, связанная с температурой t в $^{\circ}C$ по шкале Цельсия соотношением $T = t + 273,15$; $R = 8,31$ Дж/(моль·К) - универсальная газовая постоянная.

- При нормальных условиях: $p = 101,3$ кПа, $T = 273,15$ К.

- Связь параметров состояния (p и T) с концентрацией молекул: $p = nkT$

где $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

- Основное уравнение кинетической теории газов: $p = 2/3 \cdot n \cdot \langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle$,

где $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle = 1/2 m_0 \langle v^2 \rangle = 3/2 kT$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы; угловые скобки означают осреднение по большому числу частиц.

- Средняя квадратичная скорость молекул:

$$\langle v_{\text{м}} \rangle = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

- Средняя арифметическая скорость молекул:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

- Наиболее вероятная скорость молекул:

$$v_s = \sqrt{2RT/M}$$

Примечание. Число независимых координат, полностью определяющих положение молекулы в пространстве, называется числом степеней свободы молекулы. Любая молекула имеет 3 поступательных степени свободы ($i_{\text{пост}} = 3$).

Все молекулы, кроме одноатомных, имеют также вращательные степени свободы (у двухатомных молекул $i_{\text{вр}} = 2$, у многоатомных $i_{\text{вр}} = 3$) и колебательные степени свободы, которые при не слишком высоких температурах не учитываются. Согласно закону равномерного распределения энергии по степеням свободы, в среднем на каждую степень свободы молекулы приходится одинаковая энергия, равная $1/2 (kT)$

- Средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы:

$$\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = (1/2) i_{\text{вр}} kT.$$

- Средняя кинетическая энергия одной молекулы:

$$\langle \epsilon_{\text{кин}} \rangle = (1/2) i \cdot k \cdot T,$$

где i - число степеней свободы молекулы (при умеренной температуре $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}}$).

- Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot T$$

- Первый закон термодинамики:

$$Q = \Delta U + A$$

(Количество теплоты Q , сообщенное термодинамической системе, идет на изменение её внутренней энергии ΔU и на работу A , совершаемую системой).

Вид процесса	Q	ΔU	$A = \int_{v_1}^{v_2} p dV$
Изохорный ($V = \text{const}$) $\frac{p}{T} = \text{const}$	$Q = \Delta U$ $Q = \frac{m}{M} C_v (T_2 - T_1)$ $C_v = \frac{i}{2} R$	$\Delta U = Q$ $\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$	$A = 0$
Изобарный ($p = \text{const}$) $\frac{V}{T} = \text{const}$	$Q = \frac{m}{M} C_p (T_2 - T_1)$ $C_p = C_v + R = \frac{i+2}{2} R$	$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$	$A = p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T$

Изотермический ($T = \text{const}$) $PV = \text{const}$	$Q = A$ $Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ $Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$	$\Delta U = 0$	$A = Q$ $Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ $Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$
Адиабатический ($Q = 0$) $PV^\gamma = \text{const}$ где $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i}$	$Q = 0$	$\Delta U = -A$ $\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$	$A = -\Delta U$

- Изменение энтропии при равновесном переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + dA}{T}$$

- Термический КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

3. Примеры решения задач.

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид: $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0,5$ м/с³. Найти координату x , скорость v и ускорение a точки в момент времени $t = 2$ с.

Решение. Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A , B , C и времени t :

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0.$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$v = (x)' = B + 3Ct^2.$$

В момент времени $t = 2$ с: $v = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с}$.

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = (v)' = 6Ct.$$

В момент времени $t = 2$ с: $a = 6 \cdot (-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2$.

Пример 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = 20$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r = 0,1$ м от оси вращения, для момента времени $t = 4$ с.

Решение. Полное ускорение $\vec{a}$ точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения $\vec{a}_\tau$, направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения $\vec{a}_n$, направленного к центру кривизны траектории:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Так как векторы $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ взаимно перпендикулярны, то абсолютное значение полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r; \quad a_n = \omega^2 r,$$

где ω - угловая скорость тела; ε - его угловое ускорение.

Подставляя выражение для a_τ и a_n , находим:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угловую скорость ω найдем, взяв производную от угла поворота по времени:

$$\omega = (\varphi)' = B + 2Ct.$$

В момент времени $t = 4$ с угловая скорость: $\omega = [20 + 2 \cdot (-2) \cdot 4]$ рад/с = 4 рад/с.

Угловое ускорение найдем, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = (\omega)' = 2C = -4 \text{ рад/с}^2.$$

Это выражение не содержит времени, следовательно, угловое ускорение заданного движения постоянно. Подставляя найденные значения ω , ε и заданное значение r , получим:

$$a = 0,1 \cdot \sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ м/с}^2 = 1,65 \text{ м/с}^2.$$

Пример 3. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m=80$ г (см. рис.), перекинута тонкая, гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами $m_1=100$ г и $m_2=200$ г. С каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебечь.

Решение. Воспользуемся основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: сила тяжести $m_1 \vec{g}$ и сила упругости (сила натяжения нити) $\vec{F}_1$. Спроектируем эти силы на ось X , которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона) в координатной форме:

$$m_1 g - F_1 = -m_1 a.$$

Уравнение движения для второго груза запишется аналогично:

$$m_2 g - F_2 = m_2 a.$$

Под действием двух моментов сил $F_1 r$ и $F_2 r$ относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа, блок приобретает угловое ускорение ε ($\varepsilon = a/r$). Согласно основному уравнению динамики вращательного движения:

$$F_2 r - F_1 r = I \varepsilon,$$

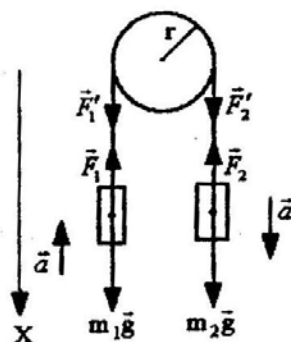
где $I = (1/2)mr^2$ - момент инерции блока (сплошного диска) относительно его оси.

Так как по третьему закону Ньютона сила F_1 по абсолютному значению равна силе F_1' .

Соответственно сила F_2 по абсолютному значению равна силе F_2' . Воспользуемся этим:

$$(m_2 g - m_2 a) r - (m_1 g + m_1 a) r = (mr^2 / 2) \cdot (a / r).$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем интересующее нас ускорение:



$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} \cdot g = \frac{(200 - 100) \text{ г}}{(200 + 100 + \frac{80}{2}) \text{ г}} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 2,88 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Пример 4. Маховик в виде сплошного диска радиусом $R=0,2$ м и массой $m=50$ кг раскручен до частоты вращения $n_1=480$ мин⁻¹ и предоставлен самому себе. Под действием сил трения маховик остановился через $t=50$ с. Найти момент сил трения.

Решение. Воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения:

$$M = I \cdot \varepsilon$$

Так как момент сил трения M постоянен, то угловое ускорение ε также постоянно и равно $\varepsilon = \Delta\omega / \Delta t$.

Тогда $M = I \Delta\omega / \Delta t$. Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоты вращения, пользуясь соотношением $\omega = 2\pi n$:

$$\Delta\omega = 2\pi n_2 - 2\pi n_1 = 2\pi(n_2 - n_1).$$

Момент инерции маховика в виде сплошного диска определяется по формуле:

$$I = (1/2) m R^2.$$

Подставив найденные выражения I и $\Delta\omega$, получим:

$$M = \frac{\pi m R^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}.$$

Выпишем значения величин в системе СИ и произведем вычисления: $m=50$ кг; $R=0,2$ м; $n_1=480$ мин⁻¹ = $(480/60) \text{ с}^{-1} = 8 \text{ с}^{-1}$; $n_2=0$; $\Delta t=50$ с.

$$M = \frac{3,14 \cdot 50 \cdot 0,2^2 \cdot (0 - 8)}{50} \text{ Н} \cdot \text{м} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Знак минус показывает, что силы трения оказывают на маховик тормозящее действие.

Пример 5. Платформа в виде сплошного диска радиусом $R=1,5$ м и массой $m_1=180$ кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n=10$ мин⁻¹. В центре платформы стоит человек массой $m_2=60$ кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение. Так как платформа с человеком вращается по инерции, то момент внешних сил относительно оси вращения z , совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. Следовательно, для системы «платформа-человек» выполняется закон сохранения момента импульса, который запишем так:

$$L_{\text{до взаимодействия}} = L_{\text{после взаимодействия}} \\ \text{или} \quad I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = I_1' \omega_1' + I_2' \omega_2',$$

где I_1 - момент инерции платформы и I_2 - момент инерции человека относятся к начальному состоянию системы, а I_1' и I_2' - к конечному. Учитывая, что в данном случае $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ и $\omega_1' = \omega_2' = \omega'$ закон сохранения момента импульса будет иметь вид:

$$(I_1 + I_2) \omega = (I_1' + I_2') \omega'$$

Момент инерции платформы относительно оси z при переходе человека не изменяется: $I_1 = I_1' = (1/2) m_1 R^2$. Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции I_2 в начальном положении (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном положении (на краю платформы) момент инерции человека $I_2' = m_2 R^2$. Подставим найденные выражения моментов инерции, а также выразим начальную угловую скорость ω вращения платформы с человеком через частоту вращения n ($\omega = 2\pi n$) и

конечную угловую скорость ω' - через линейную скорость v человека относительно пола ($\omega' = v/R$):

$$\left(\frac{1}{2}m_1R^2 + 0\right) \cdot 2\pi = \left(\frac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2\right) \frac{v}{R}.$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим интересующую нас скорость:

$$v = 2\pi R \frac{m_1}{m_1 + 2m_2}$$

Учитывая, что $n = 10 \text{ мин}^{-1} = 1/6 \text{ с}^{-1}$, подставим числовые значения физических величин в СИ и произведем вычисления:

$$v = 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1,5 \cdot \frac{180}{180 + 2 \cdot 60} \text{ м/с} = 1 \text{ м/с}.$$

Пример 6. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости v_1 , сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние равное радиусу Земли ($R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Решение. Минимальную скорость v_1 ракеты можно определить, зная ее минимальную кинетическую энергию E_{k1} . Для определения E_{k1} воспользуемся законом сохранения механической энергии. Этот закон выполняется для замкнутой системы тел, в которой действуют только консервативные силы, зависящие от взаимного положения тел или частей одного и того же тела. Систему ракета - Земля можно считать замкнутой. Единственная сила, действующая на систему, гравитационная - относится к разряду консервативных.

Согласно закону сохранения механической энергии можно написать:

$$E_{k1} + E_{n1} = E_{k2} + E_{n2},$$

где E_{k1} и E_{n1} - кинетическая и потенциальная энергия системы ракета - Земля в начальном состоянии (на поверхности Земли); E_{k2} и E_{n2} - те же величины в конечном состоянии (на расстоянии равном радиусу Земли).

В данном случае E_{k1} есть начальная кинетическая энергия ракеты: $E_{k1} = (1/2)mv_1^2$.

Потенциальная энергия системы в начальном состоянии

$$E_{n1} = -G \frac{mm_3}{R}.$$

По мере удаления ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия будет возрастать, а кинетическая - убывать. В конечном состоянии кинетическая энергия E_{k2} станет равной нулю, а потенциальная энергия E_{n2} достигнет максимального значения:

$$E_{n2} = -G \frac{mm_3}{2R}.$$

Подставляя значения E_{k1} , E_{n1} , E_{k2} и E_{n2} , получим: $\frac{1}{2}mv_1^2 - G \frac{mm_3}{R} = -G \frac{mm_3}{2R},$

откуда после сокращения на m найдем: $v_1 = \sqrt{G \frac{m_3}{R}}$. Выражение под корнем приведем к

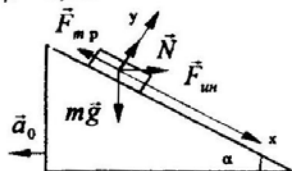
виду: $G \frac{m_3}{R^2} = g_0$, где $G \frac{m_3}{R^2} = g_0$; (g_0 - ускорение свободного падения у поверхности Земли).

Итак, $v_1 = \sqrt{g_0 R}$, что совпадает с выражением для первой космической скорости.

Подставим числовые значения величин и произведем вычисления:

$$v_1 = \sqrt{9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6} \text{ м/с} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м/с}.$$

Пример 7. Тело массой m , находящееся на вершине наклонной плоскости, удерживается силой трения. За какое время тело спустится с наклонной плоскости, если она станет двигаться в горизонтальном направлении с ускорением $a_0 = 1,00 \text{ м/с}^2$. Длина плоскости $l = 1,0 \text{ м}$, угол наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$, коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,60$.



Решение. Выберем систему отсчета, связанную с наклонной плоскостью. Пока плоскость покоится, на тело действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормального давления $\vec{N}$ опоры и сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$, которые уравнивают друг друга. Как только начнется ускоренное движение плоскости и связанная с ней система отсчета станет неинерциальной, появится четвертая сила, действующая на тело, – сила инерции $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_0$. Равновесие нарушится, и тело начнет скользить вниз по наклонной плоскости с ускорением $\vec{a}$. Так как искомое время определяется известной формулой для пути при равноускоренном движении без начальной скорости

$$t = \sqrt{2l/a}, \quad (1)$$

то надо найти ускорение a . Для этого запишем второй закон Ньютона в нашей неинерциальной системе отсчета:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_{ин} = m\vec{a} \quad (2)$$

Направим оси координат, как показано на рисунке. Проектируя все векторы, входящие в уравнение (2), на оси x и y , получим соответственно два скалярных уравнения:

$$mg \sin \alpha - F_{тр} + ma_0 \cos \alpha = ma \quad (3)$$

$$-mg \cos \alpha + N + ma_0 \sin \alpha = 0 \quad (4)$$

Решив систему (3), (4) с учетом $F_{тр} = \mu N$, найдем ускорение:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) + a_0(\cos \alpha + \mu \sin \alpha).$$

Теперь по формуле (1) имеем:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) + a_0(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}}.$$

Подставив числовые значения величин, найдем: $t = 0,8 \text{ с}$.

Итак, рассмотрев движение тела в неинерциальной системе отсчета и введя силу инерции, мы существенно упростили решение задачи. Решение же в инерциальной системе отсчета оказалось бы значительно более трудным.

Пример 8. Собственное время жизни нестабильной элементарной частицы мюона равно $2,2 \text{ мкс}$. Определить время жизни мюона в системе отсчета, где до распада он успевает пройти 20 км .

Решение. Для решения этой задачи проще всего воспользоваться инвариантностью интервала между событиями.

В системе отсчета K , где мюон покоится, интервал между его рождением и распадом равен $\sqrt{c^2(\Delta t)^2}$, где Δt – собственное время жизни частицы.

В системе отсчета K' , где мюон успевает пройти до распада 20 км , интервал между его рождением и распадом равен $\sqrt{c^2(\Delta t')^2 - (\Delta l')^2}$, где $\Delta l'$ – расстояние, разделяющее точки рождения и распада мюона в системе отсчета K' .

Интервал между этими событиями остается постоянным при переходе от одной инерциальной системы к другой.

Следовательно: $\sqrt{c^2(\Delta t)^2} = \sqrt{c^2(\Delta t')^2 - (\Delta l')^2}$.

Решая это уравнение получим:

$$\Delta t' = \sqrt{(\Delta t)^2 + (\Delta l' / c)^2} = \sqrt{(2,2 \cdot 10^{-6})^2 + (20 \cdot 10^3 / 3 \cdot 10^8)^2} = 66,7 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Следует отметить, что полученный результат превосходит собственное время жизни в 30 раз!

Пример 9. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа, имеющего при давлении 0,1 МПа плотность 1,2 кг/м³.

Решение. Из формулы для средней квадратичной скорости молекул газа с учётом уравнения Менделеева-Клапейрона и определения плотности получаем:

$$\langle V_{\text{ср}} \rangle = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{3 \cdot p \cdot V}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0,1 \cdot 10^6 \text{ Па}}{1,2 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}}} = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Пример 10. Определить внутреннюю энергию воздуха в комнате объемом 60 м³ при давлении 100 кПа. **Решение.** Основными составляющими воздуха являются азот и кислород, двухатомные молекулы которых имеют 5 степеней свободы ($i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} = 3 + 2 = 5$).

По формуле для U с учетом уравнения Клапейрона-Менделеева находим:

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot T = \frac{i}{2} \cdot p \cdot V = \frac{5}{2} \cdot 100 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 60 \text{ м}^3 = 15 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Пример 11. Гелий, занимавший объем 3 л при давлении 0,2 МПа, был изотермически сжат до объема 1 л, а затем быстро расширился до первоначального давления. Определите суммарную работу газа.

Решение. Исходное давление $P_1 = 0,2$ МПа и объем $V_1 = 3$ л. Давление P_2 находим из соотношения, вытекающего из уравнения Менделеева-Клапейрона при $T = \text{const}$ (изотермический процесс).

$$P_2 = P_1 \frac{V_1}{V_2} = 0,2 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{10^{-2} \text{ м}^3} = 0,6 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

Быстрое расширение газа (переход из состояния $P_2 V_2$ в состояние $P_3 V_3$, где $P_3 = P_1$) является адиабатическим процессом.

Учитывая, что молекулы одноатомных газов имеют 3 степени свободы, показатель адиабаты находим из соотношения: $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{3+2}{3} = 1,667$

Объем V_3 рассчитываем по уравнению Пуассона: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$;

$$V_3 = V_2 \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{1/\gamma} = 10^{-3} \text{ м}^3 \left(\frac{0,6 \cdot 10^6 \text{ Па}}{0,2 \cdot 10^6 \text{ Па}} \right)^{1/1,667} = 1,93 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Работу изотермического расширения находим по формуле:

$$A_{12} = \frac{m}{M} R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 0,2 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \ln \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = -659 \text{ Дж}$$

Работа адиабатического расширения определяется по формуле:

$$A_{23} = \frac{m}{M} C_v (T_2 + T_1) = \frac{m}{M} \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_3) = \frac{1}{\gamma - 1} (P_2 V_2 - P_3 V_3) = \frac{1}{1,667 - 1} (0,6 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 - 0,2 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 1,93 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = 321 \text{ Дж}$$

Суммарная работа:

$$A = A_{12} + A_{23} = - 659 \text{ Дж} + 321 \text{ Дж} = - 338 \text{ Дж}$$

Отрицательный знак указывает, что в суммарной работе преобладает работа внешних сил.

№ вар.	Н О М Е Р А З А Д А Ч										
1	01	17	33	49	65	81	97	113	121	137	153
2	02	18	34	50	66	82	98	114	122	138	154
3	03	19	35	51	67	83	99	115	123	139	155
4	04	20	36	52	68	84	100	116	124	140	156
5	05	21	37	53	69	85	101	117	125	141	157
6	06	22	38	54	70	86	102	118	126	142	158
7	07	23	39	55	71	87	103	119	127	143	159
8	08	24	40	56	72	88	104	120	128	144	160
9	09	25	41	57	73	89	105	106	129	145	161
10	10	26	42	58	74	90	91	107	130	146	162
11	11	27	43	59	75	76	92	108	131	147	163
12	12	28	44	60	61	77	93	109	132	148	164
13	13	29	45	46	62	78	94	110	133	149	165
14	14	30	31	47	63	79	95	111	134	150	151
15	15	16	32	48	64	80	96	112	135	136	152
16	01	17	33	49	65	81	97	113	121	137	153
17	02	18	34	50	66	82	98	114	122	138	154
18	03	19	35	51	67	83	99	115	123	139	155
19	04	20	36	52	68	84	100	116	124	140	156
20	05	21	37	53	69	85	101	117	125	141	157
21	06	22	38	54	70	86	102	118	126	142	158
22	07	23	39	55	71	87	103	119	127	143	159
23	08	24	40	56	72	88	104	120	128	144	160
24	09	25	41	57	73	89	105	106	129	145	161
25	10	26	42	58	74	90	91	107	130	146	162
26	11	27	43	59	75	76	92	108	131	147	163
27	12	28	44	60	61	77	93	109	132	148	164
28	13	29	45	46	62	78	94	110	133	149	165
29	14	30	31	47	63	79	95	111	134	150	151
30	15	16	32	48	64	80	96	112	135	136	152

01. Зависимость координаты тела от времени задается уравнением $x = A - Bt + Ct^2 + Dt^3$ ($A = 6$ м; $B = 3$ м/с; $C = 2$ м/с²; $D = 1$ м/с³). Определить в интервале времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с: 1) среднюю скорость; 2) среднее ускорение.
02. Движение точки по прямолинейной траектории задается уравнением $x = 6t - t^3/8$, $[x] =$ м. Найти среднюю скорость движения точки в промежутке времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.
03. Материальная точка движется из состояния покоя вдоль прямой так, что ее ускорение линейно растет и за первые 10 с достигает значения 5 м/с². Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки; 2) пройденный точкой путь.
04. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид: $x_1 = A_1 t - B_1 t^2 + C_1 t^3$ и $x_2 = A_2 t - B_2 t^2 + C_2 t^3$, где $B_1 = 4$ м/с², $C_1 = -3$ м/с³, $B_2 = -2$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. Определить момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны.
05. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид: $x_1 = A_1 t - B_1 t^2 + C_1 t^3$ и $x_2 = A_2 t - B_2 t^2 + C_2 t^3$, где $B_1 = 14$ м/с², $C_1 = -2$ м/с³, $B_2 = 5$ м/с², $C_2 = 1$ м/с³. Определить: 1) момент времени, для которого ускорения этих точек будут равны; 2) ускорения a_1 и a_2 для этого момента времени.
06. Зависимость координаты тела от времени выражается уравнением $x = At - Bt^2 + Ct^3$ ($A = 2$ м/с; $B = 3$ м/с²; $C = 2$ м/с³). Записать выражения для скорости и ускорения. Определить для момента времени $t = 2$ с после начала движения: 1) пройденный путь; 2) скорость; 3) ускорение.

07. Тело брошено с балкона вертикально вверх со скоростью $v_0=10$ м/с. Высота балкона над поверхностью земли $h=12,5$ м. Написать уравнение движения и определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ с момента бросания до момента падения на землю.
08. Движение точки по прямой задано уравнением $x=At+Bt^2$, где $A=2$ м/с; $B=-0,5$ м/с². Определить среднюю путевую скорость с момента бросания до момента падения на землю.
09. Точка движется по прямой согласно уравнению $x=At+Bt^2$, где $A=6$ м/с; $B=-0,5$ м/с². Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ точки в интервале времени от $t_1=2$ с до $t_2=6$ с.
10. В промежутке времени от $t_1=0$ до $t_2=10$ с скорость тела задаётся уравнением $V=1+2t+3t^2$. Найти среднюю скорость перемещения точки за указанный промежуток времени. Определить ускорение точки для момента времени $t=2$ с.
11. По прямой линии движутся две материальные точки согласно уравнениям: $x_1=A_1+B_1t+C_1t^2$ и $x_2=A_2+B_2t+C_2t^2$, где $A_1=A_2=10$ м, $B_1=1$ м/с, $C_1=3$ м/с², $B_2=2$ м/с, $C_2=2$ м/с². В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Найти ускорение a_1 и a_2 этих точек в момент $t=3$ с.
12. Зависимость координаты тела x от времени t дается уравнением $x=At-Bt^2+Ct^3$, где $A=2$ м/с; $B=3$ м/с²; $C=4$ м/с³. Найти: 1) зависимость скорости v и ускорения a от времени t , 2) перемещение тела, скорость и ускорение тела через 2 с после начала движения. Построить графики скорости и ускорения для $0 \leq t \leq 3$ с через 0,5 с.
13. Зависимость координаты тела x от времени t дается уравнением $x=A-Bt+Ct^2$, где $A=6$ м; $B=3$ м/с; $C=2$ м/с². Найти среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени от 1 до 4 с. Построить графики перемещения, пути, скорости и ускорения для $0 \leq t \leq 5$ с через 1 с.
14. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $C=0,14$ м/с² и $D=0,01$ м/с³. 1) Через сколько времени после начала движения ускорение тела будет равно 1 м/с²? 2) Чему равны средние значения скорости и ускорения тела за этот промежуток времени?
15. Движение материальной точки задано уравнением $x=At+Bt^2$, где $A=4$ м/с, $B=-0,05$ м/с². Определить момент времени, в который скорость точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент. Построить графики зависимости координаты, пути, скорости и ускорения этого движения от времени.
16. Определить скорость v и полное ускорение a точки в момент времени $t=2$ с, если она движется по окружности радиусом $R=1$ м согласно уравнению $s=At+Bt^3$, где $A=8$ м/с, $B=-1$ м/с³, s - криволинейная координата, отсчитанная от некоторой точки, принятой за начальную, вдоль окружности.
17. Точка движется по окружности радиусом $R=1,2$ м. Уравнение движения точки $\varphi=At+Bt^3$, где $A=8$ рад/с, $B=-1$ рад/с³. Определить тангенциальное a_t , нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t=4$ с.
18. Точка движется по окружности радиусом $R=4$ м. Закон ее движения выражается уравнением $s=A+Bt^2$, где $A=8$ м, $B=-2$ м/с². Определить момент времени t , когда нормальное ускорение a_n точки равно 9 м/с². Найти скорость v , тангенциальное a_t и полное a ускорения точки в тот же момент времени.
19. Определить полное ускорение a точки в момент $t=3$ с, находящейся на ободу колеса радиусом $R=0,5$ м, вращающегося согласно уравнению $\varphi=At+Bt^3$, где $A=2$ рад/с, $B=0,2$ рад/с³.
20. Точка движется по окружности радиусом $R=8$ м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n=4$ м/с², вектор полного ускорения a образует в этот момент с вектором нормального ускорения a_n угол $\alpha=60^\circ$. Найти скорость v и тангенциальное ускорение a_t точки.

21. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом $r=2$ м, изменяется по закону $a_n = 8t^2$. Определить: 1) полное ускорение точки для момента времени $t_1=2$ с; 2) путь, пройденный точкой за $t_2=10$ с.
22. Диск радиусом $r=10$ см, находившийся в состоянии покоя, начал вращаться с постоянным угловым ускорением $\epsilon=0,5$ рад/с². Каковы были тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска в конце второй секунды после начала вращения?
23. Диск радиусом $r=20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A+Bt+Ct^3$, где $A=2$ рад, $B=-1$ рад/с, $C=0,1$ рад/с³. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t=10$ с.
24. Путь, пройденный точкой по окружности радиусом $r=2$ м, выражен уравнением $s=At^2+Bt$. Найти значения скоростей и ускорений точки через $t=0,5$ с после начала движения, если $A=3$ м/с², $B=1$ м/с.
25. Точка движется по окружности радиуса $R=2$ м согласно уравнению $s = At^3$, где $A=2$ м/с³. В какой момент времени t нормальное ускорение a_n будет равно тангенциальному a_τ ? Чему будет равно полное ускорение a в этот момент времени?
26. Зависимость пройденного телом пути по окружности радиусом $r=3$ м задается уравнением $s=At^2+Bt$ ($A=0,4$ м/с², $B=0,1$ м/с). Определить для момента времени $t=1$ с после начала движения значения ускорений: 1)нормальное;2)тангенциальное; 3)полное.
27. Маховик радиусом 2 м приводится в движение. Точка, находящаяся на ободе, имеет уравнение движения $s = 0,2 t^2$ м. Через некоторое время точки на ободе имеют линейную скорость 5 м/с. Для этого момента времени определите нормальное и тангенциальное ускорения точек обода; угловую скорость и ускорение обода; сколько оборотов сделает обод с начала движения и через сколько секунд это произойдет.
28. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением 2 с⁻². Через 1 с после начала движения полное линейное ускорение точек на ободе колеса равно $2,7$ м/с². Определите угол, составляемый вектором полного линейного ускорения с вектором линейной скорости в этот момент; зависимость пути от времени для точек на ободе колеса; радиус колеса.
29. Материальная точка движется по окружности радиусом 10 см с постоянным по величине угловым ускорением $0,5$ с⁻². Определите полное линейное ускорение точки через 2 с после начала вращения; ее нормальное ускорение через один оборот; угол между вектором полного ускорения и радиусом окружности; сколько оборотов сделает точка через 10 с после начала движения.
30. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени определяется уравнением $\varphi = 1+2t-2t^3$. Нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса к концу второй секунды движения, равно 200 м/с². Определить: 1) радиус колеса, 2) зависимость $\omega(t)$, $\epsilon(t)$, $v(t)$, $a(t)$ и значения указанных величин для $t=1$ с.
31. Вал массой $m=100$ кг и радиусом $R=5$ см вращался с частотой $n=8$ с⁻¹. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой $F=40$ Н, под действием которой вал остановился через $t=10$ с. Определить коэффициент трения μ .
32. Два тела массами $m_1=0,25$ кг и $m_2=0,15$ кг связаны тонкой нитью, переброшенной через блок. Блок укреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит тело массой m_1 . С каким ускорением a движутся тела и каковы силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны от блока? Коэффициент трения тела о поверхность стола равен $0,2$. Масса m блока равна $0,1$ кг и ее можно считать равномерно распределенной по ободу. Массой нити и трением в подшипниках оси блока пренебречь.

33. Через блок массой $m=0,2$ кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1=0,3$ кг и $m_2=0,5$ кг. Определить силы T_1 и T_2 натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.
34. На обод маховика диаметром $D=60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m=2$ кг. Определить момент инерции I маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t=3$ с приобрел угловую скорость $\omega=9$ рад/с.
35. Нить с привязанными к ее концам грузами массой $m_1=50$ г и $m_2=60$ г перекинута через блок диаметром $D=4$ см. Определить момент инерции I блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\varepsilon=1,5$ рад/с².
36. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R=50$ см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m=6,4$ кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением $a=2$ м/с². Определить: 1) момент инерции I вала; 2) массу m вала.
37. Две гири с массами $m_1=2$ кг и $m_2=1$ кг соединены нитью и перекинута через блок массой $m=1$ кг. Найти: 1) ускорение a , с которым движутся гири; 2) натяжение T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.
38. На барабан массой $m_1=9$ кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_2=2$ кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.
39. На барабан радиусом $R=0,5$ м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_1=10$ кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a=2,04$ м/с².
40. На барабан радиусом $R=20$ см, момент инерции которого $I=0,1$ кг·м², намотан шнур, к которому привязан груз массой $m_1=0,5$ кг. До начала вращения барабана высота груза над полом $h_1=1$ м. Найти: 1) через сколько времени груз опустится до пола, 2) кинетическую энергию груза в момент удара о пол, 3) натяжение нити. Трением пренебречь.
41. Две гири разной массы соединены нитью перекинутой через блок, масса которого $m=5,0$ кг и радиус $R=20$ см. Блок вращается с трением и момент сил трения $M=100$ Н·м. Найти момент инерции блока и разность натяжений нити T_1-T_2 по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon=2,4$ рад/с². Блок считать диском.
42. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом $R=5$ см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m=0,4$ кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $s=1,8$ м за время $t=3$ с. Определить момент инерции I маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.
43. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R=5$ см и массой $m_0=10$ кг намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m=1$ кг. Определить: 1) зависимость $s(t)$, согласно которой движется груз; 2) силу натяжения нити T ; 3) зависимость $\varphi(t)$, согласно которой вращается вал; 4) угловую скорость ω вала через $t=1$ с после начала движения; 5) тангенциальное (a_t) и нормальное (a_n) ускорения точек, находящихся на поверхности вала.
44. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом $R=20$ см, момент инерции которого $I=0,15$ кг·м², намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой $m=0,5$ кг. До начала вращения барабана высота h груза над полом составляла $2,3$ м. Определить: 1) время опускания груза до пола; 2) силу натяжения нити; 3) кинетическую энергию груза в момент удара о пол.

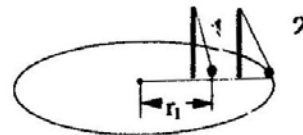
45. Тело массой $m_1=0,25$ кг соединенное невесомой нитью посредством блока (в виде полого цилиндра) с телом массой $m_2=0,2$ кг, скользит по поверхности горизонтального стола. Масса блока $M=0,15$ кг. Коэффициент трения μ тела о поверхность равен 0,2. Пренебрегая трением в подшипниках, определить: 1) ускорение a , с которым будут двигаться эти тела; 2) силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.
46. Горизонтальная платформа массой $m=25$ кг и радиусом $R=0,8$ м вращается с частотой $n_1=18$ мин⁻¹. В центре стоит человек и держит в расставленных руках гири. Считая платформу диском, определить частоту вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $I_1=3,5$ кг·м² до $I_2=1$ кг·м².
47. Человек, стоящий на скамье Жуковского, держит за конец стержень длиной $l=2,5$ м и массой $m=8$ кг, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Эта система (скамья и человек) обладает моментом инерции $I=10$ кг·м² и вращается с частотой $n_1=12$ мин⁻¹. Определить частоту n_2 вращения системы, если стержень повернуть в горизонтальное положение.
48. Человек массой $m=60$ кг, стоящий на краю горизонтальной платформы массой $M=120$ кг, вращающейся по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси с частотой $n_1=10$ мин⁻¹, переходит к ее центру. Считая платформу круглым однородным диском, а человека - точечной массой, определить, с какой частотой n_2 будет тогда вращаться платформа.
49. Платформа, имеющая форму сплошного однородного диска, может вращаться по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек, масса которого в 3 раза меньше массы платформы. Определить как и во сколько раз изменится угловая скорость вращения платформы, если человек перейдет ближе к центру на расстояние, равное половине радиуса платформы.
50. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой $m=0,4$ кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью $v=20$ м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии $r=0,8$ м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции I человека и скамьи равен 6 кг·м²?
51. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R=2$ м, стоит человек массой $m_1=80$ кг. Масса m_2 платформы равна 240 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v=2$ м/с относительно платформы.
52. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой $m_1=60$ кг. На какой угол ϕ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса m_2 платформы равна 240 кг. Момент инерции I человека рассчитывать как для материальной точки.
53. Платформа в виде диска радиусом $R=2$ м вращается по инерции с частотой $n_1=6$ мин⁻¹. На краю платформы стоит человек, масса m которого равна 80 кг. С какой частотой n будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции I платформы равен 120 кг·м². Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.
54. На скамье Жуковского стоит человек и держит за конец стержень длиной $l=2,4$ м и массой $m=8$ кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой $n_1=1$ с⁻¹. С какой частотой n_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение, при этом середина стержня проходит через ось вращения скамейки? Суммарный момент инерции I человека и скамьи равен 6 кг·м².

55. Человек стоит на скамье Жуковского и держит за нижний конец стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $n_1 = 10 \text{ с}^{-1}$. Радиус R колеса равен 20 см, его масса $m = 3 \text{ кг}$. Определить частоту вращения n_2 скамьи, если человек повернет стержень на угол 180° ? Суммарный момент инерции I человека и скамьи равен $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Массу колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.
56. Человек стоит на неподвижной скамейке Жуковского и ловит мяч массой $m = 0,3 \text{ кг}$, летящий в горизонтальном направлении на расстоянии $l = 60 \text{ см}$ от вертикальной оси вращения скамейки. После этого скамейка стала поворачиваться с угловой скоростью $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$. Момент инерции человека и скамейки $I = 6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Определите скорость мяча.
57. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом 2 м, массой 200 кг, стоит человек, масса которого 60 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, определите угловую скорость вращения платформы, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью 1 м/с относительно платформы. Момент инерции человека рассчитайте как для материальной точки.
58. В центре скамейки Жуковского стоит человек и держит в руках металлический стержень, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. При этом скамейка вращается с угловой скоростью 4 с^{-1} . Момент инерции человека и скамейки $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Длина стержня 1,5 м, его масса 8 кг. Определите число оборотов скамейки в 1 с, если ось вращения скамейки проходит через середину стержня, и человек повернет стержень в горизонтальное положение; работу, совершенную человеком.
59. Горизонтальная платформа массой 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 10 об/мин. Человек массой 60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Какую работу совершит при этом человек? Считать платформу круглым однородным диском с радиусом 1,5 м, а человека точечной массой.
60. Горизонтальная платформа массой 80 кг и радиусом 1 м вращается с угловой скоростью, соответствующей частоте 20 об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Какое число оборотов в минуту будет делать платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $2,94$ до $0,98 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$? Во сколько раз увеличится кинетическая энергия платформы с человеком? Считать платформу круглым однородным диском.
61. Шарик массой $m = 100 \text{ г}$, привязанный к концу нити длиной $l_1 = 1 \text{ м}$, вращается в горизонтальной плоскости с частотой $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$. Нить укорачивается и шарик приближается к оси вращения до расстояния $l_2 = 0,5 \text{ м}$. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершит внешняя сила, укорачивающая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.
62. Маховик в виде диска массой $m = 80 \text{ кг}$ и радиусом $R = 30 \text{ см}$ находится в состоянии покоя. Какую работу A_1 нужно совершить, чтобы сообщить маховику частоту $n = 10 \text{ с}^{-1}$? Какую работу A_2 пришлось бы совершить, если бы при той же массе диск имел меньшую толщину, но вдвое больший радиус?
63. Кинетическая энергия T вращающегося маховика равна $6,3 \text{ кДж}$. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав $N = 100$ оборотов, остановился. Определить момент M силы торможения.
64. Маховик, момент инерции которого равен $40 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы $M = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Вращение продолжалось в течение $t = 10 \text{ с}$. Определить кинетическую энергию T , приобретенную маховиком.
65. Пуля массой $m = 10 \text{ г}$ летит со скоростью $v = 800 \text{ м/с}$, вращаясь около продольной оси с

- частотой $n=3000 \text{ с}^{-1}$. Принимая пулю за цилиндр диаметром $d=8 \text{ мм}$, определить полную кинетическую энергию T пули.
66. Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу $m=2 \text{ кг}$, катятся без скольжения с одинаковой скоростью $v=5 \text{ м/с}$. Найти кинетические энергии T_1 и T_2 этих тел.
67. Вентилятор вращается с частотой $n=600 \text{ об/мин}$. После выключения он начал вращаться равнозамедленно и, сделав $N=50$ оборотов, остановился. Работа A сил торможения равна $31,4 \text{ Дж}$. Определить: 1) момент M сил торможения; 2) момент инерции I вентилятора.
68. Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого $I=1,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, вращаясь при торможении равнозамедленно, за время $t=1 \text{ мин}$ уменьшил частоту своего вращения с $n_1=240 \text{ об/мин}$ до $n_2=120 \text{ об/мин}$. Определить: 1) угловое ускорение ϵ маховика; 2) момент M силы торможения; 3) работу торможения A .
69. По плоской горизонтальной поверхности катится без скольжения диск со скоростью $v=8 \text{ м/с}$. Определить коэффициент трения μ , если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройдя путь $s=18 \text{ м}$.
70. Определить линейную скорость v шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой $h=1 \text{ м}$.
71. Сколько времени t будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной $L=2 \text{ м}$ и высотой $h=10 \text{ см}$?
72. Тонкий прямой стержень длиной $L=1 \text{ м}$ прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонили на угол $\phi=60^\circ$ от положения равновесия и отпустили. Определить линейную скорость v нижнего конца стержня в момент прохождения через положение равновесия.
73. Колесо радиусом $R=30 \text{ см}$ и массой $m=3 \text{ кг}$ скатывается по наклонной плоскости длиной $L=5 \text{ м}$ и углом наклона $\alpha=25^\circ$. Определить момент инерции колеса, если его скорость v в конце движения составляла $4,6 \text{ м/с}$.
74. С наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=30^\circ$ к горизонту, скатывается без скольжения шарик. Определить время движения шарика по наклонной плоскости, если известно, что его центр масс при скатывании понизился на 30 см .
75. Полый тонкостенный цилиндр катится вдоль горизонтального участка дороги со скоростью $v=1,5 \text{ м/с}$. Определить путь, который он пройдет в гору за счет кинетической энергии, если уклон горы равен 5 м на каждые 100 м пути.
76. Определить напряжённость G гравитационного поля на высоте $h=1000 \text{ км}$ над поверхностью Земли. Считать известными ускорение свободного падения g у поверхности Земли и радиус Земли R .
77. Радиус орбиты спутника $R=4,23 \cdot 10^7 \text{ м}$, а его линейная скорость $V=3,1 \cdot 10^3 \text{ м/с}$. Найти работу, необходимую для выведения такого спутника на указанную орбиту, если его масса $m=2 \cdot 10^3 \text{ кг}$.
78. Период обращения искусственного спутника Земли составляет 3 часа . Считая его орбиту круговой, определите, на какой высоте от поверхности Земли находится спутник?
79. Два алюминиевых шарика (плотность $\rho=2,7 \text{ г/см}^3$) радиусами $r_1=3 \text{ см}$ и $r_2=5 \text{ см}$ соприкасаются друг с другом. Определите потенциальную энергию их гравитационного взаимодействия.
80. На какой высоте h от поверхности Земли ускорение свободного падения вдвое меньше его значения на поверхности?
81. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой $m=30 \text{ кг}$. Определите работу A , которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения g и радиус R Земли считать известными.
82. Планета массой M движется по окружности вокруг Солнца со скоростью v

- (относительно гелиоцентрической системы отсчёта). Определите период обращения этой планеты вокруг Солнца.
83. Определите, во сколько раз сила притяжения на Земле больше силы притяжения на Марсе, если радиус Марса составляет 0,53 радиуса Земли, а масса Марса – 0,11 массы Земли.
 84. Определите среднюю плотность Земли, считая известными гравитационную постоянную, радиус Земли и ускорение свободного падения на земной поверхности.
 85. Вычислить значение первой и второй космических скоростей вблизи поверхности Луны.
 86. Какую работу A нужно совершить, чтобы растянуть на $x=1$ мм стальной стержень длиной $L=1$ м и площадью S поперечного сечения, равной 1 см^2 ? Модуль Юнга $E=20,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}$.
 87. Для сжатия пружины на $x_1=1$ см нужно приложить силу $F=10 \text{ Н}$. Какую работу A нужно совершить, чтобы сжать пружину на $x_2=10$ см, если сила пропорциональна сжатию?
 88. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m_1=10 \text{ г}$ со скоростью $v=300 \text{ м/с}$. Затвор пистолета массой $m_2=200 \text{ г}$ прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k=25 \text{ кН/м}$. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.
 89. Две пружины с жесткостями $k_1=0,3 \text{ кН/м}$ и $k_2=0,5 \text{ кН/м}$ скреплены последовательно и растянуты так, что абсолютная деформация x_2 второй пружины равна 3 см. Вычислить работу A растяжения пружин.
 90. Камень массой 1 кг бросили с земной поверхности под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти мощность силы тяжести через $t_1=0,1 \text{ с}$ и $t_2=0,6 \text{ с}$ после начала движения. Найти работу силы тяжести за первые 0,8 с движения.
 91. Движение частицы массы $m=10 \text{ г}$ рассматривается в системе отсчета, вращающейся относительно инерциальной системы с угловой скоростью $\omega=10 \text{ рад/с}$. Какую работу совершают над частицей силы инерции при перемещении ее из точки, отстоящей от оси вращения на расстояние $R_1=1 \text{ м}$, в точку, отстоящую на расстояние $R_2=2 \text{ м}$?
 92. Горизонтально расположенный стержень длиной 1 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов, с угловой скоростью $\omega=1 \text{ рад/с}$. На стержень надета небольшая шайба, закрепленная с помощью нити на расстоянии 10 см от оси вращения. Нить пережигают, и шайба начинает скользить без трения по стержню. Найти работу, которая совершается над шайбой за время, спустя которое муфта слетит со стержня.
 93. На вращающемся относительно Земли горизонтальном диске лежит небольшая шайба на расстоянии 7,5 см от оси вращения. Максимальная частота, при которой шайба покоится относительно диска, равна 78 об/мин. Определить коэффициент трения между шайбой и диском. Решить задачу в системе, связанной с диском, и в системе отсчета, связанной с Землей.
 94. К потолку вагона, движущегося в горизонтальном направлении с ускорением $4,9 \text{ м/с}^2$, подвешен на нити груз (размерами которого можно пренебречь) массой 300 г. Определить угол отклонения нити от вертикали и силу натяжения нити, если груз покоится относительно вагона.
 95. По горизонтальным рельсам движется вагон. Сила трения составляет 40% от веса вагона. К потолку вагона на нити подвешен шарик массой 30 г. Определить силу натяжения нити и угол отклонения нити от вертикали.
 96. Горизонтально расположенный стержень длиной 1 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов, с частотой $1/2\pi$ об/с. На

- стержень надета небольшая шайба, закрепленная с помощью нити на расстоянии 10 см от оси вращения. Нить пережигают, и шайба начинает скользить без трения по стержню. Найти скорость шайбы на конце стержня.
97. Электровоз массы $m = 180$ т движется вдоль меридиана со скоростью $V = 20$ м/с на широте 45° . Определить горизонтальную составляющую силы, с которой электровоз давит на рельсы.
98. Небольшое тело падает без начальной скорости на Землю на экваторе с высоты 25 м. В какую сторону и на какое расстояние отклонится тело от вертикали за время падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.
99. Электровоз массы 184 т движется вдоль меридиана со скоростью 72 км/час на широте $\varphi = 45^\circ$. Определить горизонтальную составляющую силы давления электровоза на рельсы.
100. На широте $\varphi = 45^\circ$ из ружья, закрепленного горизонтально в плоскости меридиана, произведен выстрел по мишени, установленной на расстоянии 100 м от дула ружья. Центр мишени находится на оси ружейного ствола. Считая, что пуля летит горизонтально с постоянной скоростью 500 м/с, определить на какое расстояние и в какую сторону отклонится пуля от центра мишени, если выстрел произведен в направлении на север.
101. Вагон катится с горы, составляющей угол 39° с горизонтом. К потолку вагона подвешен на нити шарик массой 15 г. Сила трения составляет 10 % от веса вагона. Определить угол отклонения нити от вертикали и силу натяжения нити.
102. На широте $\varphi = 30^\circ$ из ружья, закрепленного горизонтально в плоскости меридиана, произведен выстрел по мишени, установленной на расстоянии 150 м от дула ружья. Центр мишени находится на оси ружейного ствола. Считая, что пуля летит горизонтально с постоянной скоростью 600 м/с, определить на какое расстояние и в какую сторону отклонится пуля от центра мишени, если выстрел произведен в направлении на юг.
103. К потолку вагона, движущегося в горизонтальном направлении с ускорением $4,9$ м/с², подвешен на нити груз (размерами которого можно пренебречь). Определить угол отклонения нити от вертикали и массу груза, если сила натяжения нити для покоящегося груза относительно вагона равна 1 Н.
104. На вращающемся горизонтальном диске (см. рис), радиус которого 10 м, укреплены два математических маятника. Первый массой 400 г на расстоянии $r_1 = 2$ м, а второй массой 100 г на краю диска. Определить отношение тангенсов углов отклонения нитей и силы натяжения нитей. Частота вращения диска $\nu = 60$ об/мин.
105. Горизонтально расположенный стержень длиной 2 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов, с частотой $1/\pi$ об/с. На стержень надета небольшая шайба, закреплённая с помощью нити на расстоянии 10 см от оси вращения. Нить пережигают, и шайба начинает скользить без трения по стержню. Найти во сколько раз горизонтальная сила давления шайбы на стержень на его конце больше, чем в самом начале движения.
106. В системе отсчета К событие произошло в момент времени $t = 2$ нс в точке с координатами (2,00; 2,00; 2,00) м. Определить координаты и время этого события в системе отсчета К', двигающейся относительно К со скоростью $v = 0,99$ с (с-скорость света) в направлении совпадающих осей x и x' .
107. Какую скорость нужно сообщить стержню в направлении его оси, чтобы его длина стала втрое меньше собственной длины?



108. Электрон движется со скоростью $0.9c$, где c - скорость света. Определить его импульс, полную и кинетическую энергию.
109. Определить скорость электрона, если его импульс равен 10^{-20} кг м/с.
110. Определить кинетическую энергию протона, если его импульс равен $p=mc$, где m - масса протона, а c - скорость света.
111. Какую разность потенциалов должен пройти неподвижный электрон, чтобы достигнуть скорости $0.95c$, где c - скорость света?
112. Полная энергия частицы вдвое больше её энергии покоя. Определить скорость частицы.
113. Определить импульс электрона, если его кинетическая энергия вдвое больше энергии покоя.
114. Определить импульс нейтрона, если его полная энергия втрое больше энергии покоя.
115. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить скорость протона с $0.75c$ до $0.95c$, где c - скорость света?
116. Две частицы, двигавшиеся в системе отсчета K вдоль одной прямой с одинаковой скоростью $c/4$, где c - скорость света, попадают в мишень с интервалом времени $\tau=2$ нс. Определить расстояние между частицами в системе отсчета, где они покоятся.
117. Неподвижная частица массы M распадается на две одинаковые частицы с массой $m = 0.4M$ каждая. Найти скорость этих частиц.
118. Две частицы движутся в системе отсчета K навстречу друг со скоростями $0.8c$ и $0.7c$, (c - скорость света). Определить время, через которое они встретятся в системе отсчета K , если начальное расстояние между частицами в этой системе равно 100 м. Определить скорость второй частицы в системе отсчета K' , относительно которой первая частица покоится.
119. Элементарная частица (мюон), рождаясь в верхних слоях атмосферы, при скорости $v = 0.995c$ пролетает до распада $l = 6$ км. Определите: 1) собственную длину пути, пройденную ей до распада; 2) время жизни мюона для наблюдателя на Земле; 3) собственное время жизни мюона.
120. Два стержня одинаковой собственной длины L движутся в продольном направлении навстречу друг другу со скоростями $0.8c$. Найти длину стержня в системе отсчета, относительно которой другой стержень покоится.
121. Определить суммарную кинетическую энергию молекул двухатомного газа, находящегося в сосуде объемом 3 л под давлением 540 кПа.
122. Определить суммарную кинетическую энергию молекул гелия, находящегося при температуре 120 К, если масса газа 40 г.
123. Внутренняя энергия 2 молей трехатомного газа равна 6.02 кДж. Определить среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы газа.
124. Определить среднюю кинетическую энергию одной молекулы водяного пара при температуре 400 К.
125. Определить среднюю квадратичную скорость молекулы газа, заключенного в сосуде объемом 3 л под давлением 200 кПа. Масса газа 30 г.
126. Определить среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы водорода при температуре 40°C .
127. При какой температуре средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы трехатомного газа равна $4.14 \cdot 10^{-21}$ Дж?
128. В азоте взвешены мельчайшие частицы, которые движутся как крупные молекулы. Масса каждой пылинки $4.1 \cdot 10^{-11}$ г. Определить средние квадратичные скорости пылинок и молекул азота при температуре 300 К.

129. Средняя квадратичная скорость молекул газа равна 450 м/с. Давление газа равно 50 кПа. Определить плотность газа.
130. Определить суммарную кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 1,5 молях водорода при температуре 350 К.
131. Определить среднюю скорость молекулы газа, заключенного в сосуде объемом 5 л под давлением 300 кПа. Масса газа 50 г.
132. Определить наиболее вероятную скорость молекулы газа, заключенного в сосуде объемом 4 л под давлением 500 кПа. Масса газа 50 г.
133. Внутренняя энергия 2 молей углекислого газа равна 6,02 кДж. Определить среднюю скорость молекулы газа.
134. Средняя скорость молекул газа равна 450 м/с. Давление газа равно 500 кПа. Определить плотность газа.
135. Определить среднюю скорость и суммарную кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 1,5 молях кислорода при температуре 350 К.
136. Определите среднюю длину свободного пробега молекул водорода и плотность газа при температуре 27°C и давлении 0,5 кПа. Диаметр молекулы водорода примите равным 0,28 нм.
137. Определите среднюю длину свободного пробега молекулы кислорода, находящегося при температуре 0°C, если среднее число столкновений, испытываемых молекулой в 1 с равно $3,7 \cdot 10^9$. Чему равна масса этого газа, если он занимает объем 10 л?
138. При температуре 300 К и некотором давлении средняя длина свободного пробега молекул кислорода равна 0,1 мкм. Чему равно среднее число столкновений, испытываемых молекулами в 1 с, если сосуд откачать до 0,1 первоначального давления? Температуру газа считать постоянной.
139. В сосуде вместимостью 0,3 л при температуре 290 К находится некоторый газ. На сколько понизится давление газа в сосуде, если из него из-за утечки выйдет 19^{19} молекул?
140. Определите давление, оказываемое газом на стенки сосуда, если его плотность равна $0,01 \text{ кг/м}^3$, а средняя квадратичная скорость молекул составляет 480 м/с.
141. Азот массой 7 г находится под давлением 0,1 МПа и температуре 290 К. Вследствие изобарного нагревания газ занял объем 10 л. Определите объем газа до расширения, его температуру после расширения, а также плотность газа до и после расширения.
142. В сосуде вместимостью 1 л находится кислород массой 1 г. Определите концентрацию молекул в сосуде. Чему равно давление газа и средняя длина свободного пробега молекул, если его температура равна 27°C?
143. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях равна 480 м/с. Сколько молекул содержит 1 г этого газа. Чему равна средняя длина свободного пробега и среднее число столкновений молекул, если эффективный диаметр молекулы равен $3 \cdot 10^{-10}$ м?
144. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление 2 МПа и температура 800 К, а в другом 2,5 МПа и 200 К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящейся в них кислород до температуры 200 К. Определите, какое давление установилось в сосудах.
145. В баллоне объемом 40 л находится кислород при температуре 27°C. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне снизилось на 100 кПа. Определите массу израсходованного кислорода, если температура газа в баллоне осталась прежней.
146. Баллон объемом 15 л заполнен азотом. Когда часть азота израсходовали, давление в баллоне понизилось на 200 кПа. В баллоне при этом поддерживалась постоянная температура, равная 400 К. Определить массу израсходованного азота.
147. В баллоне объемом 15 л находится аргон под давлением 600 кПа при температуре 300 К. Когда из баллона было взято некоторое количество аргона, давление в баллоне

- понижилось до 400 кПа, а температура упала до 260 К. Определите массу аргона, взятого из баллона.
148. Сосуд с воздухом ($M = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) при температуре 27°C откачан до давления 0,13 Па. Определите плотность воздуха в сосуде, концентрацию его молекул, среднюю длину свободного пробега и среднее число столкновений молекул. Диаметр молекул воздуха примите равным 0,27 нм.
 149. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода больше их наиболее вероятной скорости на 100 м/с? Чему равна концентрация молекул, средняя длина свободного пробега и среднее число столкновений, если давление кислорода равно 40 кПа? Эффективный диаметр молекул кислорода примите равным $3 \cdot 10^{-10}$ м.
 150. Определите наиболее вероятную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 40 кПа составляет 0,35 кг/м³. Чему равна средняя длина свободного пробега молекул газа и среднее число столкновений, если этот газ – воздух, эффективный диаметр молекул которого равен 0,27 нм?
 151. Водород массой 40 г, имевший температуру 300 К, адиабатически расширился, увеличив объем в 3 раза. Затем, при изотермическом сжатии объем газа уменьшился в 2 раза. Определите полную работу, совершенную газом, и конечную температуру газа.
 152. Азот массой $m = 50$ г находится при температуре 7°C. В результате изохорного охлаждения его давление уменьшилось в 2 раза, а затем, в результате изобарного расширения температура газа в конечном состоянии стала равна первоначальной. Определите работу, совершенную газом и изменение его внутренней энергии.
 153. Некоторый газ массой $m = 1$ кг находится при температуре, равной 27°C и под давлением 0,5 МПа. В результате изотермического сжатия давление газа увеличилось в 2 раза. Работа, затраченная на сжатие равна $A = -432$ кДж. Определите, какой это газ и первоначальный удельный объем газа.
 154. Азот массой $m = 280$ г расширился в результате изобарного процесса при давлении $p = 1$ МПа. Определите работу расширения и конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота, равная 5 кДж, а начальная температура азота равна 17°C. Определите удельную теплоемкость газа при постоянном объеме и при постоянном давлении.
 155. Азот массой $m = 28$ г адиабатно расширили в 2 раза, а затем изобарно сжали до начального объема. Определите изменение энтропии газа в ходе указанных процессов.
 156. Идеальный газ ($\nu = 2$ моля) сначала изобарно нагрели так, что объем газа увеличился в 2 раза, а затем изохорно охладил так, что давление его уменьшилось в 2 раза. Определите изменение энтропии в ходе указанных процессов.
 157. При нагревании двухатомного идеального газа ($\nu = 2$ моля), его термодинамическая температура увеличилась в 2 раза. Определите изменение энтропии, если нагревание происходит а) изохорно; б) изобарно. Чему равна молярная теплоемкость такого газа при постоянном объеме и при постоянном давлении?
 158. Кислород занимает объем 100 л и находится под давлением 200 кПа. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема 300 л, а затем его давление возросло до 500 кПа при неизменном объеме. Найдите изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, переданное газу.
 159. Кислород нагревается при постоянном давлении 80 кПа. Его объем увеличивается от 1 м³ до 3 м³. Определите изменение внутренней энергии кислорода, работу, совершенную газом при расширении, а также сообщенное газу количество теплоты. Найдите также молярную и удельную теплоемкость газа при постоянном давлении.
 160. В баллоне при температуре 145 К и давлении 2 МПа находится кислород. Определите температуру и давление кислорода после того, как из баллона будет очень быстро (адиабатический процесс) выпущена половина газа. Найдите удельную теплоемкость кислорода при постоянном давлении.

161. Во сколько раз увеличится объем водорода при изотермическом расширении, если при этом газ получит количество теплоты, равное 800 Дж? Температура водорода 300 К, количество вещества 0,4 моля. Найдите теплоемкость этого количества газа при постоянном давлении и при постоянном объеме.
162. Азот массой 0,1 кг был изобарически нагрет от температуры 200 К до температуры 400 К. Определите работу, совершенную газом, полученное им количество теплоты и изменение внутренней энергии. Найдите также теплоемкость этого количества азота при постоянном давлении.
163. Один моль двухатомного идеального газа совершает процесс от начального состояния, при котором температура и объем газа соответственно равны 291 К и $0,021 \text{ м}^3$, к конечному состоянию, в котором температура и объем газа равны 305 К и $0,0127 \text{ м}^3$. Процесс изображается на диаграмме (V, P) прямой линией. Найдите совершаемую системой работу и поглощаемое ею тепло.
164. Один моль одноатомного газа совершает цикл Карно между температурами 400 К и 300 К. При верхнем изотермическом процессе начальный объем составляет 1 л, а конечный 5 л. Найдите работу, совершенную во время цикла, а также количества теплоты, поглощенные и выделенные источниками.
165. Гелий, занимавший объем 0,1 л при давлении 0,2 МПа, в процессе изобарического расширения увеличил свой объем в 2 раза, после чего был изотермически сжат до первоначального объема. Определите изменение внутренней энергии, работу газа и переданное ему количество теплоты.

Подписано в печать 23.01.2003. Гарнитура Таймс
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 3,4. Уч.-изд. л. 3,4

Тираж 300 экз. Заказ №5 Цена договорная

УПП «Репрография» МИИГАиК
105064, Москва, Гороховский пер., 4